

---

## فصل اول

---

### انواع انتقال حرارت

## ۱-۱ مقدمه

مهندسين معمولاً به علوم حرارت که شامل ترموديناميك و انتقال حرارت می‌باشد، مراجعه فراوان دارند. انتقال حرارت در حقيقت مکمل ترموديناميك می‌باشد بدان معنی که در ترموديناميك ما فقط تعادل سيستم را بررسی می‌کنيم؛ در حالیکه در انتقال حرارت با استفاده از قوانين بيشتتر نرخ زمانی انتقال انرژی (حرارت) را نیز بررسی می‌کنيم.

سه شکل اساسی انتقال حرارت داریم:

۱. هدايت (Conduction)

۲. جابجائی (Convection)

۳. تشعشع (Radiation)

## ۲-۱ هدايت (Conduction)

انتقال حرارت همیشه با گرادیان درجه حرارت همراه است و درجه حرارت در جهت جريان انتقال کاهش می‌یابد (از درجه بالاتر به درجه پایین تر).

انتقال حرارت بوسیله هدايت از دو راه صورت می‌گیرد:

۱. فعاليتهاي داخلی مولكولها:

مولكول‌های با انرژی بيشتتر انرژی را به مولكول‌های مجاور با انرژی کمتر انتقال می‌دهند. (نظير لرزش مولكول مجاور). اين نوع انتقال در حدی در همه سيستمها که گرادیان درجه حرارت وجود داشته باشد بين مولكول‌های جامد، مايع و گاز وجود دارد.

۲. انتقال انرژی طريق مولكول‌های آزاد :

مکانيسم الکترون آزاد در مورد فلزات جامد نسبت به سيالات و نيمه فلزات از اهميت بيشتتری برخوردارند. امکان هدايت انرژی در فلزات، مستقيماً با مقدار تمرکز الکترون آزاد ارتباط دارد و لذا فلزات خالص بهترين وسيله برای انتقال حرارت از طريق هدايت هستند. چون هدايت یک پديده مولكولی است. معادله اوليه نظير معادلات انتقال ممنتم خواهد بود. (اين معادله در ابتدا توسط فوريه بيان شد).

$$\frac{q}{A} = -k \frac{dT}{dx} \quad (1-1)$$

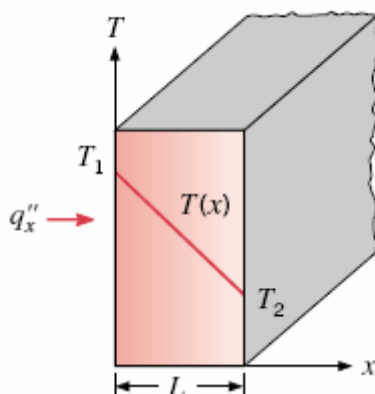
$-q$  - نرخ انتقال حرارت (انرژی منتقل شده در واحد زمان) در جهت

$A$  - سطح عمود بر جهت انتقال حرارت

$\frac{dT}{dx}$  - گرادیان درجه حرارت

$k$  - ضريب هدايت حرارتي (ممکن است  $k$  با درجه حرارت تغيير کند که با تقريب مناسبی می‌توان آنرا ثابت فرض کرد)

**نکته :** علامت منفی مبین آنست که انتقال حرارت در جهتی رخ می‌دهد که درجه حرارت کمتر باشد.



شکل ۱-۱ انتقال حرارت یک بعدی از طریق هدایت

### ضریب هدایت حرارتی $k$ (Thermal Conductivity Coefficient)

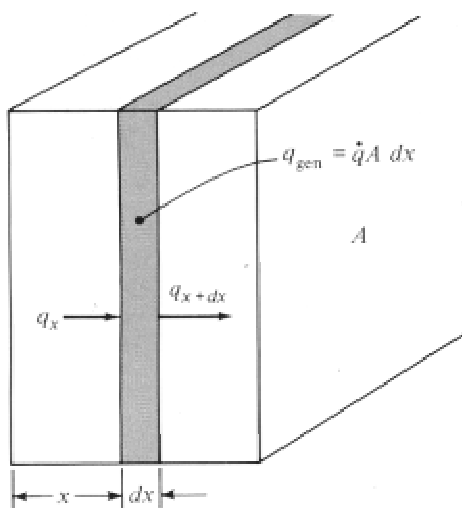
موارد زیر را در مورد ضریب هدایت حرارتی باید در نظر گرفت .

