

بسم الله الرحمن الرحيم

# مخابرات ۱

مدرس: دکتر محمد مولوی کاخکی

نویسنده: سجاد امینی

تهیه و تنظیم: مصطفی خانیکی

نیم سال اول ۹۰-۱۳۸۹

دانشگاه فردوسی مشهد - دانشکده مهندسی

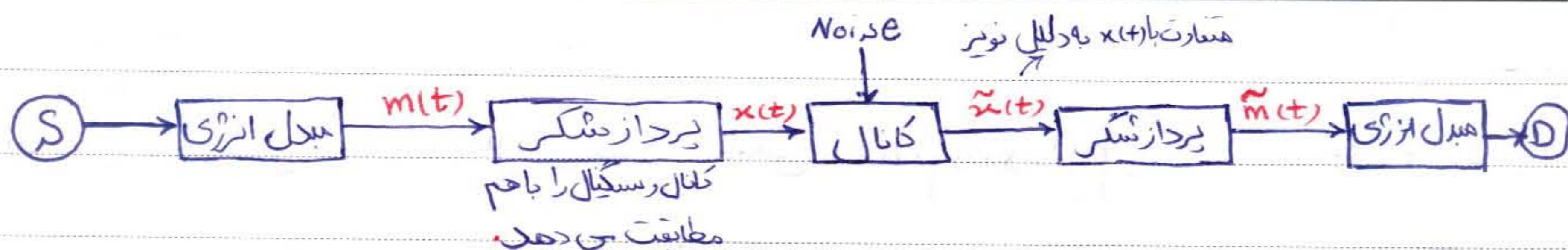
گروه مهندسی برق

Subject:

جلسه اول

Year:

Month: 4 Date: 29 ( )



علت نیاز به پردازشگر:

فضایی خواهیم سگنال را از طریق آنتن انتقال دهیم. آنتن می شود که باید ارتباطی بین ابعاد آنتن و فرکانس سگنال برقرار باشد. حداکثر  $\lambda = \frac{1}{10}$   $\Rightarrow l \approx \frac{c}{10f}$

$$f = 100$$

$$c = 300,000 \text{ km/sec}$$

$$\Rightarrow l \approx 300 \text{ km} \quad \text{عمر منطقی}$$

برای رفع این مشکل سگنال را در یک کسینوسی ضرب می کنیم تا به فرکانس های بالا رود و طول آنتن کاهش یابد. این عمل پردازش است.

قبل از اینکه سگنال به ما برسد ما بی نهایت تابع می توانیم حدس بزنیم که سگنال مورد نظری تواند یکی از آنها باشد. به این فرآیند، فرآیندهای استوکاستیک سگنال های تصادفی می گوئیم.

منابع:

۱- سیستم های ارتباطی نویسنده: A.B. Carlson

Proakis + Masoud Salehi  $\left\{ \begin{array}{l} \text{Comm Systems Engineering} \\ \text{Digital Comm} \end{array} \right.$

Shanmugan نویسنده: Digital and analog Comm

Subject:

Year:      Month:      Date:      ( )

 $m(t)$ 

سیگنال:

اگر برای یک سیگنال به آن اعمال می شود مقایسه یک اهم باشد داریم:

$$P_t = v(t) i(t)$$

$$\left[ \begin{array}{c} + \\ v(t) \\ - \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} \Omega \\ P_t = v(t) i(t) = v^2(t) \end{array} \right.$$

$$\left[ \begin{array}{c} \uparrow \\ i(t) \\ \downarrow \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} \Omega \\ P_t = i(t) v(t) = i^2(t) \end{array} \right.$$

بنابراین توان لحظه ای نرمالیزه شده را به صورت مقابل تعریف می کنیم:

$$P_t \triangleq m^2(t)$$

بنابراین توان لحظه ای نرمالیزه شده یا به طور خلاصه توان لحظه برابر با مجذور سیگنال می باشد.

$$P_{\text{متوسط}} \triangleq \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} m^2(t) dt$$

(توان متوسط)

$$E = \int_{-\infty}^{+\infty} m^2(t) dt \quad (\text{انرژی کل})$$

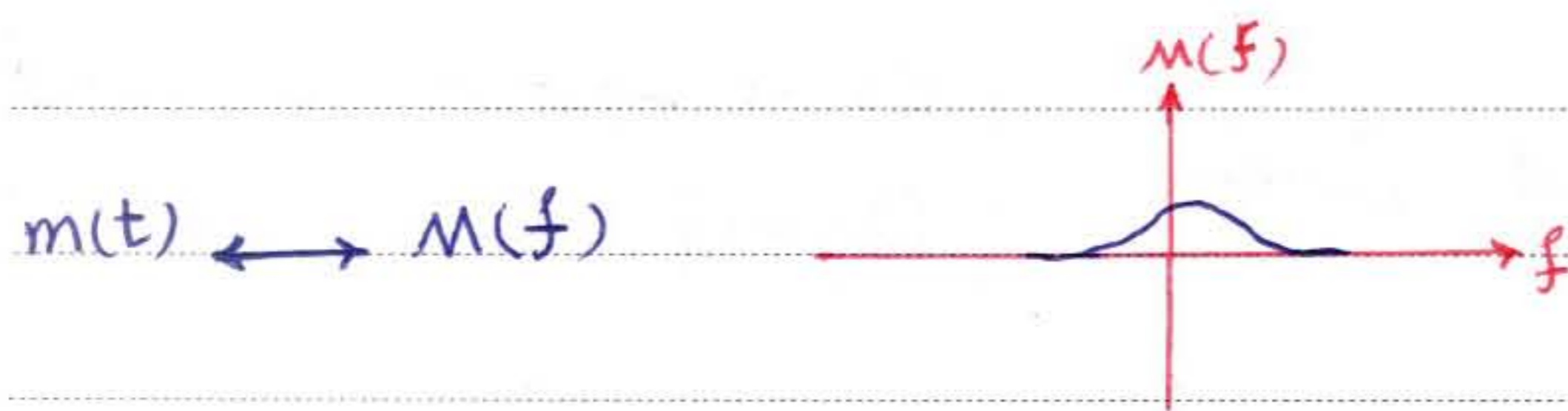
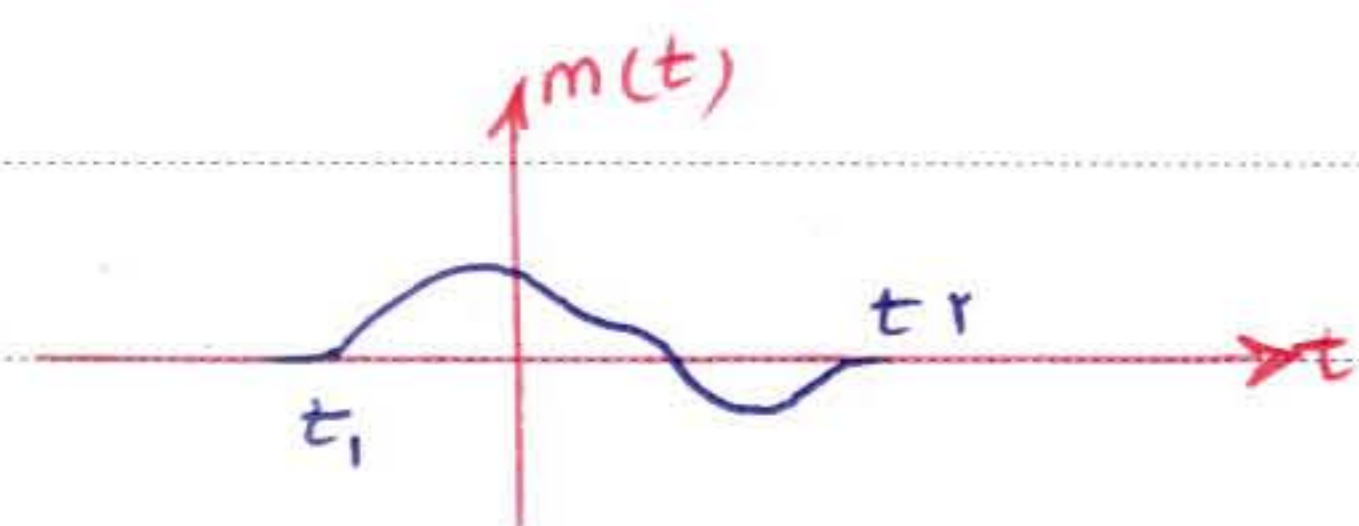
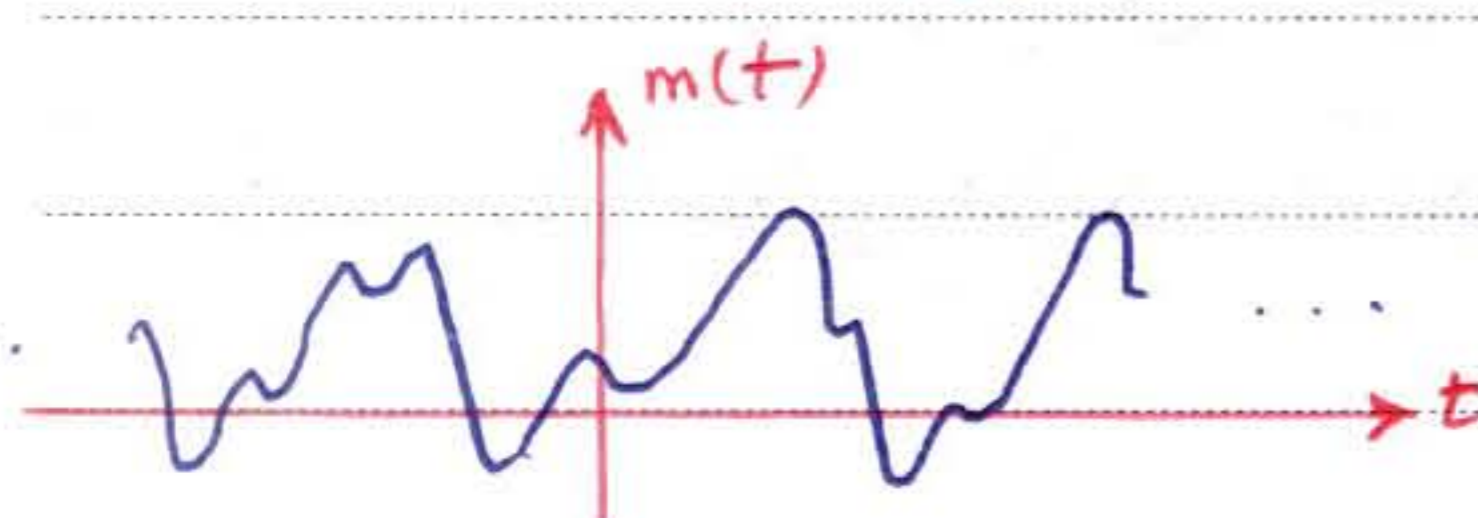
انرژی سیگنال:

