

Subject :

Year : Month. Date.



اوش کاستر یا نو برای میاسب تغییر شکل ϵ ؛ ثابت می شود که در هر سازه ای که در هر صراط
ثابت باشد و تکیه گاهها نسبت در آنست یا نشد مستقیم جزئی اول اندری کرنشی نسبت به هر نیروی
متصل کن بر این تغییر شکل عمل این نیروی متصل کن می باشد.
تذکره: منظور از نیروی متصل کن در این اوش بار متصل کن یا لنده متصل کن و منظور از تغییر شکل نیز تغییر
مکان یا سبب می باشد.

تذکره: اگر تغییر شکل نقطه ای از سازه مد نظر باشد که در آنجا نیروی متصل کنی وارد شده باشد
ابتدا یک نیروی متصل کن فرضی در آن نقطه قرار داده سپس اندری کرنشی داخلی را میاسب می کنیم و
ولز اندری کرنشی داخلی نسبت به این نیروی فرضی مستقیم گرفته سپس مقدار نیروی فرضی را برابر مقدار
تذکره: چنانچه تغییر شکل به سازه آمده مقدار نیروی متصل کنی داشته باشد نشان می دهد تغییر شکل در جهت
نیروی متصل کن است. و اگر مقدار نیروی متصل کنی داشته باشد تغییر شکل در خلاف جهت نیروی متصل کن است.

از آن

$$\Delta = \sum \frac{\partial P_i}{\partial F} \cdot \overline{A_i} \cdot E$$

(A) رابطه بدست آمده از اوش کاستر یا نو برای خرابها:

در رابطه فوق:

P_i : نیروی اعضای خراب
 F : نیروی متصل کنی که تغییر شکل عمل این آن مد نظر باشد.

Subject :

Year : Month. Date.

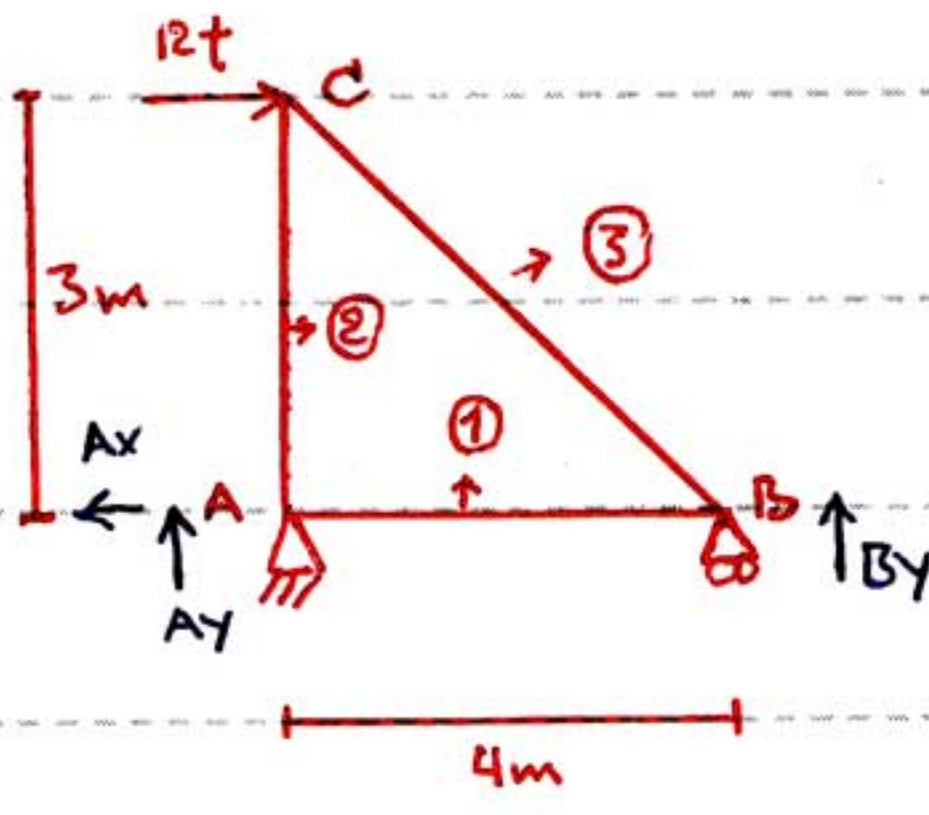


$$A_1 = 8 \text{ cm}^2$$

مسئله: تعیین سطح مقطع فولاد در تیرچه‌ها، با توجه به مساحت‌های داده شده

$$A_2 = 6 \text{ cm}^2$$

$$A_3 = 10 \text{ cm}^2, E = 2 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$$