#### برای سیالات

- با فاصله بین مولکول ها رابطه معکوس دارد.
- با درجه حرارت نسبت معکوس دارد.
- به حالت فیزیکی و ترکیب شیمیایی مواد بستگی ندارد.
- برای گازها در نزدیکی فشار اتمسفر، به فشار بستگی ندارد.
- برای سیالات به فشار بستگی ندارد.
- به  $C_p$  گرمای ویژه بستگی دارد.

#### برای جامدات

- با تعداد الکترون آزاد در جسم ارتباط دارد؛ لذا فلزاتی که نظیر نقره، مس، که هادی‌های الکتریکی خوبی هستند هادی حرارتی خوبی نیز هستند.
- با درجه حرارت در بعضی نسبت معکوس دارد و با بعضی نسبت مستقیم و رابطه بر حسب پیشنهاد آستین  $k = k_0(1 + \beta T)$  خواهد بود که  $k_0$  ضریب هدایت حرارتی در صفر درجه و  $\beta$  مقدار ثابت است.
- المان حجمی، جهت تحلیل انتقال حرارت یک بعدی از طریق هدایت، دیواره زیر را در نظر می‌گیریم.



شکل ۲-۱ المان حجمی جهت تحلیل انتقال حرارت یک بعدی از طریق هدایت

برای المان شکل (۲-۱):

تغییر انرژی داخلی + انرژی خروجی از سمت راست = انرژی تولید شده در المان + انرژی ورودی از سمت چپ

انرژی ورودی در سمت چپ عبارتست از:

$$q = -kA \frac{\partial T}{\partial x}$$

انرژی تولید شده در المان:

$$\dot{q} A dx$$

تغییرات انرژی داخلی:

$$\rho c A \frac{\partial T}{\partial t} dx$$

انرژی خروجی از سمت راست:

$$q_{x+dx} = -kA \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x+dx} = -A \left[ K \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left( K \frac{\partial T}{\partial x} \right) dx \right]$$

که در آن:

$\dot{q}$ : انرژی تولید شده در واحد حجم (با فرض آنکه در همه جای جسم یکسان تولید می‌شود)

$C$ : گرمای ویژه جسم

$\rho$ : چگالی جسم

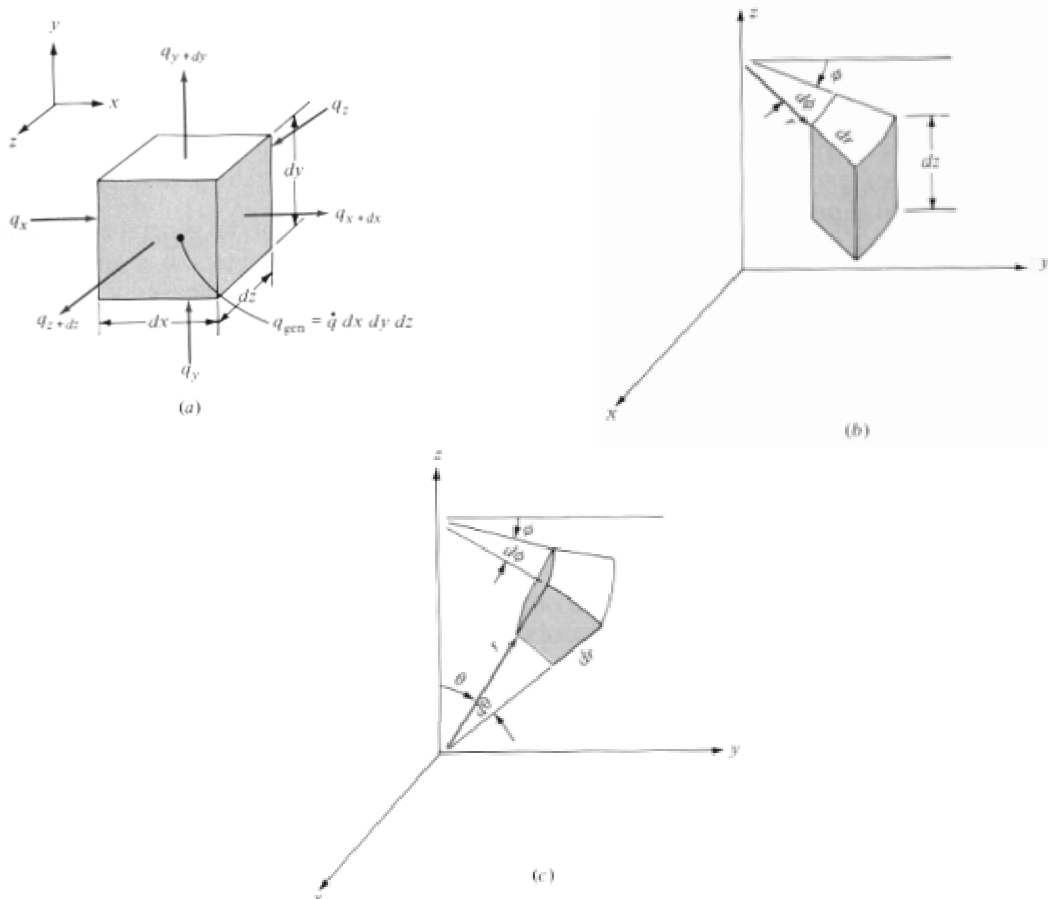
میباشد. روابط بالا منتج به معادله زیر میگردد :