سیگنالی مشابه مقابل قادر تمام زمان حضور دارد دارای انرژی بی نهایت هستند و فقط توان متوسط برای آنها قابل تعریف هستند. به این سیگنال ها، سیگنال های توان

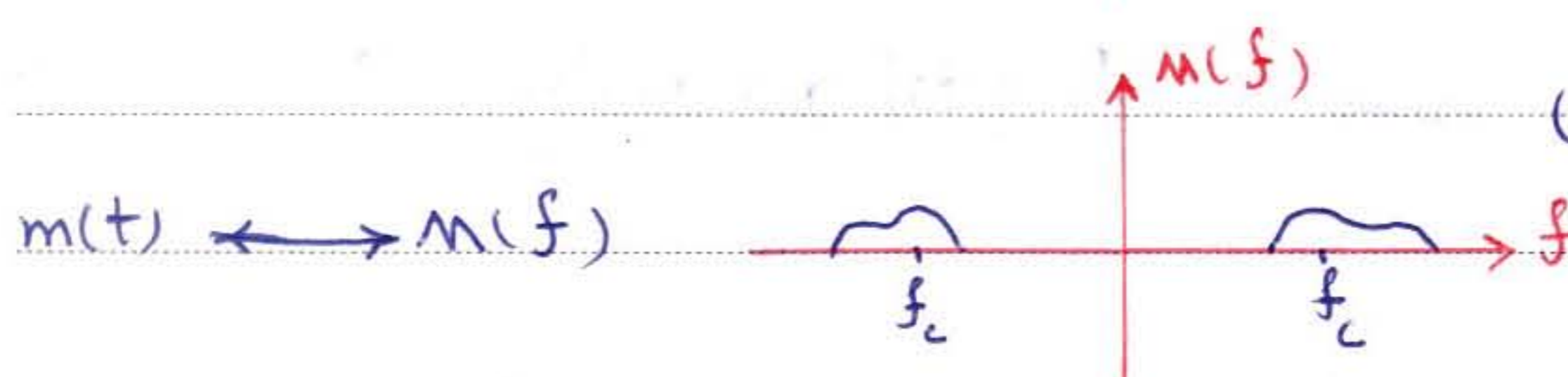
(Power Signals) می گوئیم.

سیگنال مقابل دارای توان متوسط صفر و انرژی محدود

می باشد. به این سیگنال ها سیگنال های انرژی (Energy Signals) می گوئیم.



سیگنال های باند گذر - سیگنال های باند پایه  
Low pass Signals



سیگنال های باند گذر - سیگنال های باند میانی  
Band pass Signals

Subject :

Year . Month . Date . ( )

- به سیگنال‌های فرکانس‌های که متغیر با زمان هستند ، سیگنال‌های فرکانس‌های استوکاستیک می‌گویند .



Subject: جلسه ۳  
Year: Month: ۴ Date: ۳۱ ( )

mh\_abbasi2003@yahoo.com

اسیل استاد حل ترین:  
سه شنبه ۱۲-۲

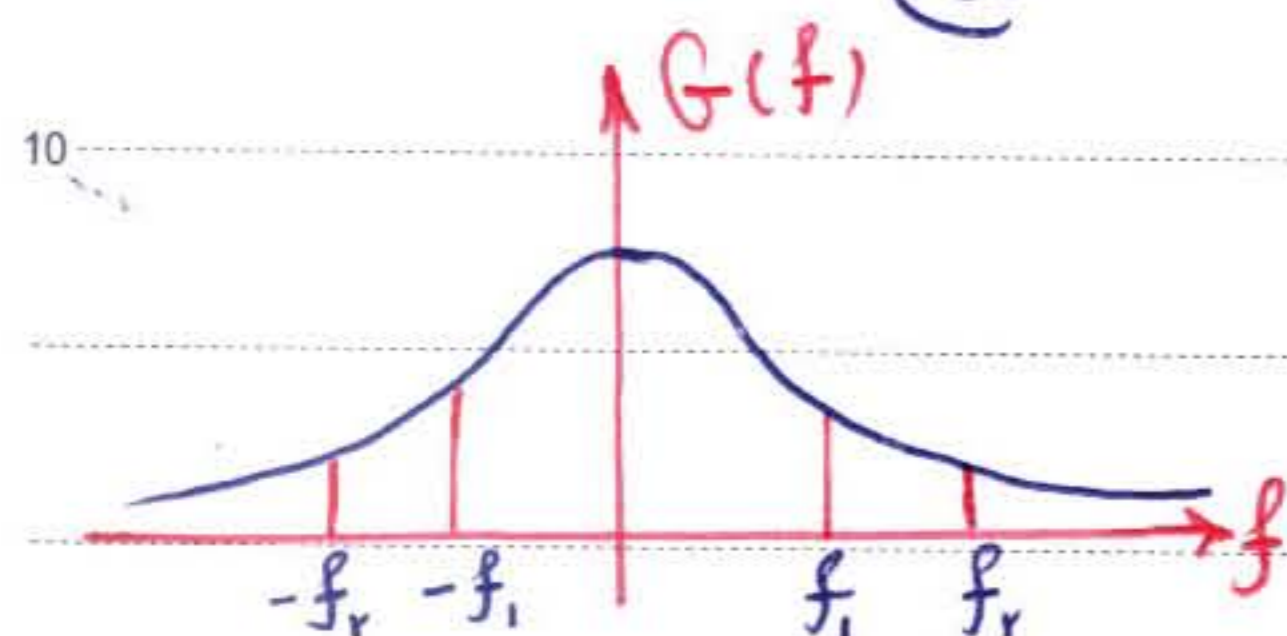
فرض می‌کنیم  $x(t)$  یک سیگنال انرژی باشد و داشته باشیم:

$$x(t) \longleftrightarrow X(f)$$

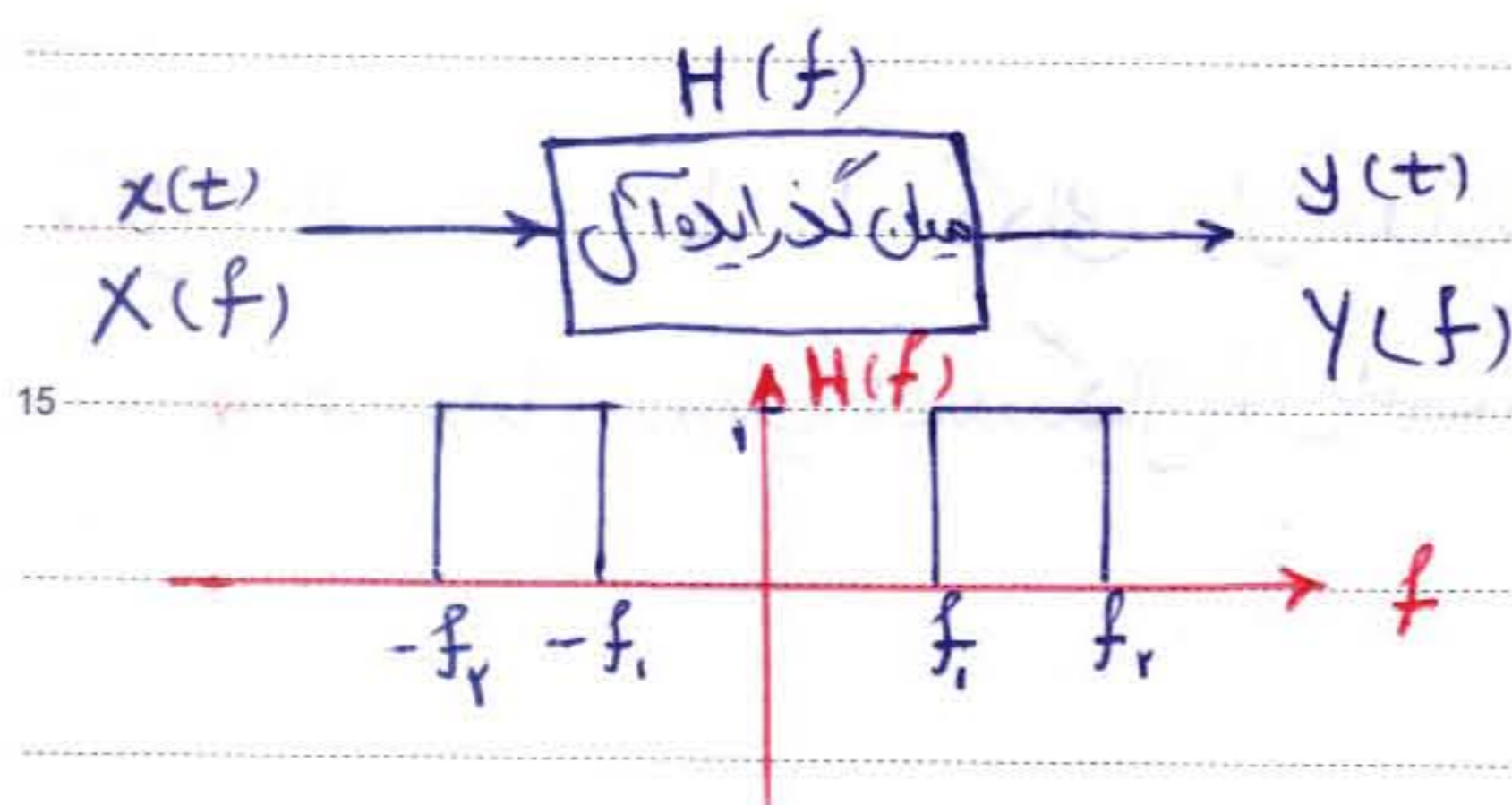
$$E = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{\infty} |X(f)|^2 df$$

تابع چگالی طیف انرژی: Energy Spectral Function

این تابع نشان می‌دهد که انرژی سیگنال چگونه در فرکانس‌های مختلف توزیع شده است.



در این تابع هر سطح زیر دو فرکانس مشخص برابر با انرژی سیگنال در آن فرکانس‌ها است.