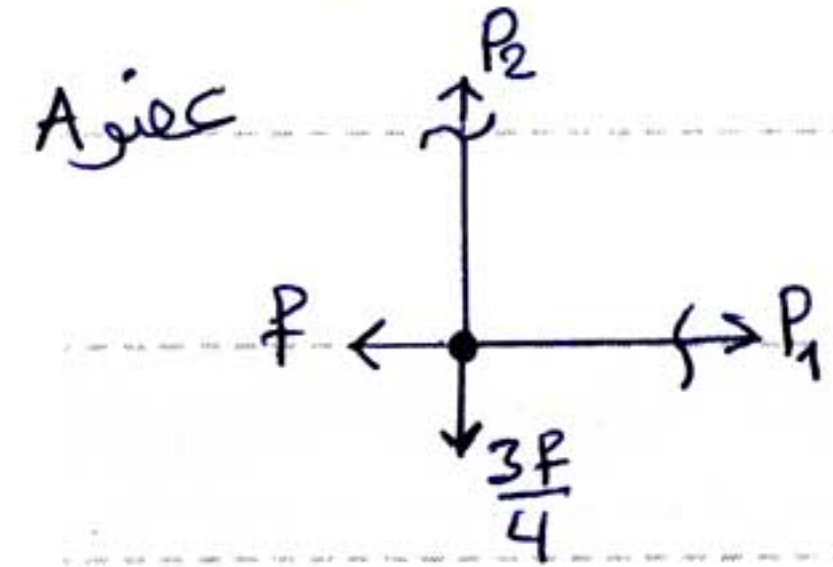
1) تحلیل گره A

$$\sum F_x = 0 \rightarrow -A_x + P = 0 \rightarrow A_x = P$$

$$\sum M_A = 0 \rightarrow P \times 3 - B_y \times 4 = 0 \rightarrow 4B_y = 3P \rightarrow B_y = \frac{3P}{4}$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow -A_y + \frac{3P}{4} = 0 \rightarrow A_y = \frac{3P}{4}$$

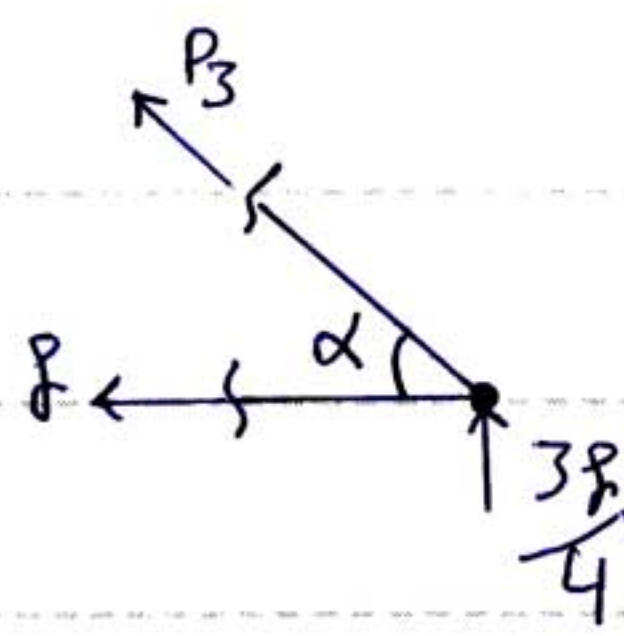
2) تحلیل گره A



$$\sum F_x = 0 \rightarrow P_1 - P = 0 \rightarrow P_1 = P$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow P_2 - \frac{3P}{4} = 0 \rightarrow P_2 = \frac{3P}{4}$$

3) تحلیل گره B



$$\sum F_x = 0 \rightarrow -P_3 \cos \alpha - P = 0$$

$$\rightarrow P_3 \cos \alpha = -P \rightarrow P_3 = \frac{-P}{\cos \alpha} \rightarrow P_3 = \frac{-P}{0.8}$$



Subject :



ABADANOMRAN

Year :

Month.

Date.

| ① | ② | ③ | ④ | ⑤ | ⑥ | ⑦ |
|-----------|----------------|--|-----------------------------------|------------|--------------------------|---|
| سایز اعضا | نوع عضو | P_i (kg) | $\frac{\partial P_i}{\partial F}$ | L_i (cm) | A_i (cm ²) | $\frac{\partial P_i}{\partial F} \cdot \frac{P_i L_i}{A_i}$ |
| 1 | f | $12 \times 1000 = 12000$ | 1 | 400 | 8 | 600000 |
| 2 | $\frac{3f}{4}$ | $\frac{3 \times 12}{4} \times 1000 = 9000$ | $\frac{3}{4}$ | 300 | 6 | 337500 |
| 3 | $-\frac{f}{8}$ | $-\frac{12}{8} \times 1000 = -15000$ | $-\frac{1}{8}$ | 500 | 10 | 937500 |

$$\rightarrow \Delta \times E = \left\{ \frac{\partial P_i}{\partial F} \cdot \frac{P_i L_i}{A_i} \right\} = 1875000$$