$$-kA \frac{\partial T}{\partial x} + \dot{q} A dx = \rho c A \frac{\partial T}{\partial t} dx - A \left[ k \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left( K \frac{\partial T}{\partial x} \right) dx \right]$$

که حاصل این رابطه پس از ساده کردن به فرم زیر تبدیل میشود:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( K \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \dot{q} = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \quad (۲-۱)$$

اینک جهت تحلیل انتقال حرارت سه بعدی از طریق هدایت، المان‌های زیر را بررسی میکنیم:



شکل ۳-۱ المان در مختصات (a) کارتزین، (b) استوانه‌ای، (c) کروی

معادلات انرژی به صورت زیر میباشند:

حرارت ورودی در راستای x:

$$q_x = -k \, dy \, dz \, \frac{\partial T}{\partial x}$$

حرارت خروجی در راستای x:

$$q_{x+dx} = -\left[ k \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left( K \frac{\partial T}{\partial x} \right) dx \right] dy \, dz$$

حرارت ورودی در راستای y:

$$q_y = -k \, dx \, dz \, \frac{\partial T}{\partial y}$$

حرارت خروجی در راستای  $y$ :

$$q_{y+dy} = -[k \frac{\partial T}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} (K \frac{\partial T}{\partial y}) dy] dx dz$$

حرارت ورودی در راستای  $z$ :

$$q_z = -k dx dy \frac{\partial T}{\partial z}$$

حرارت خروجی در راستای  $z$ :

$$q_{z+dz} = -[k \frac{\partial T}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} (K \frac{\partial T}{\partial z}) dy] dx dy$$

حرارت تولید شده در المان:

$$q_{gen} = \dot{q} dx dy dz$$

تغییرات انرژی در المان:

$$\frac{dE}{d\tau} = \rho c dx dy dz \frac{dT}{d\tau}$$

رابطه تعادل این المان می شود:

$$q_x + q_y + q_z + q_{gen} = q_{x+dx} + q_{y+dy} + q_{z+dz} + \frac{dE}{d\tau}$$

که پس از ساده کردن ترم‌های مشابه معادله انتقال حرارت هدایت سه بعدی در حالت کلی می شود.

$$\frac{\partial}{\partial x} (k \frac{\partial T}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (k \frac{\partial T}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z} (k \frac{\partial T}{\partial z}) + \dot{q} = \rho c \frac{dT}{d\tau} \quad (۳-۱)$$

با ثابت در نظر گرفتن ضریب هدایت حرارتی خواهیم داشت:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{\dot{q}}{k} = \frac{1}{\alpha} \frac{dT}{d\tau} \quad (۳-۱ الف)$$

توجه:  $\alpha = \frac{k}{\rho c}$  (نفوذ حرارتی)

در معادله فوق باید به نکات زیر توجه کرد:

- اگر منبع حرارتی نباشد آنگاه  $\frac{\dot{q}}{k} = 0$  و معادله تبدیل به معادله فوریه می شود.
- اگر جریان دائمی نباشد آنگاه  $\frac{1}{\alpha} \frac{dT}{d\tau} = 0$  و معادله تبدیل به معادله پواسون می گردد.
- و اگر جریان دائمی و بدون منبع حرارتی باشد، به معادلات لاپلاس می رسیم.

