

Subject :

Year : Month. Date.

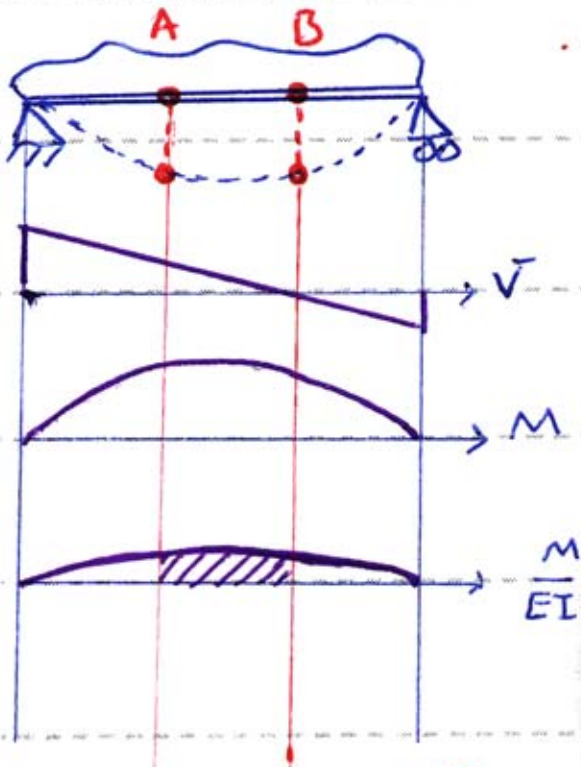


روش قضایای لنبرگ

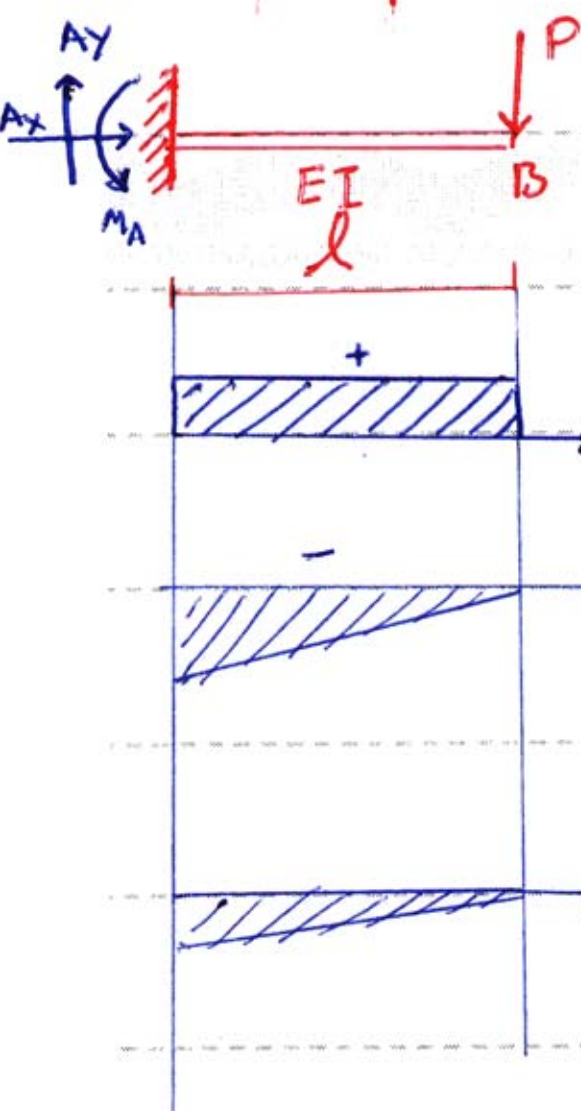
قضیه اول لنبرگ: اگر A و B دو نقطه پروی تیر باشند اختلاف سیب آنها برابر سطح زیر منحنی مموله $\frac{M}{EI}$ بین نقاط A و B است به عبارت دیگر:

$$\theta_B - \theta_A = \int_A^B \frac{M}{EI} dx$$

تذکره: وقتی می توان قضیه اول لنبرگ را مورد استفاده قرار داد بین آنها مفاصل داخلی وجود نداشته باشد.