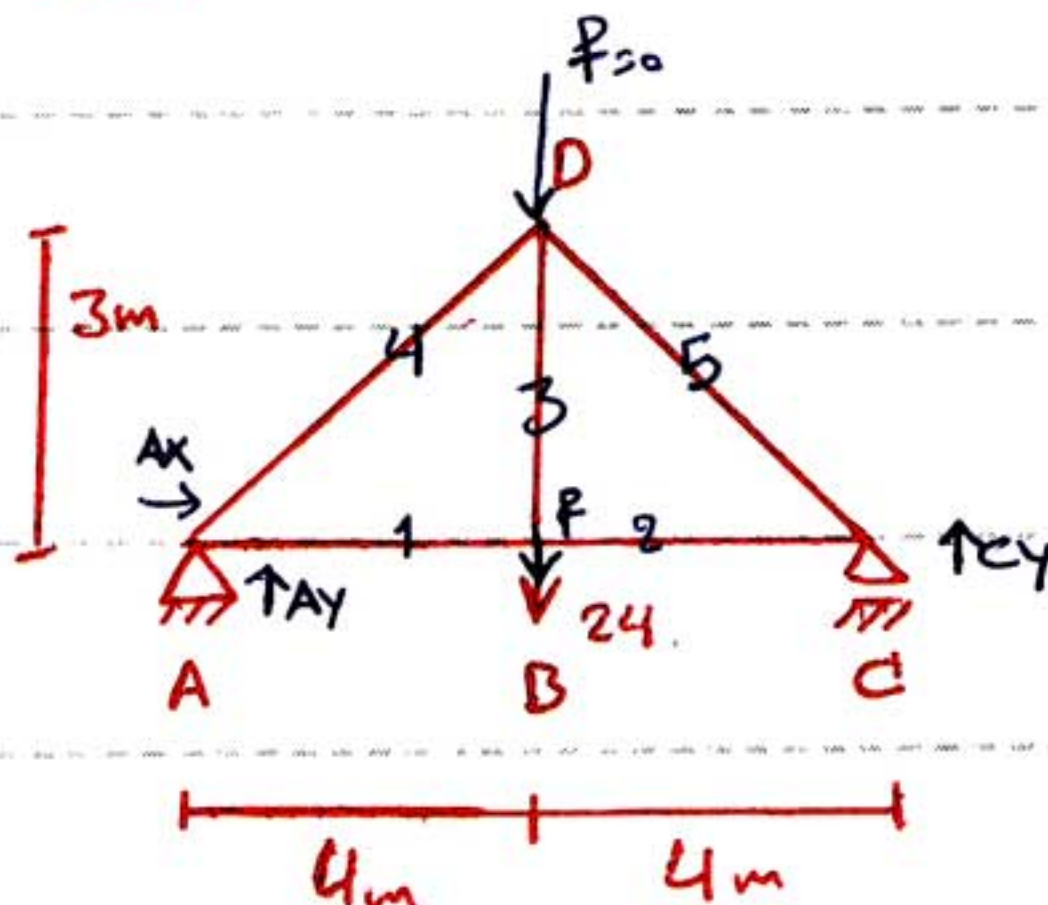
$$\rightarrow \Delta = \frac{1875000}{E} = \frac{1875000}{2 \times 10^6} \Rightarrow \Delta = 0.9375 \text{ cm}$$

مثال: در خنثای قوسی نشان داده شده تغییر مکان قائم‌الویه D را با استفاده از روش انرژی محاسب کنید.

$$A_1 = A_2 = 8 \text{ cm}^2$$

$$A_3 = 6 \text{ cm}^2$$

$$A_4 = A_5 = 10 \text{ cm}^2$$



Subject :

Year : Month. Date.



$$\sum F_x = 0 \rightarrow Ax = 0$$

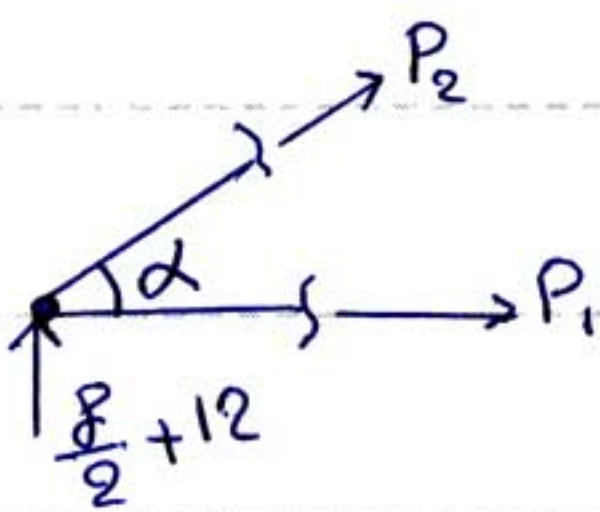
$$+\circlearrowleft \sum M_A = 0 \rightarrow 8 \times 4 + 24 \times 4 - Cy \times 8 = 0 \rightarrow 8Cy = 48 + 96 \rightarrow Cy = \frac{48 + 96}{8} \rightarrow Cy = \frac{48}{8} + \frac{96}{8}$$

$$Cy = \frac{8}{2} + 12$$

$$+\uparrow \sum F_y = 0 \rightarrow Ay - 8 - 24 + \underbrace{\frac{8}{2} + 12}_{Cy} = 0 \rightarrow Ay = \frac{8}{2} + 12$$