همچنین برای مختصات سیلندری معادله انتقال حرارت هدایت سه بعدی عبارتست:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{\dot{q}}{k} = \frac{1}{\alpha} \frac{dT}{d\tau} \quad (۳-۱ ب)$$

در مختصات کروی داریم:

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial r^2} (rT) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{dT}{d\theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 T}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{\dot{q}}{k} = \frac{1}{\alpha} \frac{dT}{d\tau} \quad (1-3-ج)$$

حال اگر جریان گرمایی هدایت یک بعدی و در حالت پایدار و بدون منبع گرمایی باشد، رابطه (1-3-الف) به صورت زیر خلاصه میشود:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0$$

که معادل آن در مختصات استوانه‌ای به فرم زیر می‌باشد:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} = 0$$

و اگر جریان گرمایی را یک بعدی، در حالت پایدار و با منبع گرمایی در نظر می‌گیریم، داریم:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\dot{q}}{k} = 0$$

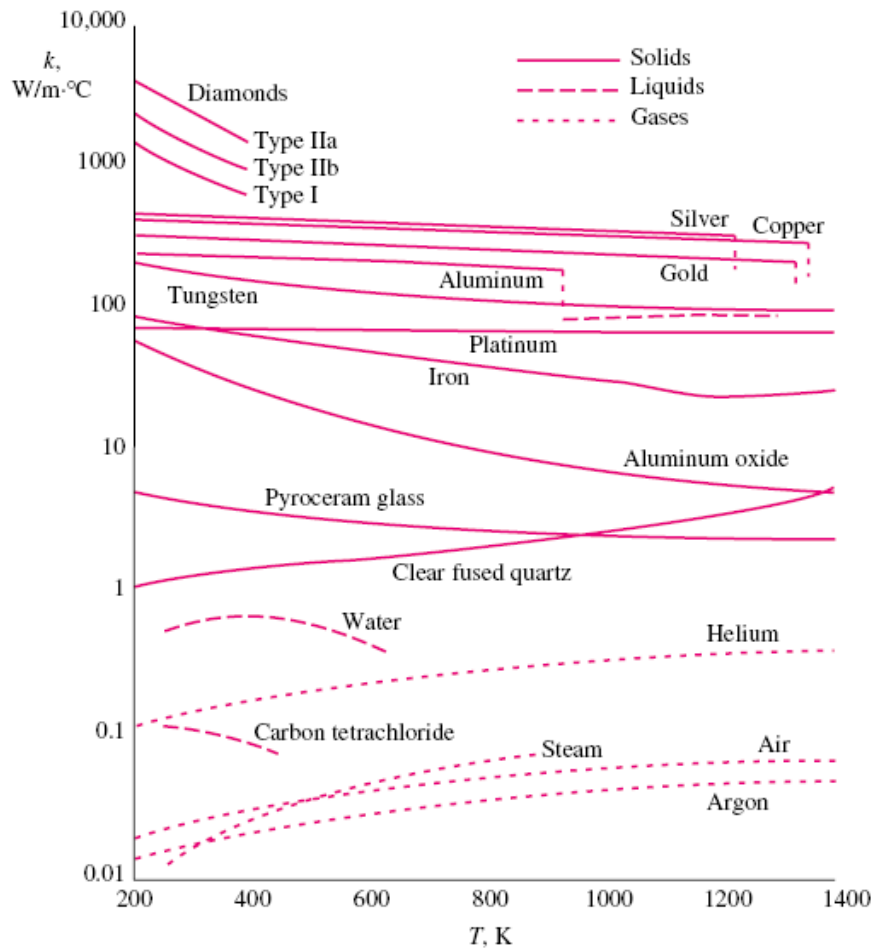
همچنین هدایت دو بعدی، حالت پایدار و بدون منبع گرمایی به فرمول زیر می‌انجامد:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0$$

