



[www.mohandesyar.com](http://www.mohandesyar.com)

عنوان

معادلات

دیفرانسیل

← کاربرد لاپلاس در حل معادلات دیفرانسیل

به کمک تبدیل لاپلاس می توان جواب عمومی بعضی از معادلات را که دارای شرایط اولیه می باشند را بدست آورد برای این کار کافیست از طرفین معادله لاپلاس بگیریم سپس با استفاده از قاعده سوم آنرا ساده کرده تا  $L[y]$  بدست آید پس انجام به کمک لاپلاس معکوس جواب معادله دیفرانسیل مشخص می شود

مثال) با استفاده از لاپلاس جواب عمومی معادله زیر را با توجه به شرایط اولیه داده شده بدست آوریم

$$y'' - 4y' + 4y = m$$

شرایط اولیه

$$y(0) = 0$$

$$y'(0) = 0$$

$$L[y''] - 4L[y'] + 4L[y] = L[m]$$

$$(p^2 L[y] - p y(0) - y'(0)) - 4(p L[y] - y(0)) + 4L[y] = \frac{1}{p^2}$$

$$p^2 L[y] - 4p L[y] + 4L[y] = \frac{1}{p^2}$$

$$(p^2 - 4p + 4)L[y] = \frac{1}{p^2}$$

ساده اند در معادله

Subject :

Year:

Month:

Date:

$$L[y] = \frac{1}{p^2(p^2 - 4p + 4)}$$

$$y = L^{-1} \left[ \frac{1}{p^2(p^2 - 4p + 4)} \right] = L^{-1} \left[ \frac{\frac{1}{(p-2)^2}}{p} \right]$$

\* در اینجا  $p$  داریم بقدر اولی دهیم یا نه

\* دستور انتقال  $(p-2)^2$  را  $p$  فرض می کنیم پس  $\frac{1}{p^2}$  پس  $e^{2m}$  می شود

$$= \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} m e^{2m} dm dm \quad \text{پس چون } p \text{ داریم} \quad \frac{\frac{1}{(p-2)^2}}{p}$$

\* هر وقت  $(p-2)^2$  و یا  $p$  داشته باشیم، ادیدید دستور العمل انتقال را باره نشد

$$y'' + y = \cos x \quad L[y''] + L[y] = L[\cos x]$$

$$\left. \begin{array}{l} y(0) = 0 \\ y'(0) = 1 \end{array} \right\} \text{شرایط اولیه} \quad (p^2[y] - p y(0) - y'(0)) + L[y] = \frac{p}{p^2 + 1}$$

رایج است معلومی می کنیم

$$p^2 L[y] - 1 + L[y] = \frac{p}{p^2 + 1}$$

Subject :

Year:

Month:

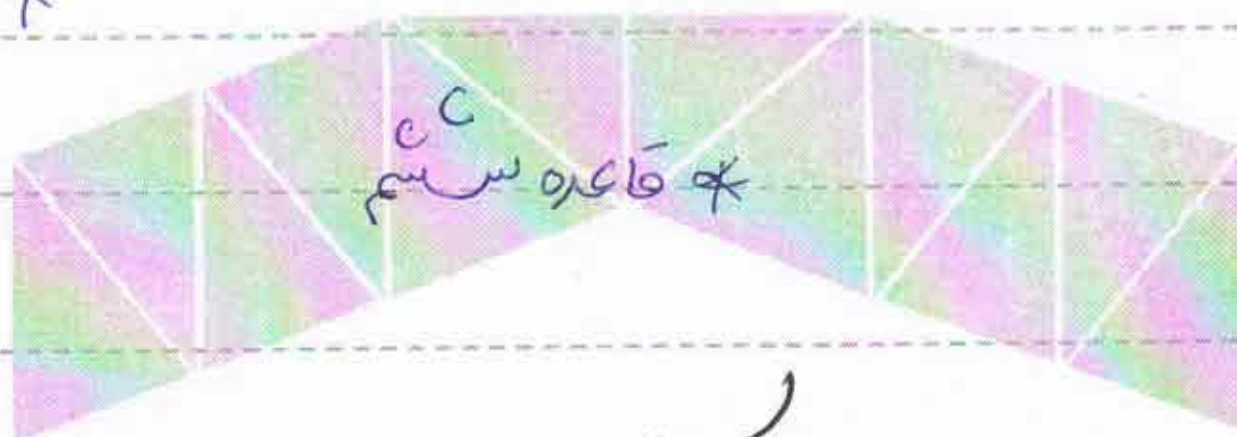
Date:



$$(p^2+1) L[y] = \frac{p}{p^2+1} + 1$$

$$L[y] = \frac{p}{(p^2+1)^2} + \frac{1}{p^2+1} \Rightarrow y = L^{-1} \left[ \underbrace{\frac{p}{(p^2+1)^2}}_{\text{قاعده سین}} + \underbrace{\frac{1}{p^2+1}}_{\text{Sin}}$$

$$y = \underbrace{\frac{1}{2} \sin \sin a}_{*} + \sin a \quad \text{چون } p^2 \text{ توان 2 دارد دستور انتقال بکار نمی رود}$$



ABADANOMRAN

← مکان امروز از نه استن داری بنام پرهیز و اخلاق  
انجمن پرهیزکاری

مسئول  
مهر بان