فقط \rightarrow

نقطة A



$$\sum F_x = 0 \rightarrow P_1 + (P_2 \cos \alpha) = 0$$

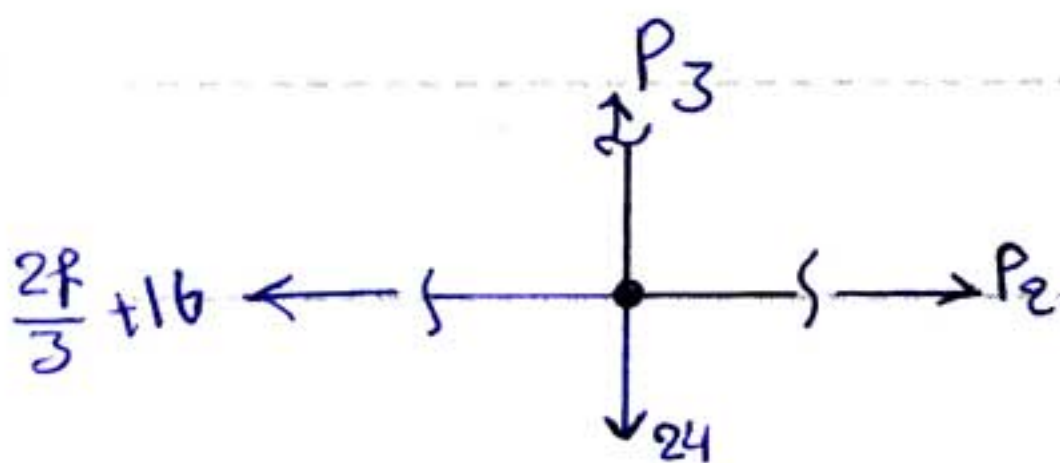
$$P_1 + \left(-\frac{8}{1,2} - 20\right) \times 0,8 = 0$$

$$P_1 = -\left(-\frac{8}{1,2} - 20\right) \times 0,8$$

$$P_1 = \frac{0,8 \times 8}{1,2} + 16 = \frac{2 \times 8}{3} + 16$$

نقطة B، فقط \rightarrow فقط \rightarrow

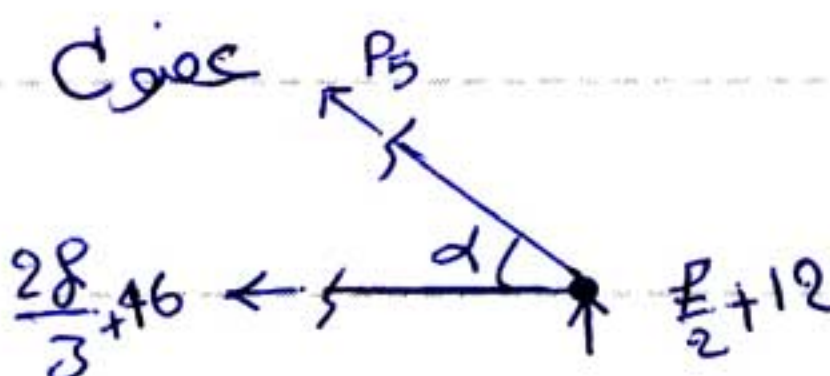
نقطة B



$$\sum F_x = 0 \rightarrow P_2 - \left(\frac{2 \times 8}{3} + 16\right) = 0 \rightarrow P_2 = \frac{2 \times 8}{3} + 16$$

$$+\uparrow \sum F_y = 0 \rightarrow P_3 - 24 = 0 \rightarrow P_3 = 24$$

نقطة C



$$+\uparrow \sum F_y = 0 \rightarrow P_5 \sin \alpha + \frac{8}{2} + 12 = 0 \rightarrow P_5 \times 0,6 = -\frac{8}{2} - 12$$

$$P_5 = -\frac{\frac{8}{2} - 20}{1,2}$$

Subject :

Year : Month. Date.



$$\rightarrow +\uparrow \sum F_y = 0 \rightarrow P_4 \sin \alpha + \frac{P}{2} + 12 = 0$$

$$P_4 \times 0,65 - \frac{P}{2} - 12 \rightarrow P_4 = \frac{-\frac{P}{2} - 12}{0,65} = -\frac{\frac{P}{2}}{0,65} - \frac{12}{0,65} \Rightarrow P_4 = -\frac{P}{1,3} - 20$$

| ردیف | فشار | P_i (kg) | $\frac{\partial P_i}{\partial f}$ | ℓ_i (cm) | A_i (cm ²) | $\frac{\partial P_i}{\partial f} \cdot \frac{P_i \ell_i}{A_i}$ |
|------|--------------------------|------------|-----------------------------------|---------------|--------------------------|--|
| 1 | $\frac{2f}{3} \times 16$ | 16~ | 2/3 | 4~ | 8 | 633333,3 |
| 2 | $\frac{2f}{3} \times 16$ | 16~ | 2/3 | 4~ | 8 | 633333,3 |
| 3 | 24 | 24~ | 0 | 3~ | 6 | 0 |
| 4 | $-\frac{f}{1,2} - 20$ | -2~ | $-\frac{1}{1,2}$ | 5~ | 10 | 833333,3 |
| 5 | $-\frac{f}{1,2} - 20$ | -2~ | $-\frac{1}{1,2}$ | 5~ | 10 | 833333,3 |

$$\Delta \times E = \sum \frac{\partial P_i}{\partial f} \cdot \frac{P_i \ell_i}{A_i} = 2733333,2$$