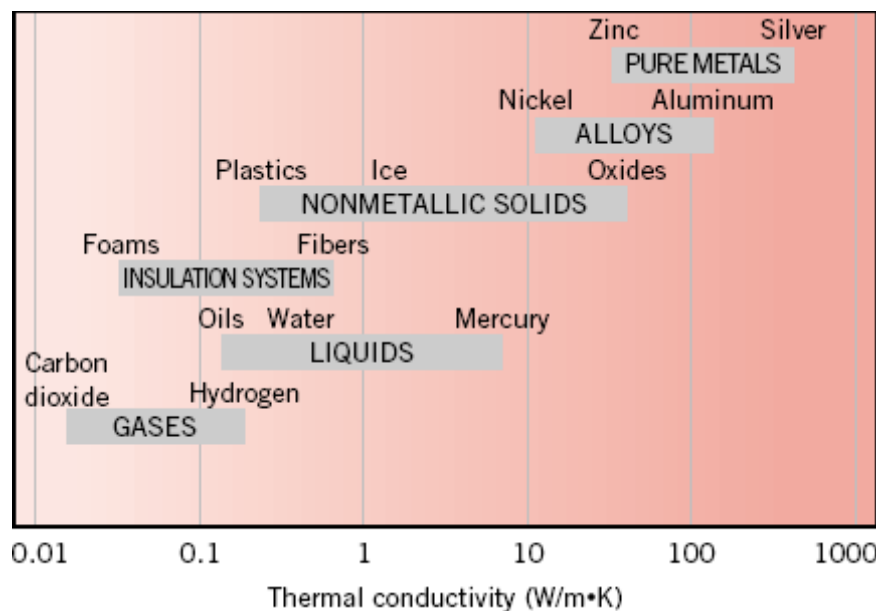
جدول ۱-۱ هدایت حرارتی (k) مواد مختلف

Material	k, W/m · °C*
Diamond	2300
Silver	429
Copper	401
Gold	317
Aluminum	237
Iron	80.2
Mercury (l)	8.54
Glass	0.78
Brick	0.72
Water (l)	0.613
Human skin	0.37
Wood (oak)	0.17
Helium (g)	0.152
Soft rubber	0.13
Glass fiber	0.043
Air (g)	0.026
Urethane, rigid foam	0.026

\*Multiply by 0.5778 to convert to Btu/h · ft · °F.



شکل ۴-۱ تغییرات هدایت حرارتی مواد مختلف با دما



شکل ۵-۱ هدایت حرارتی مواد مختلف



مثال هدایت:

یک کوره با  $k = 1.7$  و ضخامت  $15\text{cm}$  ساخته شده است. اگر درجه حرارت داخل کوره  $1400\text{K}$  و خارج کوره  $1400\text{K}$  باشد، نرخ اتلاف حرارت برای دیواری به طول و عرض  $3\text{m}$  در  $5\text{m}$  متر را بدست آورید. (انتقال حرارت را یک بعدی فرض کنید).