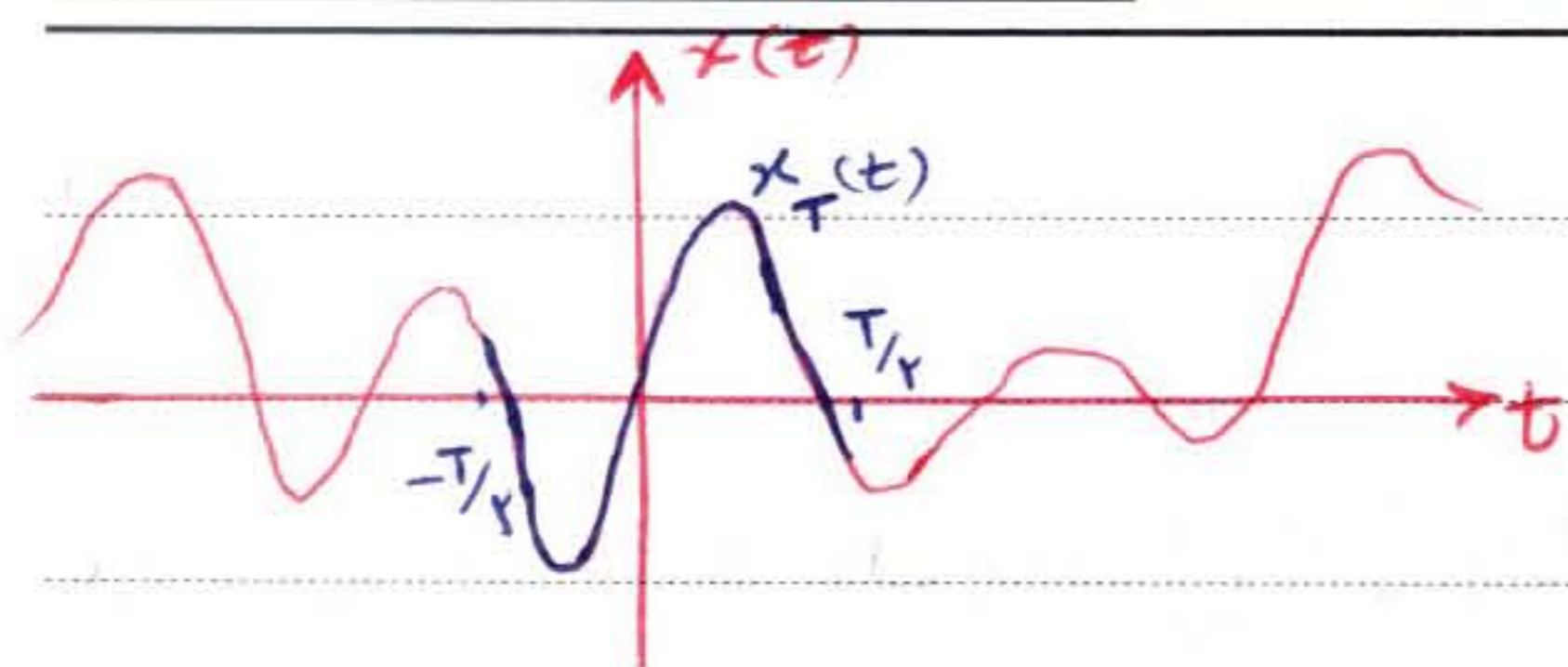
$$Y(f) = X(f) H(f)$$

$$E_y = \int_{-\infty}^{\infty} |Y(f)|^2 df = \int_{-f_i}^{f_i} |X(f)|^2 df = \text{انرژی مربوط به فرکانس‌های } f \text{ کمتر تا } f_r \text{ و بیشتر تا } f_r \text{ و کمتر تا } f_i$$

هرگاه  $G(f)$  از زوج کریم نتیجه می‌گیریم که سیگنال حقیقی است.  $G(f) = |X(f)|^2$

Subject:

Year:      Month:      Date: ( )



حال فرض می‌کنیم  $x(t)$  یک سیگنال توان باشد.

$$x_T(t) = x(t)P\left(\frac{t}{T}\right) \Rightarrow G(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{|X_T(f)|^2}{T} \quad (1)$$

$$x_T(t) \longleftrightarrow X_T(f)$$

برای پیدا کردن چگالی توان یک قطعه به طول  $T$  انتخاب، انرژی آن را بدست آورد و سپس بر  $T$  تقسیم می‌کنیم. حال با میل  $T$  به بینهایت تابع  $G(f)$  طیف توان را بدست می‌آوریم.

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} G(f) df \Rightarrow [G(f)] = \frac{\text{توان}}{\text{اهم}} \quad \text{هر هرتز}$$

$$E_{f_0} = \int_{f_0 - \frac{df}{T}}^{f_0 + \frac{df}{T}} G(f) df \approx G(f_0) df$$

**مثال:** با استفاده از رابطه ۱ چگالی توان یک تابع پریودیک را بدست آورید؟  
 \* هر سیگنال پریودیک یک سیگنال توان است زیرا انرژی یک سیگنال پریودیک بینهایت است.

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{jn\omega_0 t} \quad \omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$$

$$x_T(t) = P\left(\frac{t}{T}\right)x(t) \longleftrightarrow X_T(f)$$

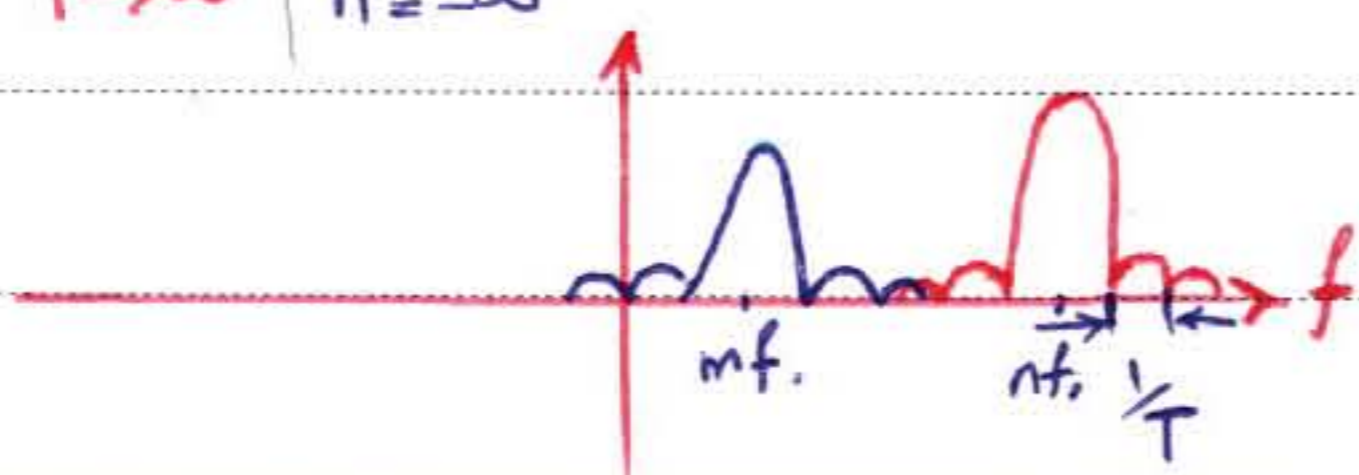
$$P\left(\frac{t}{T}\right) \longleftrightarrow T \sin fT$$

$$x(t) \longleftrightarrow \sum c_n \delta(f - nf_0)$$

$$X_T(f) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} T c_n \text{Sinc } T(f - nf_0), \quad f_0 = \frac{1}{T_0}$$

$$|X_T(f)| = \left| \sum_{n=-\infty}^{\infty} T |c_n| |\text{Sinc } T(f - nf_0)| \right|$$

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{|X_T(f)|^2}{T} = \lim_{T \rightarrow \infty} \left[ \sum_{n=-\infty}^{\infty} T |c_n|^2 \text{Sinc}^2 T(f - nf_0) + \lim_{T \rightarrow \infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} T |c_n| |c_m| |\text{Sinc } T(f - nf_0)| |\text{Sinc } T(f - mf_0)| \right]$$



Subject :

Year . Month . Date . ( )

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{|x_T(f)|^2}{T} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |c_n|^2 \delta(f - n f_0)$$

5  $x(t)$ 

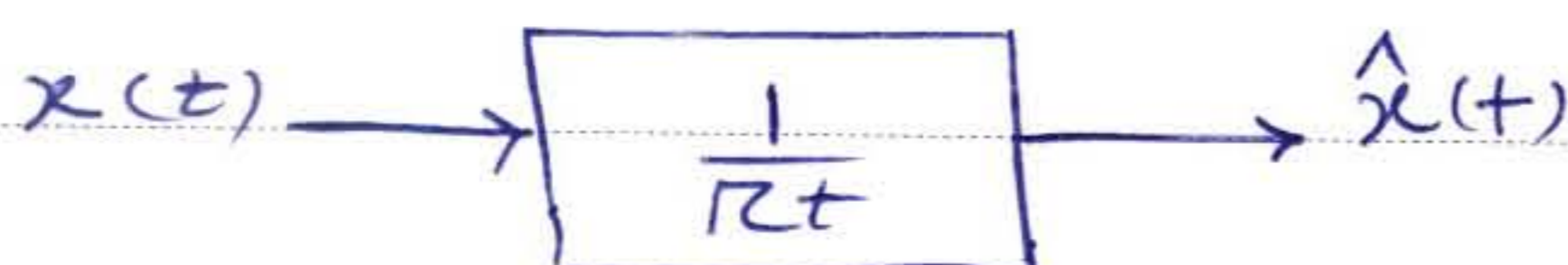
$$\hat{x}(t) \triangleq x(t) * \frac{1}{\pi t}$$

تبدیل هیلبرت:

برای تبدیل هیلبرت یک سیگنال باید سیستمی

با پاسخ ضربه  $\frac{1}{\pi t}$  داشته باشیم اما این سیستم

عملی نخواهد بود و نمی توان چنین سیستمی ساخت.