$$D = \frac{2733333,2}{E = 2 \times 10^6} \rightarrow \Delta = 1,37 \text{ cm}$$

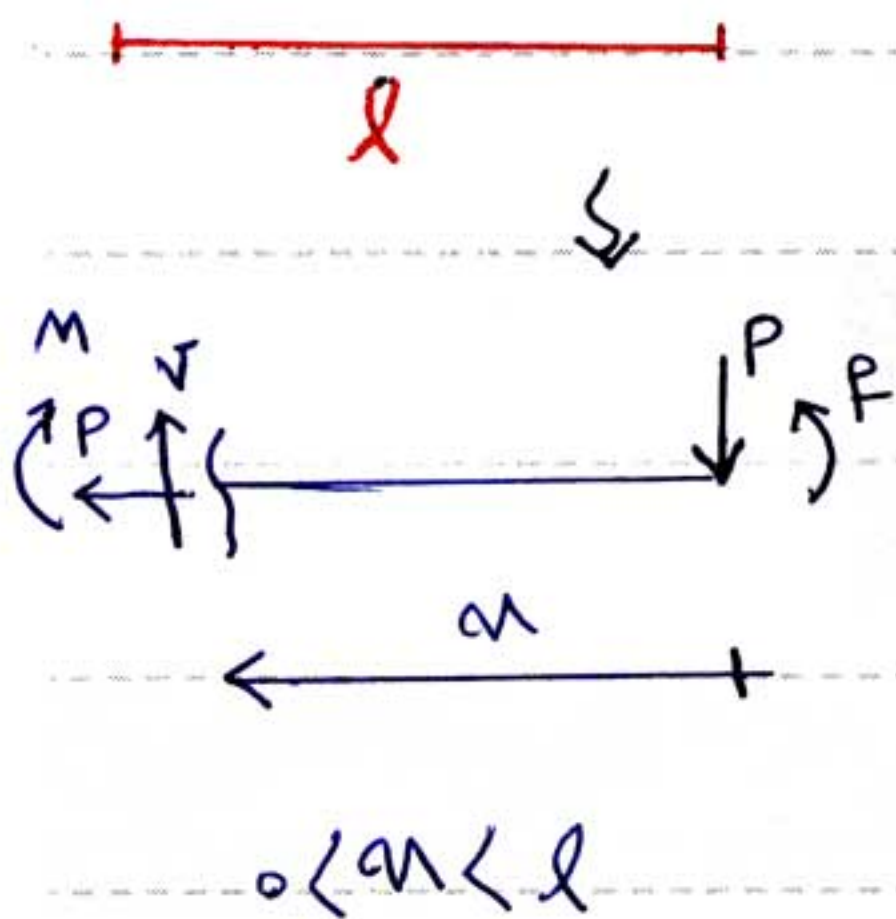
(B) رابطه بین آموخته روش کاسته با خودی اعضای تحت گند هفتی بصورت زیر می باشد

$$\Delta = \int \frac{\partial M}{\partial f} \cdot \frac{M}{EI} \cdot dx = \int \frac{M}{EI} \cdot \frac{\partial M}{\partial f} \cdot dx$$

مدول الاستیسیته با

سختی هفتی

مثال) نسبت انتهای آزاد را در تیر نشان داده شد می باشد



$$+\circlearrowleft \sum M_{O=0} \rightarrow M + P_{in} - f_{=0}$$

$$M = -P_{in} + f$$

$$M_{f=0} = -P_{in}$$

$$\frac{\partial M}{\partial f} = 1$$

$$\Delta = \int \frac{M}{EI} \cdot \frac{\partial M}{\partial f} dx = \int_0^l \frac{(-P_{in})}{EI} \cdot 1 \cdot dx = \frac{P}{EI} \int_0^l x dx$$

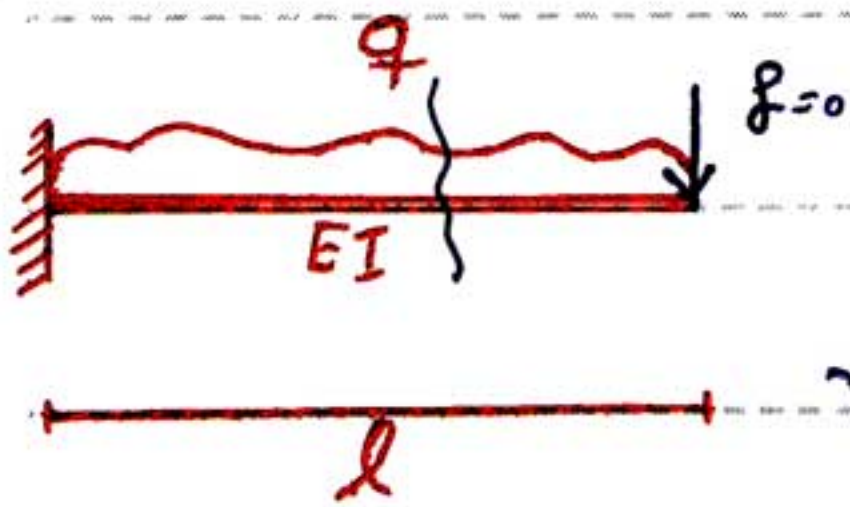
$$= \frac{P}{EI} \cdot \frac{x^2}{2} \Big|_0^l \rightarrow \Delta = \frac{Pl^2}{2EI} \quad \text{و جهت جابجایی هفتی}$$

Subject :

Year : Month. Date.