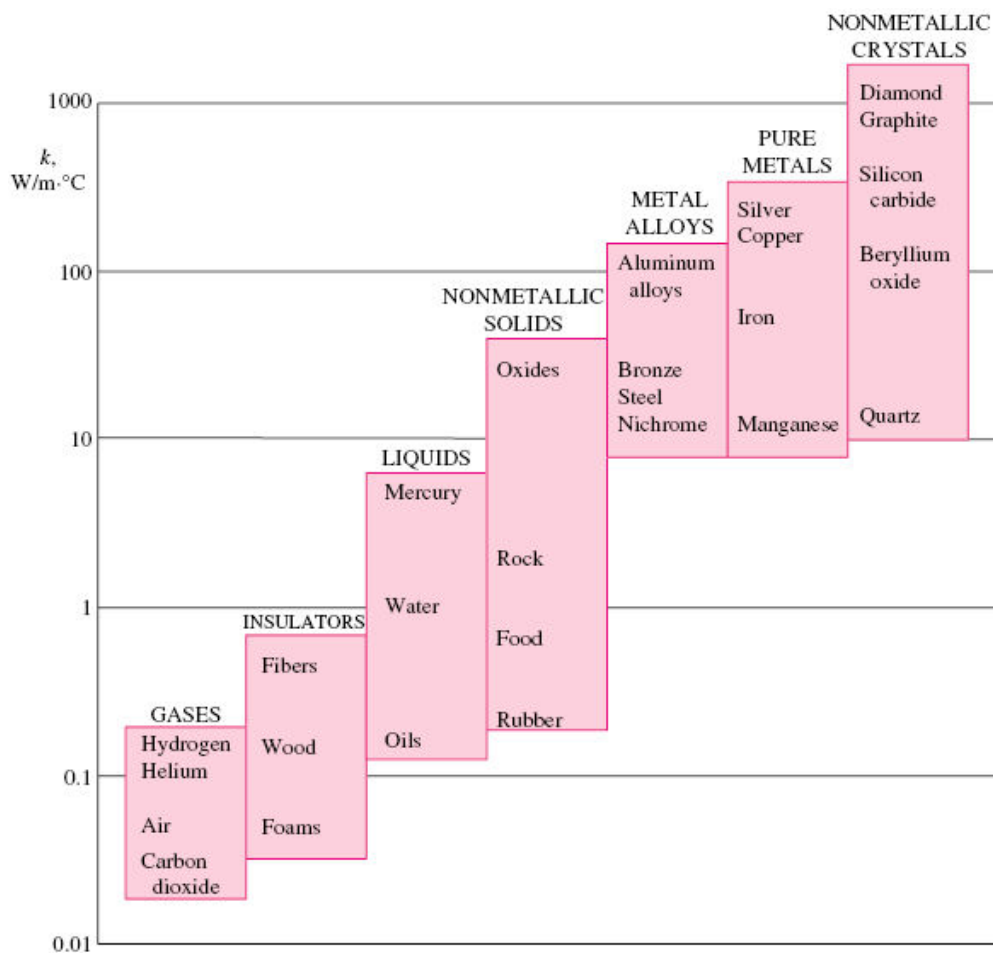
حل:

شدت جریان:

$$q = k \frac{\Delta T}{\Delta x} = 1.7 \times \frac{25}{.15} = 2833 \text{ W / m}^2$$

اتلاف حرارت:

$$Q = A q = 2833 \times 5 \times 3 = 4250 \text{ W}$$



شکل ۶-۱ هدایت حرارتی (k) مواد مختلف

### ۳-۱ جابجائی (Convection)

معمولاً انتقال حرارت از طریق جابجائی بیشتر در عمل برای انتقال حرارت از یک سطح به سیال مجاور یا بالعکس مطرح است. در این نوع انتقال حرارت، مولکول‌ها متحرک بوده و با حرکت خود انرژی را از نقطه‌ای به نقطه دیگر منتقل می‌کنند. این نوع انتقال حرارت به دو صورت ممکن است انجام شود: آزاد و اجباری.

در یک رادیاتور که کلاس را گرم می‌کند اول هوای اطراف را گرم می‌کند و چون هوا سبک می‌شود تحت نیروی رانش بطرف بالا حرکت می‌کند و هوای سرد اطراف جای هوای گرم را پر می‌کند و یک جریان نسبتاً پیوسته ایجاد می‌کند. که این نوع جابجائی را آزاد یا طبیعی می‌نامیم. حال اگر از فن برای جریان سریعتر استفاده کنیم یعنی با فشار فن حرارت را از رادیاتور گرفته و به کلاس بدهیم جابجائی اجباری صورت گرفته است.

اولین معادله برای نرخ حرارت منتقل شده در جابجائی بوسیله نیوتن در سال ۱۷۰۱ نوشته شد که معادله خنک کننده نیوتن معروف است، که عبارتست از:

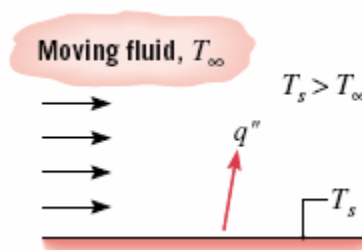
$$\frac{q}{A} = h \Delta T \quad (۴-۱)$$