در تیرستان داده شده سیب انتهای آزاد را بدست آوریم



$$\sum F_x = 0 \rightarrow A_x = 0$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow A_y - P = 0 \rightarrow A_y = P$$

$$\sum M_A = 0 \rightarrow -M_A + Pl = 0 \rightarrow M_A = Pl$$

$$\theta_B - \theta_A = -\frac{1}{2} \left(\frac{Pl}{EI} \right) l \Rightarrow \theta_B = -\frac{Pl^2}{2EI}$$

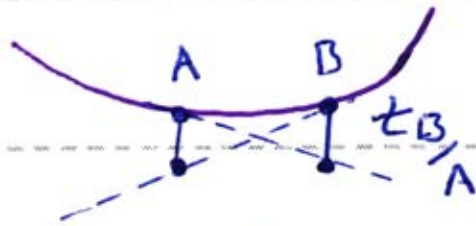
$\theta_A = 0$ (چون تیر در آنجا گیره شده)

Subject :

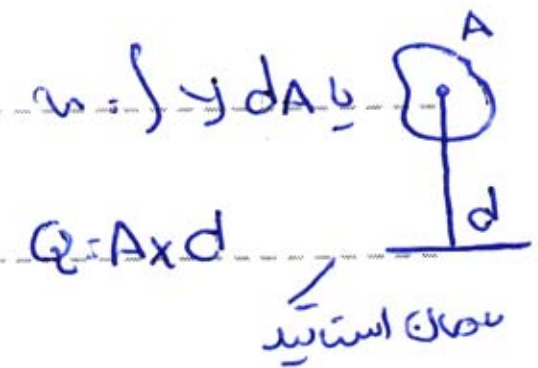
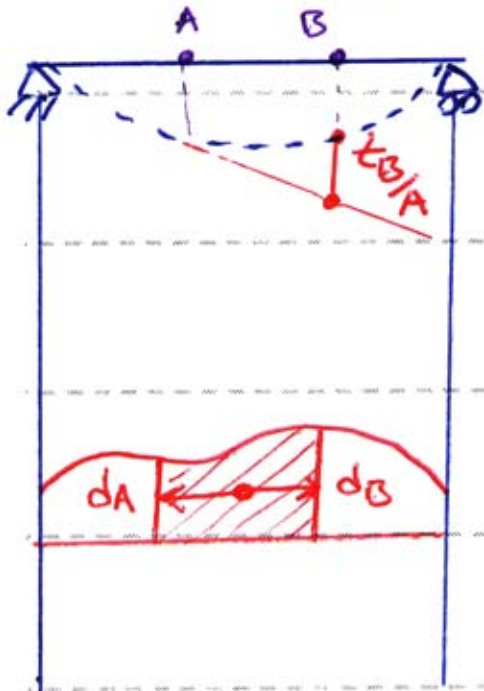
Year : Month. Date.



تعیین دوم گشتاوری. اگر A و B دو نقطه بر روی تیر باشند انحراف نقطه B بر روی منحنی
تعیین شکل از محاسبه رسم شده در نقطه A برابر گشتاوری اول سطح زیر منحنی نمودار $\frac{M}{EI}$
بین نقاط A و B نسبت به نقطه B می باشد.

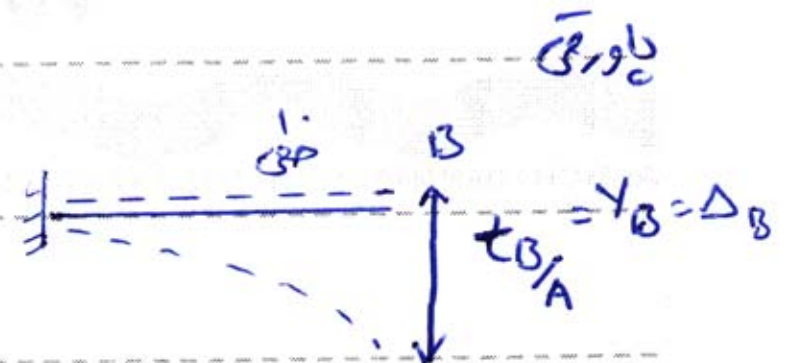
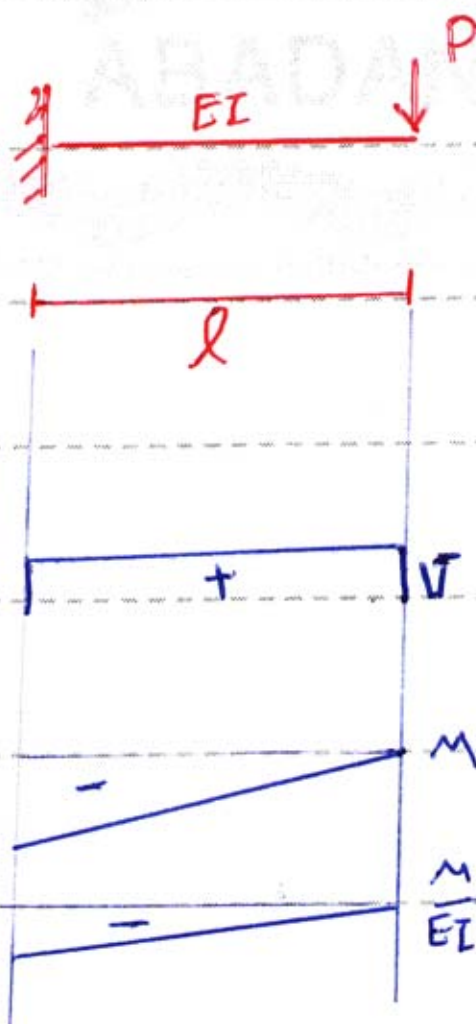