10  $x(t) \longleftrightarrow X(f)$

$$\hat{x}(t) \longleftrightarrow X_h(f)$$

$$\frac{1}{\pi t} \longleftrightarrow -j \text{Sign}(f)$$

$$X_h(f) = -j \text{Sign}(f) X(f)$$

15  $X(f) = |X(f)| e^{j\angle X(f)}$

$$X_h(f) = |X_h(f)| e^{j\angle X_h(f)}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -j \text{Sign}(f) = \begin{cases} -j & f > 0 \\ j & f < 0 \end{cases} = \begin{cases} e^{-j\pi/2} & f > 0 \\ e^{j\pi/2} & f < 0 \end{cases} \end{array} \right.$$

$$|-j \text{Sign}(f)| = 1$$

$$|X_h(f)| = |X(f)|$$

$$\Rightarrow \angle X_h(f) = \begin{cases} \angle X(f) - \pi/2 & f > 0 \\ \angle X(f) + \pi/2 & f < 0 \end{cases}$$

20

مثال: فرض کنید  $x(t) = a \cos(2\pi f_0 t)$ ،  $\hat{x}(t)$  را حساب کنید.

$$x(t) = \frac{1}{2} a e^{j2\pi f_0 t} + \frac{1}{2} a e^{-j2\pi f_0 t}$$

$$\xrightarrow[\text{تبدیل هیلبرت}]{\text{خطی و مستقل از زمان}} \hat{x}(t) = \frac{1}{2} a e^{j2\pi f_0 t} e^{-j\pi/2} + \frac{1}{2} a e^{-j2\pi f_0 t} e^{j\pi/2}$$

$$\Rightarrow \hat{x}(t) = \frac{1}{2} a e^{j(\pi f_0 t - \pi/2)} + \frac{1}{2} a e^{-j(\pi f_0 t - \pi/2)}$$

$$\Rightarrow \hat{x}(t) = a \cos(\pi f_0 t - \pi/2)$$

Subject :

Year .      Month .      Date .      ( )

$$x(t) = a_1 \cos \omega_1 t + a_r \cos \omega_r t - a_\mu \sin \omega_\mu t$$

مثال:

$$\hat{x}(t) = a_1 \cos(\omega_1 t - \frac{\pi}{\omega_1}) + a_r \cos(\omega_r t - \frac{\pi}{\omega_r}) - a_\mu \sin(\omega_\mu t - \frac{\pi}{\omega_\mu})$$

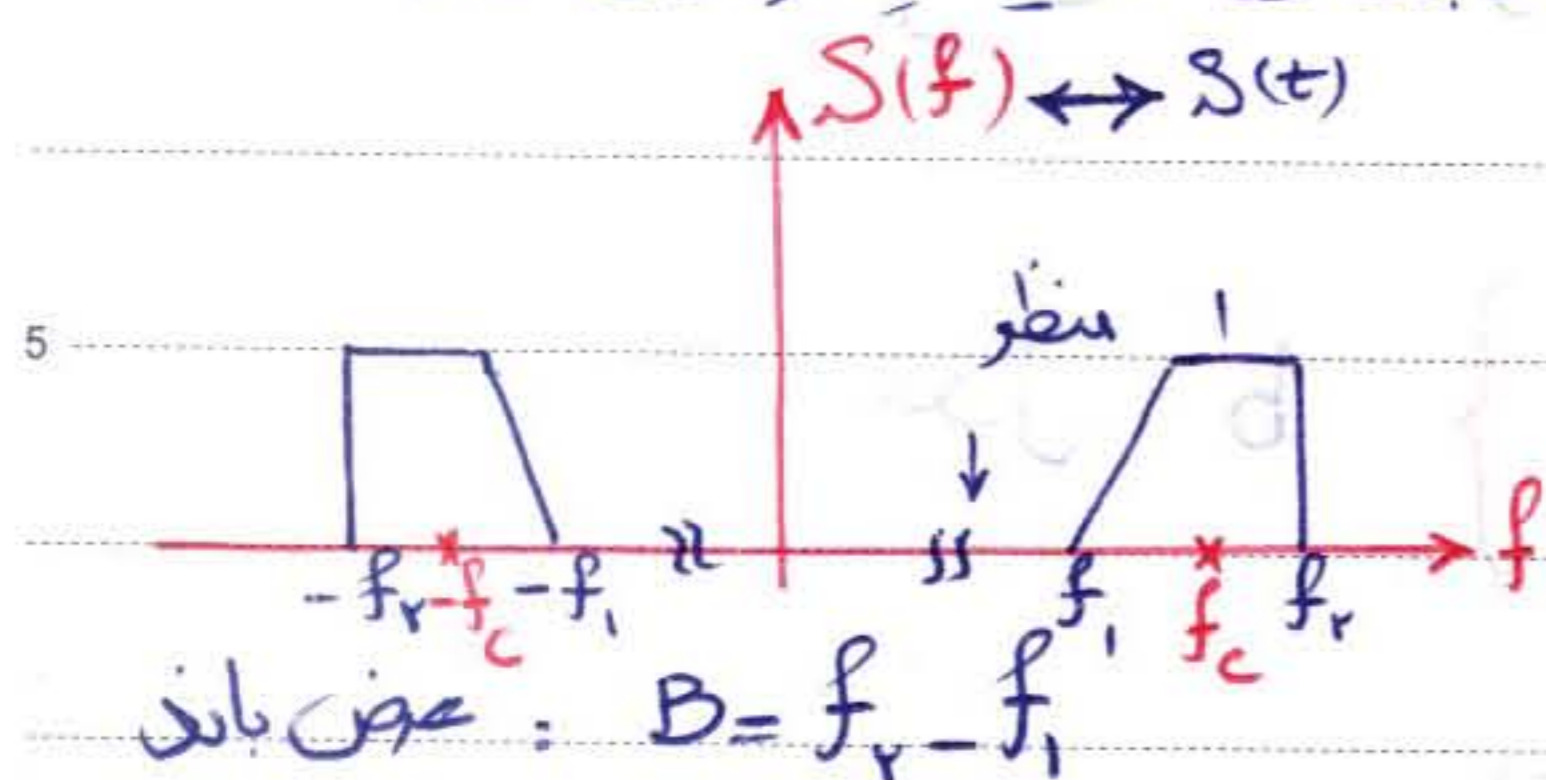
$$\Rightarrow \hat{x}(t) = a_1 \cos \omega_1 (t - \frac{\pi}{\omega_1}) + a_r \cos \omega_r (t - \frac{\pi}{\omega_r}) - a_\mu \sin \omega_\mu (t - \frac{\pi}{\omega_\mu})$$

5. همانطور که می بینیم در حوزه زمان یک اعوجاج زیادی به سیگنال می دهد.

Subject: جلسه سوم  
 Year: Month: V Date: 5 ( )

## سیگنال‌های میان‌گذر و پایین‌گذر

اگر سیگنالی ضیف فرکانسیس حول یک فرکانس میانی غیر صفر بود. یا از یک فیلتر میان‌گذر عبور کند، به آن سیگنال، سیگنال ضیف میانی می‌گویم.

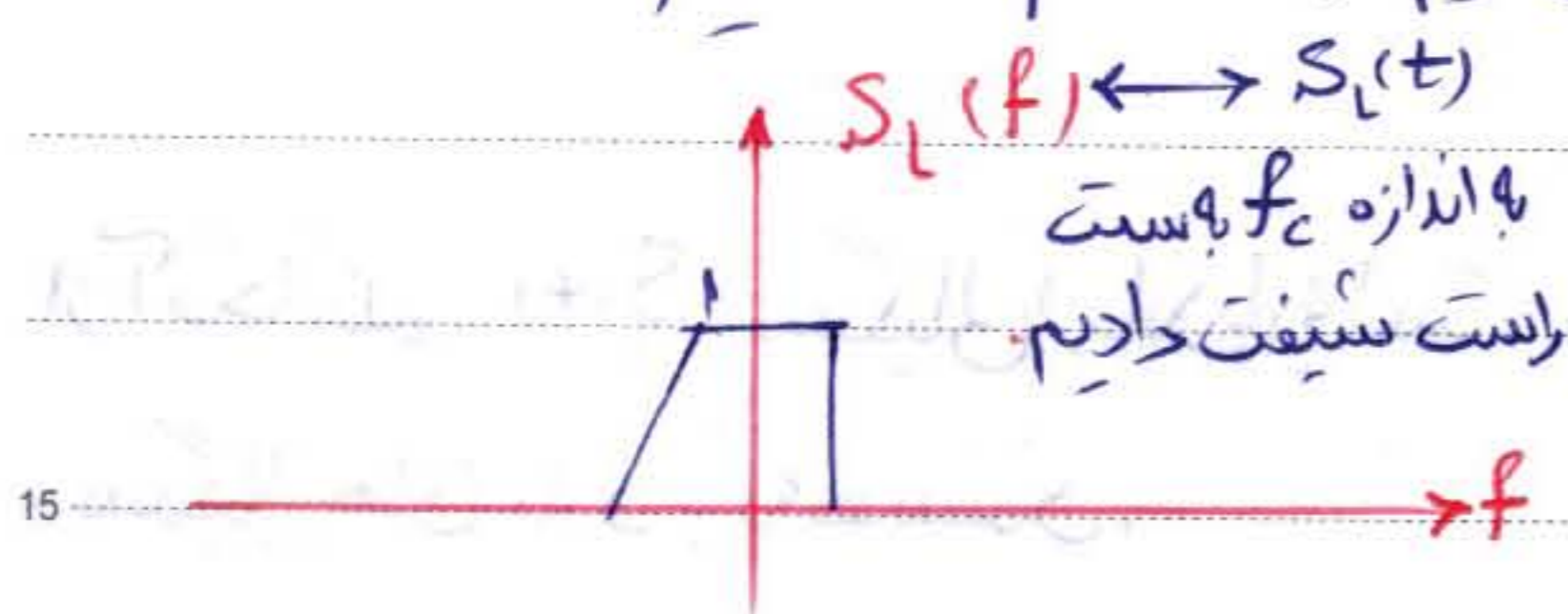


در سرتاسر بحث ما، منظور از سیگنال میان‌گذر سیگنالی است که حقیقی می‌باشد.

سیگنال باریک عرض سیگنالی است که یکی از شرایط زیر در آن برقرار باشد:

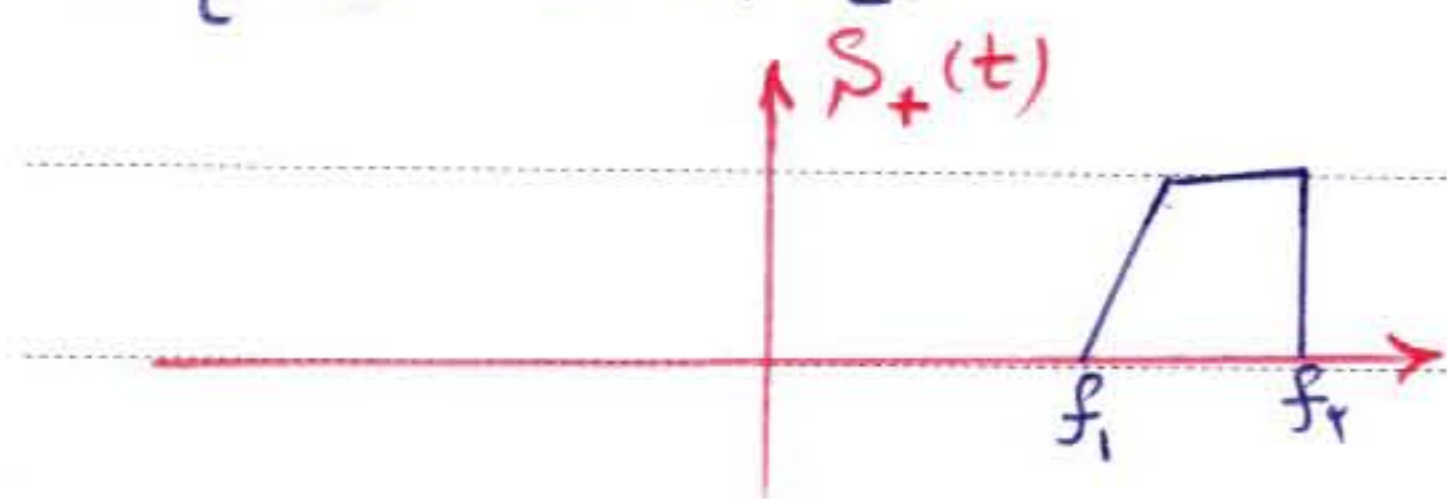
$$\frac{f}{B} \gg 1 \quad \frac{B}{f} \ll 1$$

یک فرکانس بین  $f_l$  و  $f_r$  را انتخاب می‌کنیم و  $f_c$  نام می‌گذاریم.