$q$  - نرخ انتقال حرارت از طریق جابجائی بر حسب وات

$A$  - سطح عمود بر جریان

$\Delta T$  - اختلاف درجه حرارت بین سطح و سیال

$h$  - ضریب انتقال حرارت از طریق جابجائی



شکل ۱-۷ جابجائی حرارتی

این معادله یک قانون نیست بلکه تعریفی برای  $h$  است. در فصول آینده (فصل ۵) کار عمده ما اینست که  $h$  را محاسبه کنیم.  $h$  تابعی از شکل هندسی سطح، جنس سیال، خواص سیال و سرعت مقدار  $\Delta T$  می‌باشد. اگر چه ممکن است جریان سیال مغشوش باشد اما به علت سرعت صفر در لایه نزدیک سطح، انتقال حرارت از طریق هدایت به سایر لایه‌ها صورت می‌گیرد. این فیلم از سیال کنترل مقاومت در مقابل جابجائی را بعهدده دارد و لذا ضریب  $h$  در بعضی موارد بعنوان ضریب هدایت فیلم (Film Conduction) می‌نامند.

جدول ۲-۱ ضریب جابجائی حرارتی ( $h$ )

جسم	حالت جابجائی	$h$ بر حسب $\frac{W}{m^2 K}$
هوا	آزاد	۵-۵۰
هوا	اجباری	۲۵-۲۵۰
آب	اجباری	۲۵۰-۱۵۰۰۰
آب جوش		۲۵۰۰-۲۵۰۰۰
بخار در حال تقطیر		۵۰۰۰-۱۰۰۰۰۰

**مثال جابجائی:**

بخار از لوله‌ای بدون عایق که قطر خارجی آن ۷ سانتیمتر می‌باشد عبور می‌کند، اگر درجه حرارت سطح خارجی لوله  $200^\circ C$  و  $h = 15 \frac{W}{m^2 K}$  باشد، نرخ تلفات برای واحد طول چقدر است؟

**حل:**

$$q = hA\Delta T = h\pi D.L\Delta T$$

$$\frac{q}{L} = 15 \times \pi \times 0.07(200 - 25) = 577W$$

دو نمونه از انتقال حرارت که با جابجائی آزاد متفاوتند ولی با معادله (۴-۱) بررسی می‌شوند دو پدیده جوش و تقطیر است. ضریب فیلم برای این دو مورد کاملاً بالا است. در جدول بالا (۲-۱) مقدار ضریب  $h$  را برای مکانیسم‌های مختلف جابجائی نشان می‌دهد. که البته بجای  $h$  برای هر نقطه معدل کل  $h$  را می‌توان در نظر گرفت. بدین صورت که:

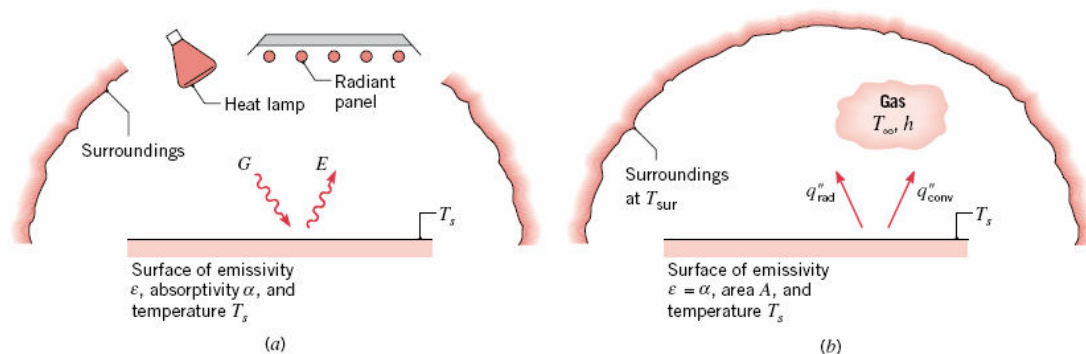
$$dq = h_x . \Delta T dA$$

$$q = \int_A h_x . \Delta T dA = h . \Delta T A$$

(۵-۱)

## ۴-۱ تشعشع (Radiation)

انتقال حرارت از طریق تشعشع با حالت‌های هدایت و جابجائی فرق می‌کند. در موارد فوق یک واسطه برای انتقال حرارت احتیاج است. تشعشع به واسطه احتیاجی ندارد حتی بهترین انتقال حرارت بصورت تشعشع بین صفحه را وقتی داریم که بین دو صفحه خلأ کامل باشد. مکانیسم دقیق تشعشع برای انتقال حرارت کاملاً مشخص نیست ولی بطور کلی این انتقال از طریق امواج الکترومغناطیسی صورت می‌گیرد.