عمل تقسیم‌بندی انتهای آ؛ ادر، ابراهیم



$$\sum M_o = 0 \rightarrow M + qm \left(\frac{m}{2} \right) + P \cdot m = 0 \rightarrow M = -\frac{qm^2}{2} - P \cdot m$$

$$M = -\frac{qm^2}{2} - P \cdot m$$

$$\frac{\partial M}{\partial P} = -m$$

مشتق نسبت به P

$$\Delta = \int \frac{M}{EI} \cdot \frac{\partial M}{\partial P} dx = \int_0^l \frac{-\frac{qm^2}{2}}{EI} \cdot (-m) dm = \int_0^l \frac{qm^3}{2EI} dx$$

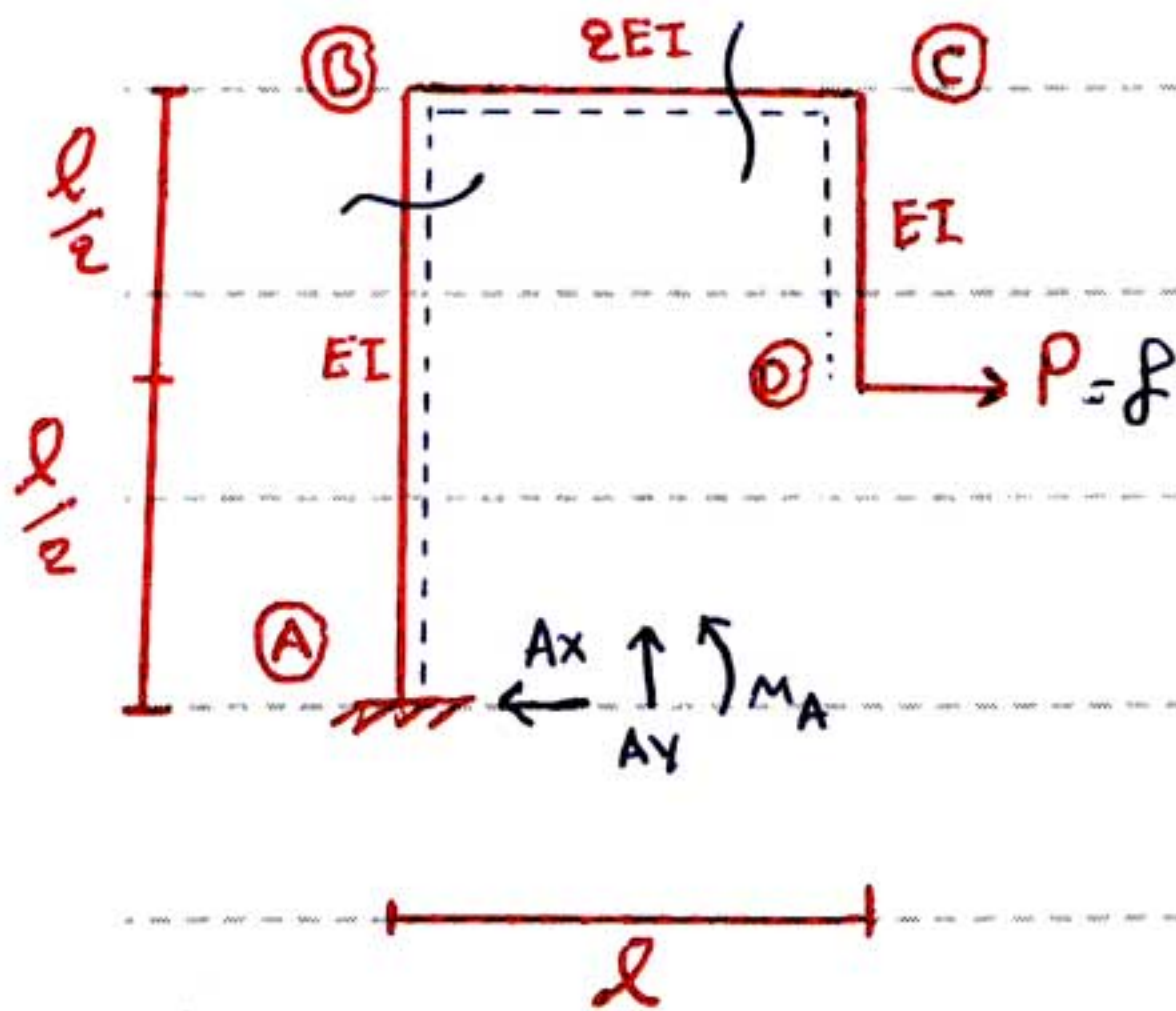
$$= \frac{q}{2EI} \cdot \int_0^l m^3 dm = \frac{q}{2EI} \cdot \left. \frac{m^4}{4} \right|_0^l \rightarrow \Delta = \frac{ql^4}{8EI} \downarrow$$

Subject :

Year : Month. Date.