سیگنال باند پایه معادل  $S(f)$

$$S_l(f) = S(f + f_c)$$



$$S_+(f) = S(f) u(f)$$

$$S(f) \leftrightarrow S(t)$$

$$u(f) \leftrightarrow \frac{1}{4} \delta(t) + \frac{j}{4\pi t}$$

$$S_+(t) = S(t) * \left[ \frac{1}{4} \delta(t) + \frac{j}{4\pi t} \right]$$

$$\Rightarrow S_+(t) = \frac{1}{4} S(t) + \frac{j}{4} \hat{S}(t) \quad (1)$$

$$S_l(f) = S_+(f + f_c) \Rightarrow S_l(t) = S_+(t) e^{-j2\pi f_c t} \Rightarrow S_+(t) = S_l(t) e^{j2\pi f_c t} \quad (2)$$

$$\frac{1}{4} S(t) + \frac{j}{4} \hat{S}(t) = S_l(t) e^{j2\pi f_c t}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} S(t) = 2 \operatorname{Re} [S_l(t) e^{j2\pi f_c t}] \\ \hat{S}(t) = 2 \operatorname{Im} [S_l(t) e^{j2\pi f_c t}] \end{array} \right\} \text{ مدل a}$$

Subject :

Year . Month . Date . ( )

$$S_i(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} S_i(t) + \frac{j}{\sqrt{2}} S_q(t) \rightarrow \begin{cases} S_i(t) : \\ S_q(t) : \end{cases}$$

دو برابر نسبت حقیقی  
دو برابر نسبت موهومی

$$S(t) = \sqrt{2} \operatorname{Re} \left[ \left( \frac{1}{\sqrt{2}} S_i(t) + \frac{j}{\sqrt{2}} S_q(t) \right) (\cos 2\pi f_c t + j \sin 2\pi f_c t) \right]$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow S(t) &= S_i(t) \cos 2\pi f_c t - S_q(t) \sin 2\pi f_c t \\ \Rightarrow \hat{S}(t) &= S_i(t) \sin 2\pi f_c t + S_q(t) \cos 2\pi f_c t \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \text{ مدل b}$$

$$S_i(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} S_i(t) + \frac{j}{\sqrt{2}} S_q(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} R(t) e^{j\phi(t)}$$

$$R(t) = \sqrt{S_i^2(t) + S_q^2(t)}$$

$$\phi(t) = \tan^{-1} \frac{S_q(t)}{S_i(t)}$$

$$S(t) = \sqrt{2} \operatorname{Re} \left[ \frac{1}{\sqrt{2}} R(t) e^{j\phi(t)} e^{j2\pi f_c t} \right] \Rightarrow S(t) = R(t) \cos(2\pi f_c t + \phi(t)) \quad \text{مدل c}$$

از آنجایی که  $S_i(t)$  مسگنالی ازباند پایه است، مسگنال های  $S_i(t)$ ،  $S_q(t)$ ،  $R(t)$ ،  $\phi(t)$  هم مسگنال های باند پایه هستند.

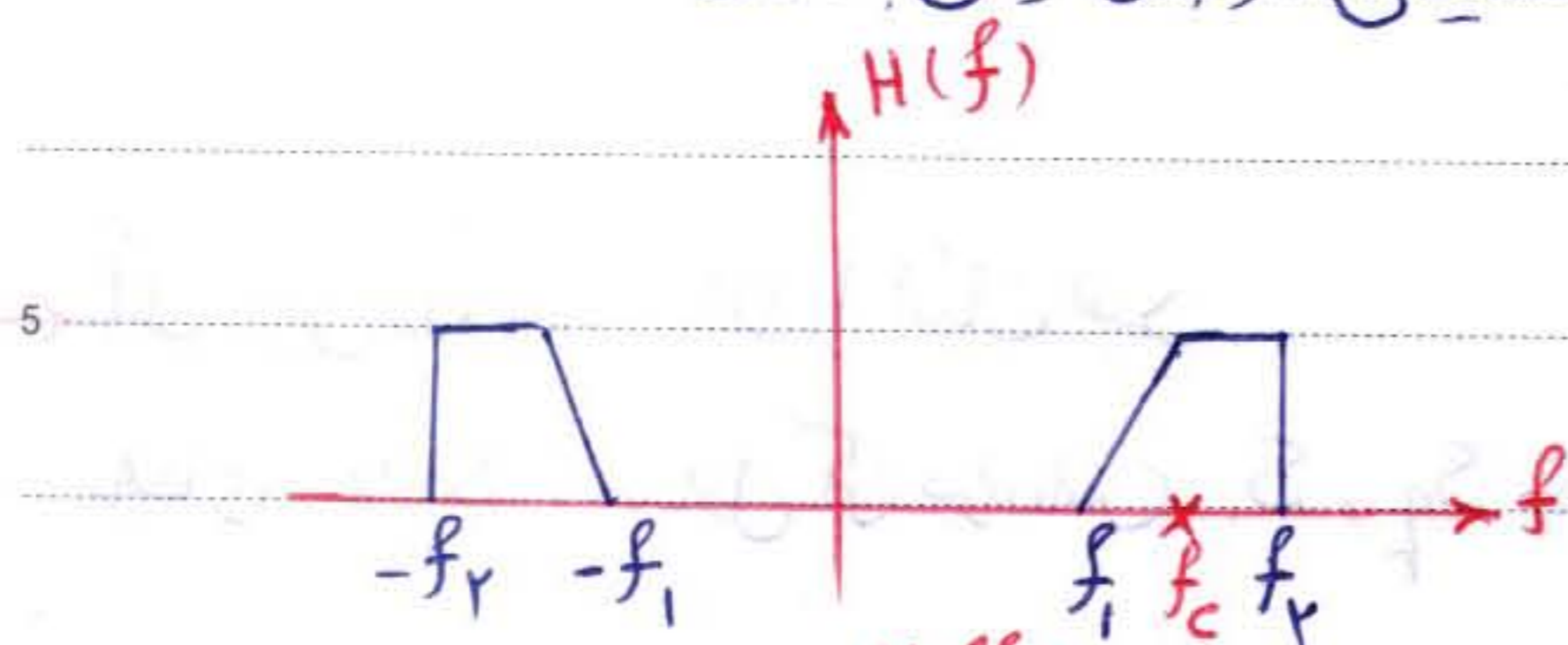
$$S(f) = \frac{1}{\sqrt{2}} [S_i(f - f_c) + S_i^*(-f - f_c)] \quad \leftarrow \text{نشان دهید}$$

Subject:

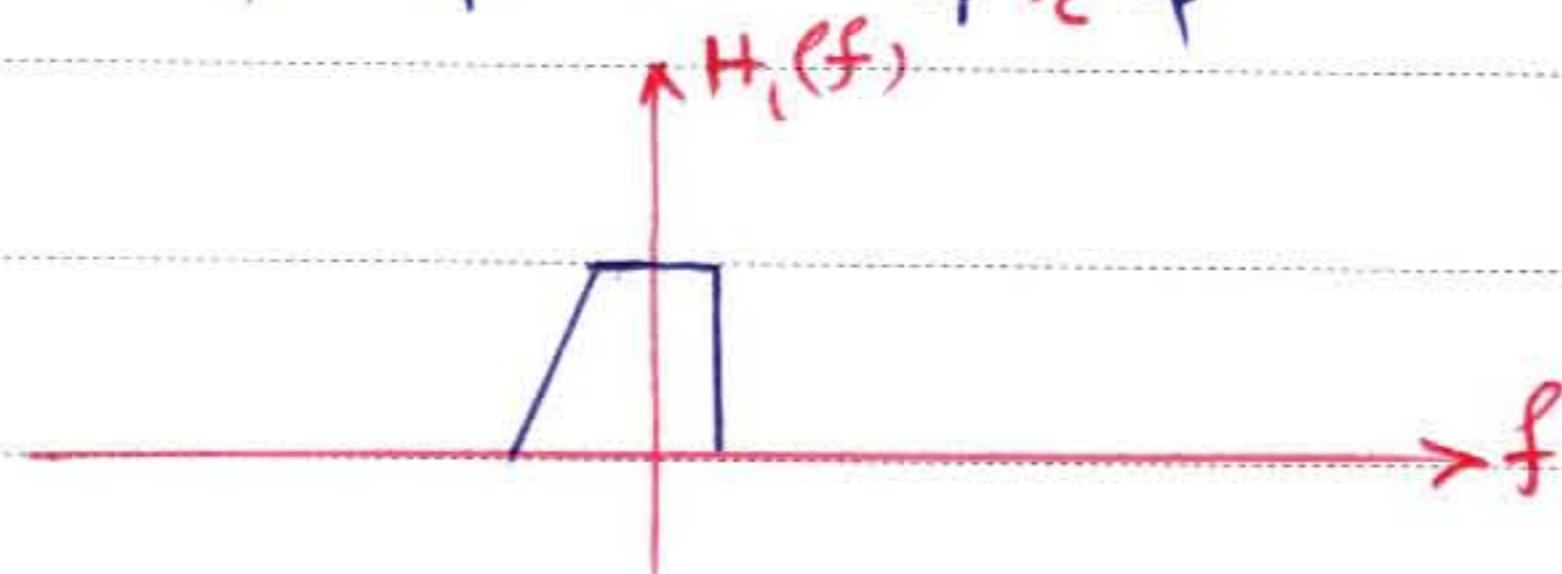
Year. Month. Date. ( )

سیستم‌ها

سیستم بازخوبانی سیستمی است که پاسخ آن سگنالی از بازخوبانی باشد.