شکل ۸-۱ مثالهایی از تشعشع

هرگاه جسمی از خود حرارت را بصورت تشعشعی پخش کند، جسم مقابل مقداری را جذب می‌کند و مقداری را از خود عبور داده و بخشی را نیز منعکس می‌نماید. که این مقدار انعکاسی خیلی کمتر از جذب شده است. مقدار خالص حرارت مبادله شده بین دو صفحه ۱ و ۲ بصورت تجربی به شرح بدست می‌آید:

مقدار حرارتی که جسم ۱ می‌دهد:

$$q_1 = \sigma T_1^4$$

مقدار حرارتی که جسم ۲ می‌دهد:

$$q_2 = \sigma T_2^4$$

مقدار حرارت تبادل شده می‌شود:

$$q = \sigma T_1^4 - \sigma T_2^4 = \sigma (T_1^4 - T_2^4) \quad (۶-۱)$$

$q$  - حرارت منتقل شده

$\sigma$  - ضریب استفان بولتزمن که مقدار آن برابر است با:  $\sigma = 5.671 \times 10^{-8}$

$A$  - سطح تشعشع

$T_1$  و  $T_2$  - درجه حرارت جسم گرم و سرد

لذا در تشعشع مقدار حرارت منتقل شده با توان چهارم درجه حرارت مطلق اجسام سرد و گرم رابطه مستقیم دارد. در هدایت توان یک بود و لذا در اختلاف درجه حرارت ثابت، حرارت منتقل شده در درجات بالا بیش از حرارت منتقل شده در درجات پائین است. رابطه انتقال حرارت بین دو جسم به صورت تشعشع بشکل زیر است.

اگر رنگ اجسام فرق کند مقدار انرژی منتقل شده فرق می‌کند، از طرف دیگر تمام امواج تشعشع شده کاملاً به جسم دیگر برخورد نمی‌کند چون بستگی به شکل اجسام هم دارد لذا ضریب اضافه می‌شود، بطوریکه:

$$q = F_{\epsilon} F_G \sigma (T_1^4 - T_2^4) \quad (Y-1)$$

$F_{\epsilon}$  - ضریب تشعشع است (Emissivity) که مقدار آن نسبت تشعشع سطح خاکستری به سطح سیاه می‌باشد.

$F_G$  - ضریب وضعیت شکل و چگونگی قرار گرفتن دو جسم را در مقابل هم نشان می‌دهد.

### مثال تشعشع:

اگر در مساله قبل  $\epsilon = 0.8$  باشد اتلاف انتقال حرارت چقدر خواهد بود؟

حل:

حرارت منتقل شده برابر است با مجموع حرارت و جابجائی:

$$q = q_c + q_r$$

$$\frac{q_r}{L} = \epsilon (\pi D) \sigma (T_1^4 - T_2^4)$$

$$= 0.8 (\pi \times 0.07) \times 5.67 \times 10^{-8} (473^4 - 298^4) = 421$$

$$\rightarrow q = 421 + 577 = 998$$

توجه داشته باشید، ممکن است حرارت با سه صورت زیر نیز منتقل شود که فرمول نهایی می‌شود.

$$q = -kA \frac{dT}{dx} + hA (T_w - T_{\infty}) + F_{\epsilon} F_G \sigma A (T_1^4 - T_2^4)$$

## ۵-۱ انتقال جرم (Mass Transfer)

اگر یک ماده از یک محیط متمرکز به محیط غیر متمرکز منتقل شود، این انتقال با انتقال حرارت همراه است. مثلاً اگر یک پارچه خیس خشک می‌شود رطوبت از پارچه به لایه‌های هوا منتقل می‌شود و یا کاغذ در کارخانه کاغذ سازی خشک شود جرم منتقل شده است.