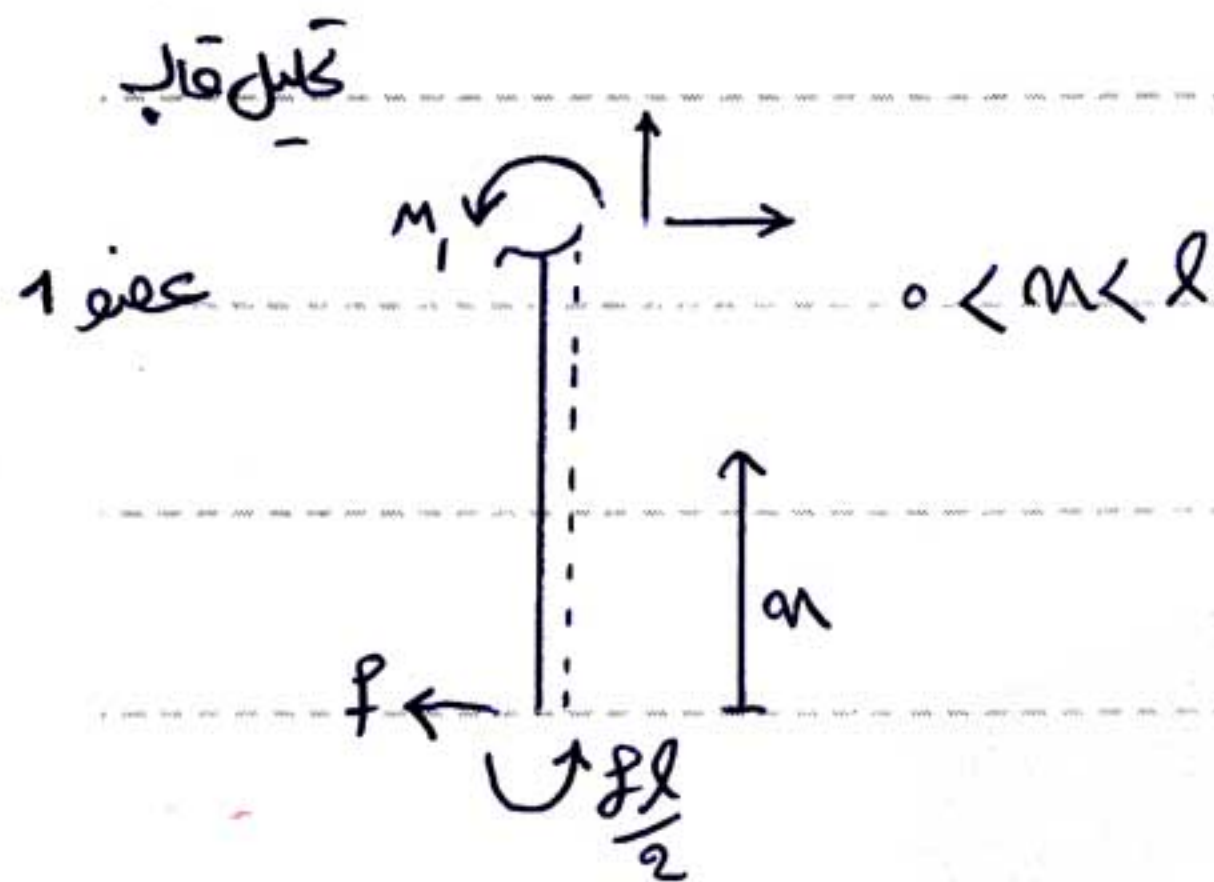
مسئله تغییر مکان افقی نقطه D، ابعاده



$$\sum F_x = 0 \rightarrow -A_x + f = 0 \rightarrow A_x = f$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow A_y = 0$$

$$\sum M_A = 0 \rightarrow -M_A + f \cdot \frac{l}{2} = 0 \rightarrow M_A = f \cdot \frac{l}{2}$$



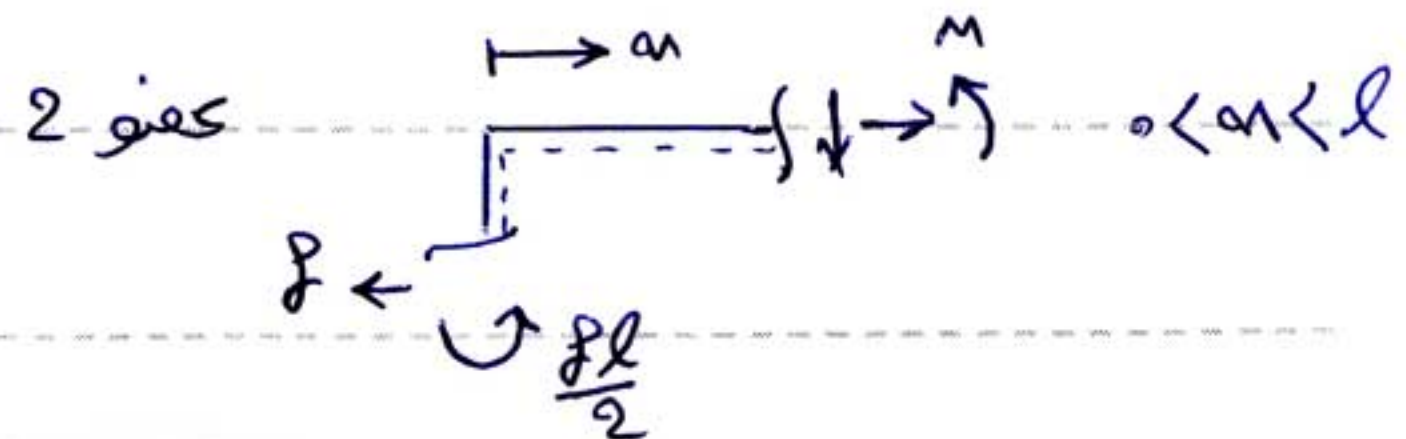
$$\sum M_o = 0 \rightarrow -M + f \cdot m - \frac{f \cdot l}{2} = 0$$