سیستم معادل: سیستمی از بازخوبانی است.



سیستم پارس گذر معادل سیستم بالا

$$\begin{aligned}
 & S(t) \xrightarrow{H(f)} Q(t) \\
 & S_1(t) \xrightarrow{H_1(f)} Q_1(t)
 \end{aligned}
 \left. \begin{array}{l} \text{انتقال} \\ u(f+f_c) \end{array} \right\}
 \begin{aligned}
 & Q(f) = H(f) S(f) \\
 & f \rightarrow f + f_c
 \end{aligned}
 \Rightarrow Q(f+f_c) = S(f+f_c) H(f+f_c)$$

$$\Rightarrow Q_1(f) = H_1(f) S_1(f) \Rightarrow Q_1(t) = H_1(t) * S_1(t)$$

نشان دهید اگر انتخاب  $f_c$  را عوض کنیم،  $R(t)$  عوض نمی‌شود.

$$\begin{cases}
 S(t) = S_i(t) \cos 2\pi f_c t - S_q(t) \sin 2\pi f_c t \\
 \hat{S}(t) = S_i(t) \sin 2\pi f_c t + S_q(t) \cos 2\pi f_c t
 \end{cases}$$

$$\begin{cases}
 S_i(t) = S(t) \cos 2\pi f_c t + \hat{S}(t) \sin 2\pi f_c t \\
 S_q(t) = \hat{S}(t) \cos 2\pi f_c t - S(t) \sin 2\pi f_c t
 \end{cases}$$

$$R(t) = \sqrt{S_i^2(t) + S_q^2(t)} = \sqrt{S^2(t) \cos^2 \omega_c t + \hat{S}^2(t) \sin^2 \omega_c t + \hat{S}^2(t) \cos^2 \omega_c t + S^2(t) \sin^2 \omega_c t}$$

$$\Rightarrow R(t) = \sqrt{S^2(t) + \hat{S}^2(t)}$$

همانطور که می‌بینیم مقدار  $R(t)$  مستقل از انتخاب  $f_c$  است.

Subject :

Year . Month . Date . ( )

اندازه گذشتیم چون سیگنال حقیقی است

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} s_1^2(t) dt = \int_{-\infty}^{\infty} |s_1(f)|^2 df$$

$$E_1 = \int_{-\infty}^{\infty} |s_1(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{\infty} |s_1(f)|^2 df$$

$$\Rightarrow E = 2E_1$$

بانی روشن دقت، بالا را اثبات کنی

جای  $s_1(t)$  ، معادل آن بر اساس  $s_1$  ،  $s_2$  و  $s_3$  قرار دهیم

راهنای  $\rightarrow$

Subject:

Year:

Month:

Date:

جلسه چهارم  
۱۴

مدولاسیون:

$$x_{bp}(t) = x_I(t) \cos 2\pi f_0 t - x_Q(t) \sin 2\pi f_0 t$$

مدولاسیون AM:

$$x_{LP}(t) = \frac{1}{2} x_I(t) + \frac{j}{2} x_Q(t)$$

مدولاسیون های موج پیوسته خطی:

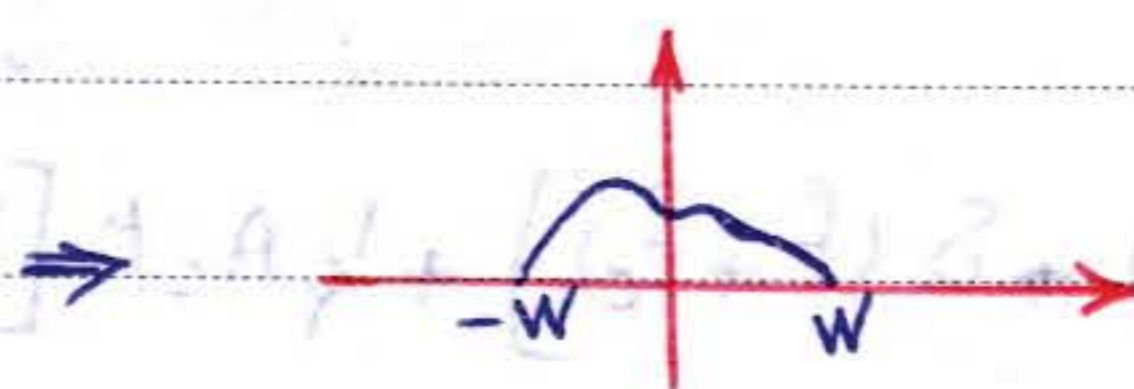
الف) مدولاسیون دامنه (AM)

\* خبر انرژی پوش سیگنال سینوسی قرار می دهیم.

$$c(t) = A_c \cos 2\pi f_0 t$$

خبر باند پایه  $x(t)$  خبر

$X(f)$  باند  $W$



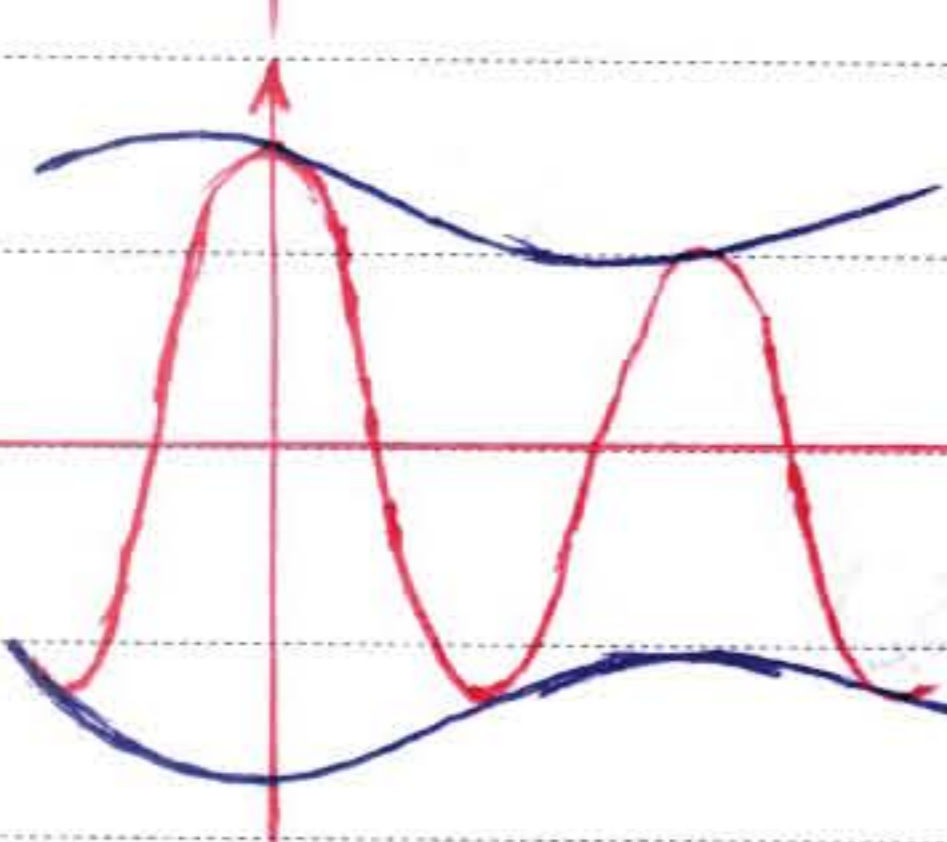
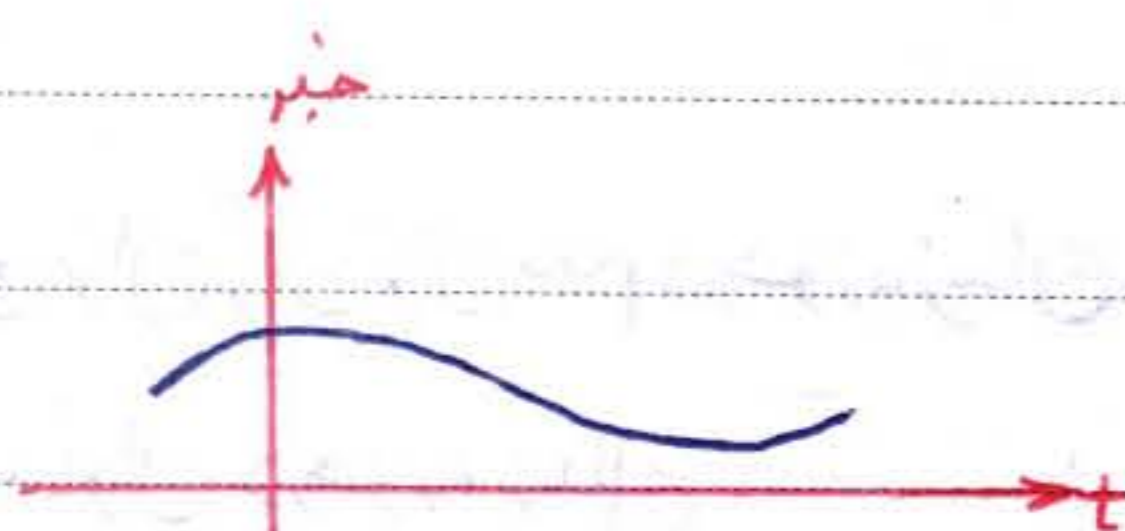
$$S_x \ll 1$$