انحراف B از محاسبه رسم شده در A $t_{B/A} \neq t_{A/B}$



تعیین شکل را در تیر زیر را سبب کنید.

نکته
نسبت منحنی در نقطه صفر
حفاظت بود از نسبت خطی
استفاده می کنیم



$$\Delta_B = \Delta_B = t_{B/A}$$

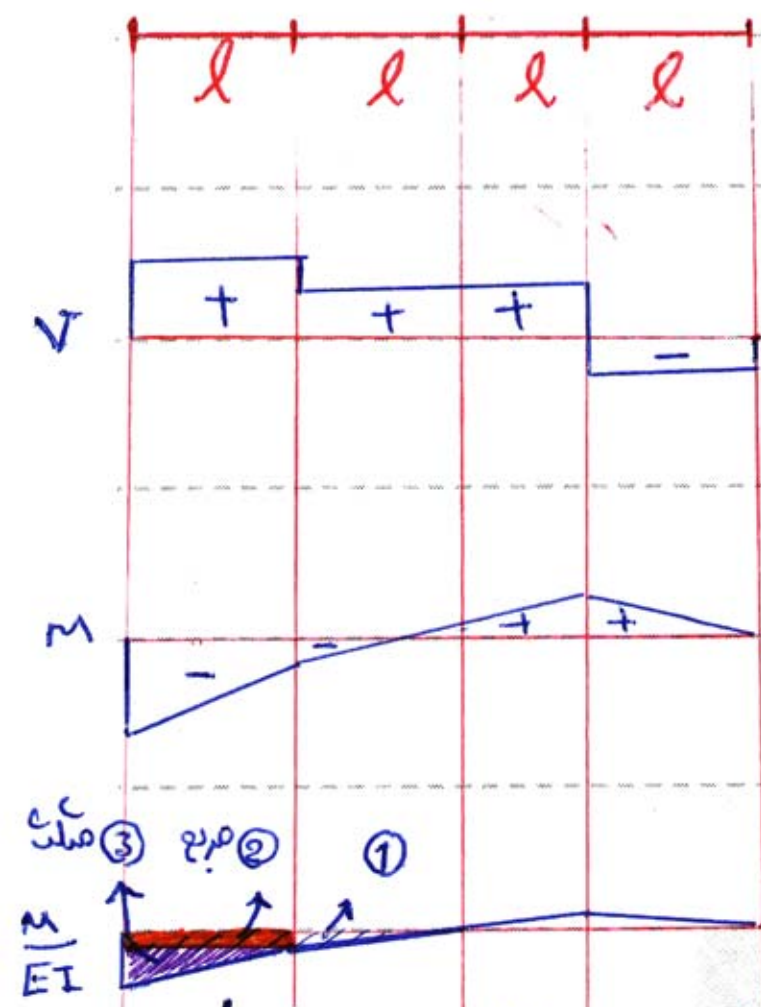
$$\hookrightarrow -\frac{1}{2} \left(\frac{Pl}{EI} \right) \left(\frac{2}{3} l \right) = -\frac{Pl^2}{3EI}$$

Subject :

Year : Month. Date.