$$M = f \cdot m - \frac{f \cdot l}{2}$$

$$M = f \cdot m - \frac{f \cdot l}{2}$$

در صورتی که $f = P$

$$\frac{\partial M}{\partial f} = m - \frac{l}{2}$$



$$\sum M_o = 0 \rightarrow -M - \frac{f \cdot l}{2} + f \cdot l = 0$$

$$M = -\frac{f \cdot l}{2} + f \cdot l \rightarrow M = f \cdot \frac{l}{2}$$

$$M_{f=P} = \frac{P \cdot l}{2}$$

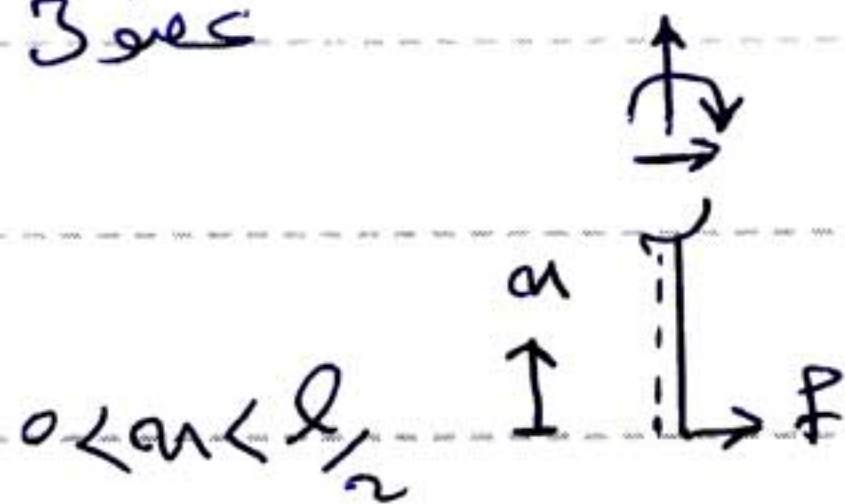
$$\frac{\partial M}{\partial f} = \frac{l}{2}$$

Subject :

Year : Month. Date.



3 sec



$$\sum M_o = 0 \rightarrow M - P \cdot a = 0 \rightarrow M = P \cdot a$$

$$M = P \cdot a$$

$$\frac{\partial M}{\partial P} = a$$

$$\Delta = \int_0^l \frac{M}{EI} \cdot \frac{\partial M}{\partial P} \cdot dx = \int_0^l \frac{P \cdot a - \frac{P \cdot l}{2}}{EI} \cdot \left(a - \frac{l}{2}\right) \cdot dx + \int_0^l \frac{\frac{P \cdot l}{2}}{2EI} \cdot \frac{l}{2} \cdot dx$$

$$+ \int_0^{l/2} \frac{P \cdot a}{EI} \cdot a \cdot da$$

$$\frac{P}{EI} \int_0^l \left(a^2 - a \cdot l + \frac{l^2}{4}\right) da + \frac{P \cdot l^2}{8EI} \int_0^l da + \frac{P}{EI} \int_0^{l/2} a^2 da$$

$$= \frac{P}{EI} \left[\frac{a^3}{3} - \frac{l a^2}{2} + \frac{l^2}{4} a \right]_0^l + \frac{P \cdot l^2}{8EI} a \Big|_0^l + \frac{P}{EI} \left[\frac{a^3}{3} \right]_0^{l/2}$$

$$\frac{P}{EI} \left[\frac{l^3}{3} - \frac{l^3}{2} + \frac{l^3}{4} \right] + \frac{P \cdot l^2}{8EI} [l] + \frac{P}{EI} \left[\frac{l^3}{24} \right] = \frac{4l^3 - 6l^3 + 3l^3 + l^3}{12} = \frac{l^3}{12}$$

$$\rightarrow \frac{P \cdot l^2}{12EI} + \frac{P \cdot l^3}{8EI} + \frac{P \cdot l^3}{24EI} = \frac{2P \cdot l^3 + 3P \cdot l^3 + P \cdot l^3}{24EI} = \frac{6P \cdot l^3}{24EI} = \frac{P \cdot l^3}{4EI} = \Delta$$