$$\langle x \rangle = 0$$

$$x_c(t) = A_c (1 + \mu x(t)) \cos 2\pi f_0 t$$

۴: اندیس مدولاسیون AM

توی این شرط های ما اینست که  $|x(t)| < 1$   
اگر  $|x(t)| > 1$  نباشد آنگاه

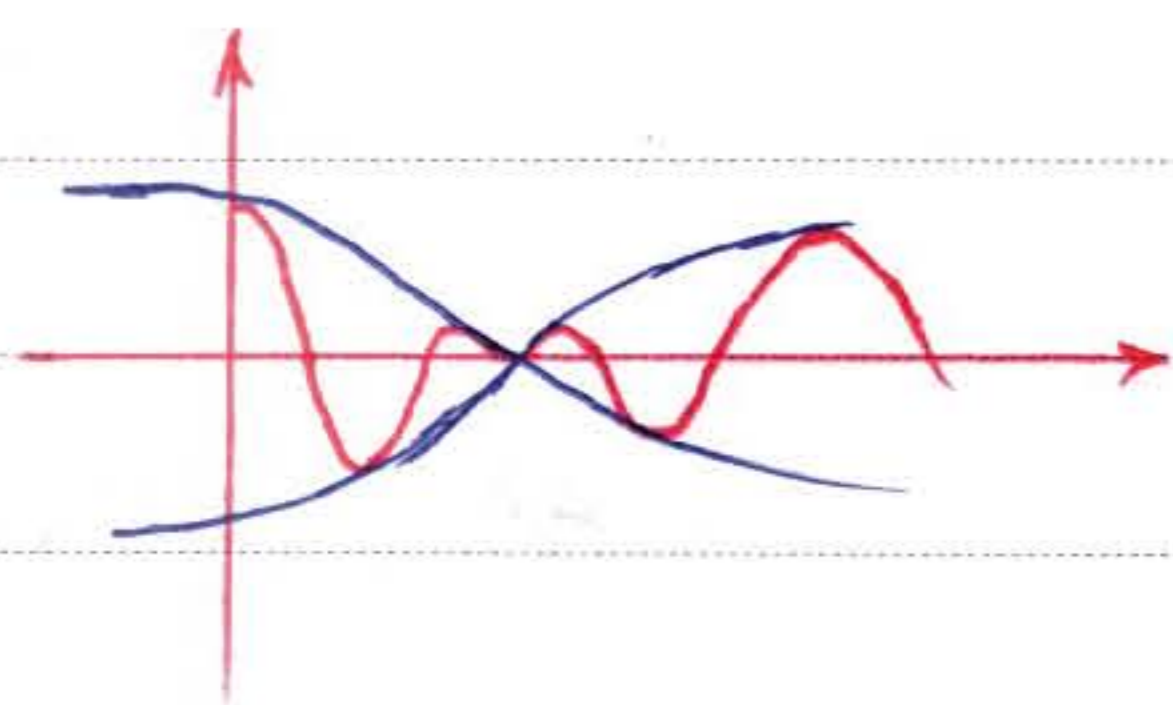


$$A_{max} = A_c (1 + \mu)$$

$$A_{min} = A_c (1 - \mu)$$

Subject:

Year. Month. Date. ( )

اگر  $A_{min} < 0$ :

با انتخاب مناسب  $\mu$  می توانیم پیام را با استفاده از آشکارساز پوش  
نداشت آورییم.

$$A_{min} > 0 \Rightarrow \mu < 1$$

5

اگر  $\mu > 1$  باشد پوش سیگنال متناسب با خط نخواهد بود و در نقاط عبور از صفر رارینی فاز دارد.  
همچنین  $f_c \gg W$  باشد تا تداخل فاز نداشته باشیم.

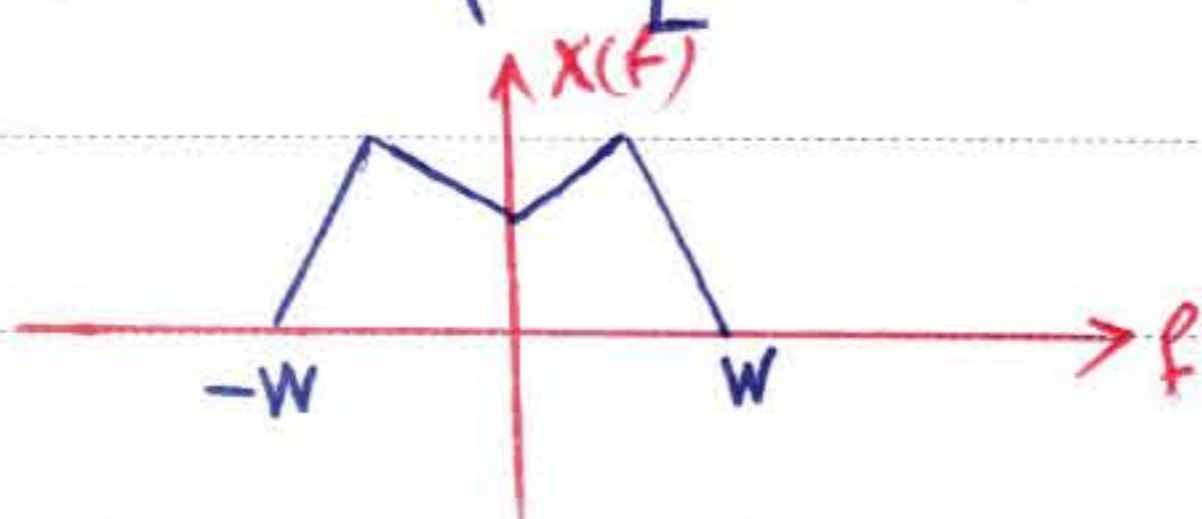
بررسی بچهای باند و توان سیگنال AM:

10

$$x_c(t) = A_c \cos 2\pi f_c t + A_c \mu x(t) \cos 2\pi f_c t$$

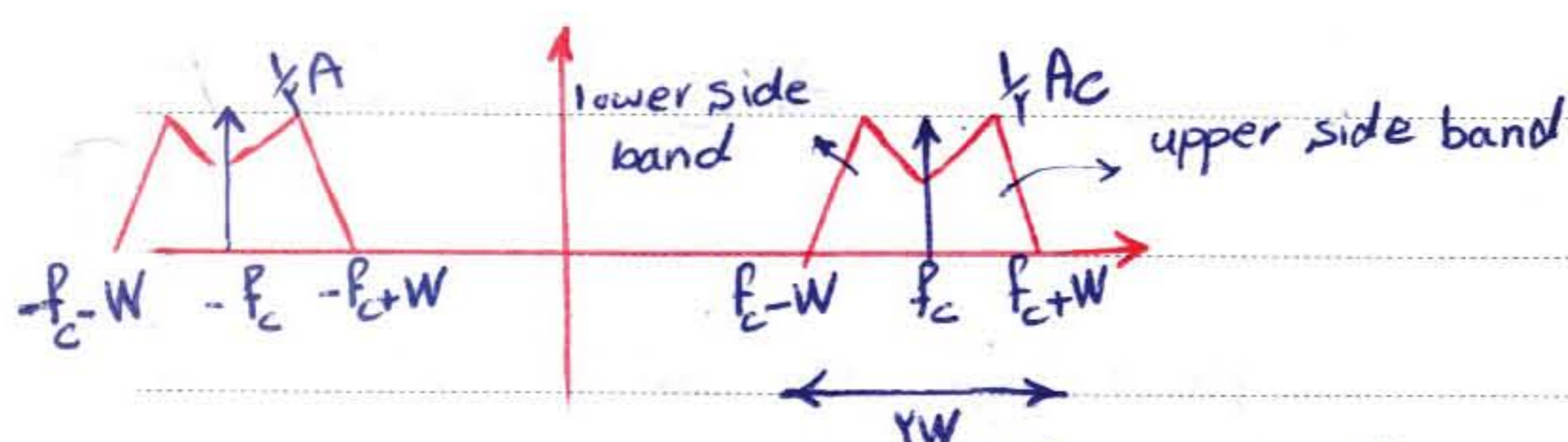
$$X_c(f) = \frac{1}{4} A_c [\delta(f - f_c) + \delta(f + f_c)] + \frac{1}{4} A_c \mu [X(f - f_c) + X(f + f_c)]$$

15



$$BW = 2W$$

بنابراین در مدل لایسون AM دو برابر بچهای  
باند خود سیگنال برای ارسال استفاده می شود



20

بررسی توان را می توان هم در حوزه زمان، هم در حوزه فرکانس بررسی کرد.

$$S_T = \langle x_c^2(t) \rangle$$

محاسبه توان در حوزه زمان:

$$= \frac{1}{4} A_c^2 \langle 1 + \mu^2 x^2 + 2\mu x \rangle + \frac{1}{4} A_c^2 \langle (1 + \mu x(t))^2 \cos^2 2\pi f_c t \rangle$$

25

$$\Rightarrow S_T = \frac{1}{4} A_c^2 + \frac{1}{4} A_c^2 \mu^2 S_x + 0 + 0 = \frac{1}{4} A_c^2 (1 + \mu^2 S_x)$$

Subject:

Year. Month. Date. ( )

این توان علاوه بر ارسال حنبر، حامل را نیز می فرستد.  
حال می خواهیم ببینیم چه مقدار از توان صرف فرستادن حامل می شود.

$$S_T = \frac{1}{2} A_c^2 + \frac{1}{2} A_c^2 \mu^2 S_x = P_c + 2P_{sb}$$

$\frac{1}{2} A_c^2$  : توان مصرفی برای فرستادن سیگنال حامل  
 $\frac{1}{2} A_c^2 \mu^2 S_x$  : توان مصرفی برای فرستادن دو سیگنال باند

می خواهیم نسبت توان حامل و side-band ها را بنویسیم.

$$\left\{ \begin{array}{l} P_c = \frac{1}{2} A_c^2 \\ P_{sb} = \frac{1}{2} A_c^2 \mu^2 S_x \Rightarrow P_{sb} = \frac{1}{2} P_c \mu^2 S_x \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{توان حامل محدود نشده} \\ \text{توان باند های همراه محدود باشد} \end{array}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} |x(t)| < 1 \\ \mu < 1 \end{array} \right\} \Rightarrow |\mu x(t)| < 1 \rightarrow \mu^2 S_x < 1 \Rightarrow \frac{1}{2} \mu^2 P_c S_x \leq \frac{1}{2} P_c$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} P_{sb} \leq \frac{1}{2} P_c \\ P_c = S_T - 2P_{sb} \end{array} \right\} \Rightarrow P_{sb} \leq \frac{1}{4} S_T$$

یکی از مشکلات محدودالسیون AM اینست که بیش از ۵۰٪ توان مصرفی برای فرستادن حامل هاسرف می شود.