در این مثال، مقدار Δ_B ، θ_C ، θ_{BL} و θ_{BR} را بیابید.



$$+\uparrow \sum M_D = 0 \rightarrow Pl - C_y(2l) = 0 \rightarrow C_y = \frac{P}{2}$$

$$+\rightarrow \sum F_x = 0 \rightarrow A_x = 0$$

$$+\uparrow \sum F_y = 0 \rightarrow A_y - P - P + \frac{P}{2} = 0 \rightarrow A_y = \frac{3P}{2}$$

$$+\uparrow \sum M_A = 0 \rightarrow -M_A + Pl + P(3l) - \frac{P}{2}(4l) = 0$$

$$\rightarrow M_A = 2Pl$$

چون سازه نامتناهی است
است آنرا تجزیه می کنیم به یک ضلع و یک مربع

$$\Delta_B = \theta_{B/A} = - \left[\frac{1}{2} \frac{Pl}{EI} \times l \times \frac{2}{3} l \right] - \left[\left(\frac{Pl}{2EI} \times l \right) \left(\frac{3}{2} l \right) - \left(\frac{1}{2} \times \frac{3Pl}{2EI} \times l \right) \times \left(\frac{5}{3} l \right) \right]$$

$$\frac{2Pl}{EI} - \frac{Pl}{2EI} - \frac{5Pl}{2EI} - \frac{3Pl}{2EI} \left\{ \frac{2l}{3} + \frac{l}{1} - \frac{2l+3l}{3} \right\}$$

$$= - \frac{Pl^3}{6EI} - \frac{3Pl^3}{4EI} - \frac{5Pl^3}{4EI} - \frac{-2Pl^3 - 9Pl^3 - 15Pl^3}{12EI} = - \frac{26Pl^3}{12EI} = - \frac{13Pl^3}{6EI}$$

Subject :

Year : Month. Date.



سبب معلوم نیست لذا θ_c را باید بین C و A گرفت. چون سبب A صفر است. اما چون مفصل داخلی داریم

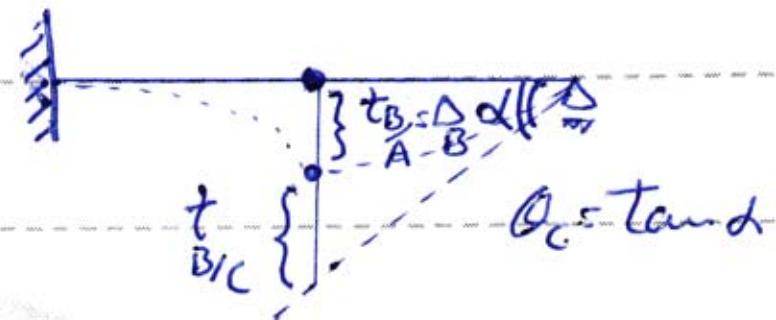
پس نمی توان باز بین C و A گرفت پس باید دنبال راه دیگری بود

سبب خورد

$$\theta_c = \tan \alpha_s + \frac{|t_{B/A}| + |t_{B/C}|}{2l}$$

$$= \frac{26Pl^3}{12EI} + \left[\left(\frac{1}{2} \times \frac{Pl}{4EI} \times 2l \right) (l) \right] = \frac{26Pl^3}{12EI} + \frac{Pl^3}{4EI} = \frac{26Pl^3 + 3Pl^3}{12EI}$$

$$= \frac{29Pl^3}{12EI} \times \frac{2l}{1} = \theta_c = \frac{29Pl^2}{24EI}$$



$$\theta_{BL} = \theta_{BL} - \theta_A \rightarrow \theta_A = 0$$

$$= \left[\frac{1}{2} \times \frac{Pl}{2EI} \times l \right] - \left(\frac{Pl}{2EI} \times l^3 \right) - \left(\frac{1}{2} \times \frac{3Pl}{2EI} \times l \right)$$

$$\theta_{BL} = \frac{Pl^2}{4EI} - \frac{Pl^2}{2EI} - \frac{3Pl^2}{4EI} = \frac{-Pl^3 - 2Pl^2 - 3Pl^2}{4EI} \rightarrow \theta_{BL} = \frac{-6Pl^2}{4EI} = \frac{-3Pl^2}{2EI}$$

$$\theta_{BR} = \frac{29Pl^3}{24EI} - \frac{Pl^2}{4EI} = \frac{29Pl^2 - 6Pl^2}{24EI} = \theta_{BR} = \frac{23Pl^2}{24EI}$$

$$\frac{M}{EI} = \frac{1}{m}$$