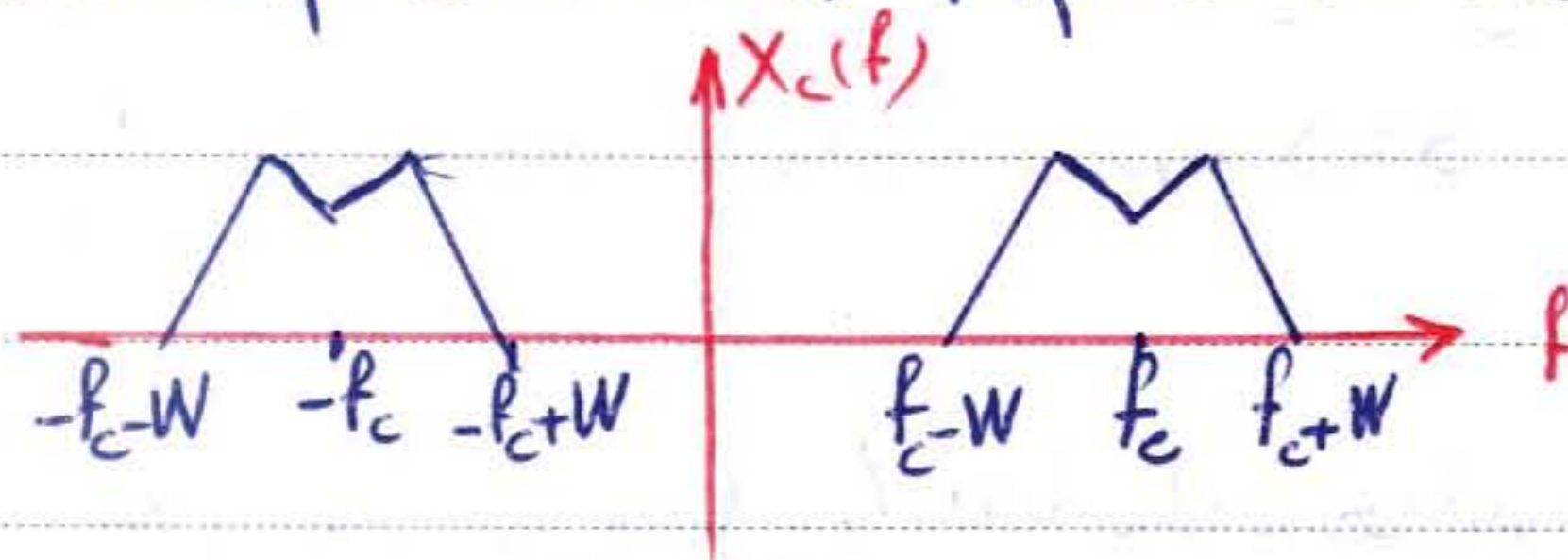
Subject:

Year. Month. Date. ( )

## مدولاسیون AM (Double side band - suppressed carrier) DSB-SC

باجد حامل و  $\pi$  خواهیم داشت:  $x_c(t) = A_c x(t) \cos 2\pi f_c t$   
 در این حالت دیگر نمی توانیم از آنتن سازهیوش استفاده کنیم.

$$X_c(f) = \frac{1}{2} A_c X(f - f_c) + \frac{1}{2} A_c X(f + f_c)$$



در این حالت نیز باند  $2W$  داریم.

$$B_T = 2W$$

$$S_T = \langle x_c^2(t) \rangle = \frac{1}{2} A_c^2 \langle x^2(t) \rangle \Rightarrow S_T = \frac{1}{2} A_c^2 S_x = 2P_{sb}$$

Subject:

Year. Month. V Date. 14 ( )

AM مدولاسیون :  $x_c(t) = A_c(1 + \mu x(t)) \cos 2\pi f t$

$S_T = P_c + 2P_{sb}$

DSB مدولاسیون :  $x_c(t) = A_c x(t) \cos 2\pi f t$

$S_T = 2P_{sb} \quad B_T = 2W$

پارامتر مقایسه : حداکثر توانی که سیگنال می تواند داشته باشد چهار برابر است. معیاری که برای مقایسه

این پارامتر قراردادی کنیم برابر با  $\frac{P_{sb}}{A_{max}^2}$

$$\Rightarrow A_{max} = \begin{cases} A_c & \text{DSB} \\ 2A_c & \text{AM, } \mu=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \text{DSB : } \frac{P_{sb}}{A_{max}^2} = \frac{1}{4} S_x \\ \text{AM : } \frac{P_{sb}}{A_{max}^2} = \frac{1}{16} S_x \end{cases}$$

$$\Rightarrow P_{sb} = \begin{cases} \frac{1}{4} A_c^2 S_x & \text{DSB} \\ \frac{1}{4} \mu^2 A_c^2 S_x & \text{AM} \end{cases}$$

چون این توانی که در DSB و هر دو اختصاص می دهیم ۴ برابر توان هر Side-band در AM است. بنابراین در حالت DSB سیگنال برد بیشتری خواهد داشت.

اگر  $A_{max}$  محدود باشد توان Side-band در مدولاسیون DSB، چهار برابر از توان Side-band در AM بیشتر است.

مثال: در یک فرستنده  $A_{max}^2 \leq 1 \text{ kw}$ ، فرض می کنیم خیلی به صورت  $S_T \leq 3 \text{ kw}$

$x(t) = A_m \cos 2\pi f_m t$  داریم  $A_m = 1$ ، در هر دو حالت AM و DSB حساب

کنید. (ان) DSB  $\left. \begin{aligned} S_x &= \frac{1}{4} A_m^2 = \frac{1}{4} \\ A_{max}^2 &\leq 1 \text{ kw} \end{aligned} \right\} \Rightarrow P_{sb} \leq 1 \text{ kw}$

$P_{sb} = \frac{1}{4} S_x A_{max}^2 = \frac{1}{8} A_{max}^2$

غیر از پوش ما سیستم ما محدودیتی در حد آن توان ارسالی فرستنده نداریم.

$P_{sb} = \frac{1}{4} S_T \leq \frac{3}{4} \Rightarrow P_{sb} \leq 1 \text{ kw}$

Subject:

Year. Month. Date. ( )

$$P_{sb} = \frac{1}{14} S_x A_{max}^2 \leq \frac{1}{4}$$

$$S_T = P_c + 1 P_{sb} = 4 P_{sb}$$

$$P_{sb} = \frac{1}{4} P_c$$

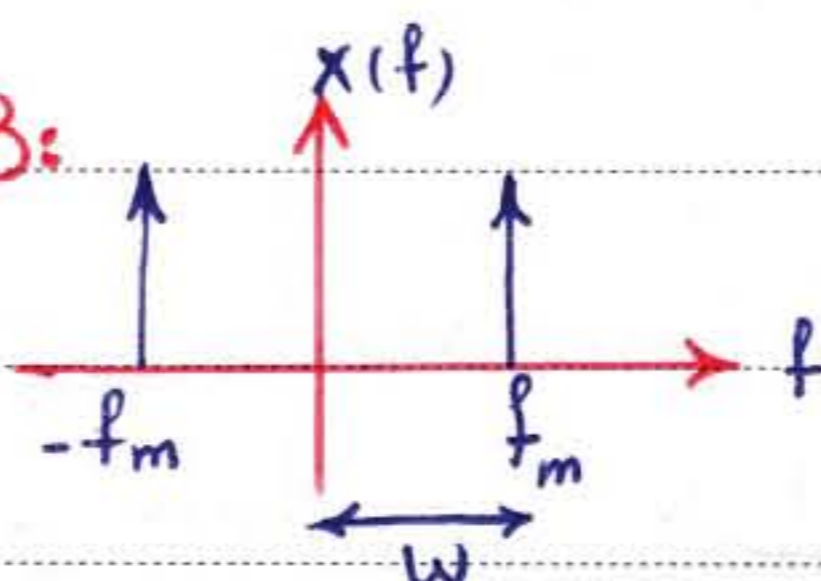
$$P_{sb} = \frac{1}{4} S_T \leq \frac{1}{4} \text{ kw}$$

: AM (C)

$$\Rightarrow P_{sb} \leq 0.125 \text{ kw}$$

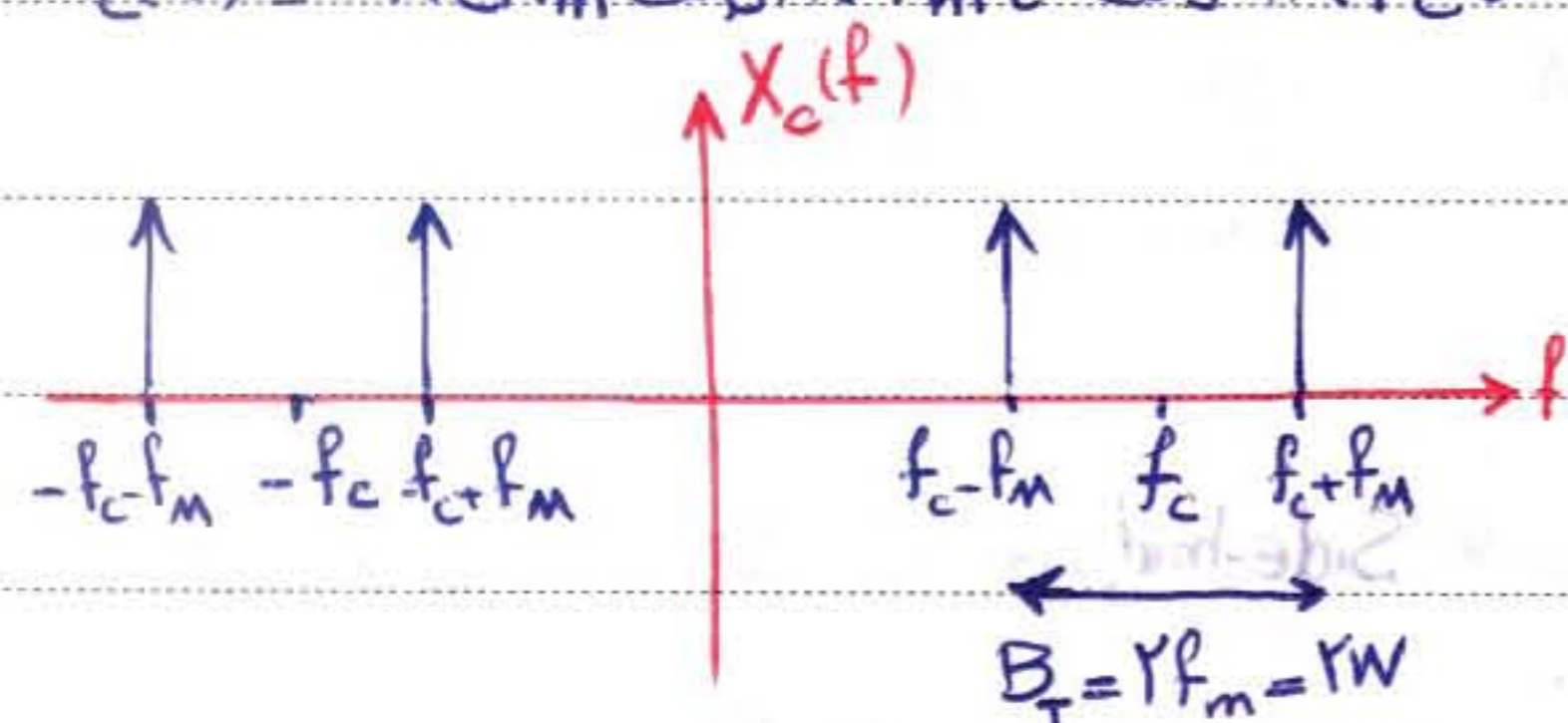
Tone Modulation : DSB:

$$x(t) = A_m \cos(2\pi f_m t)$$



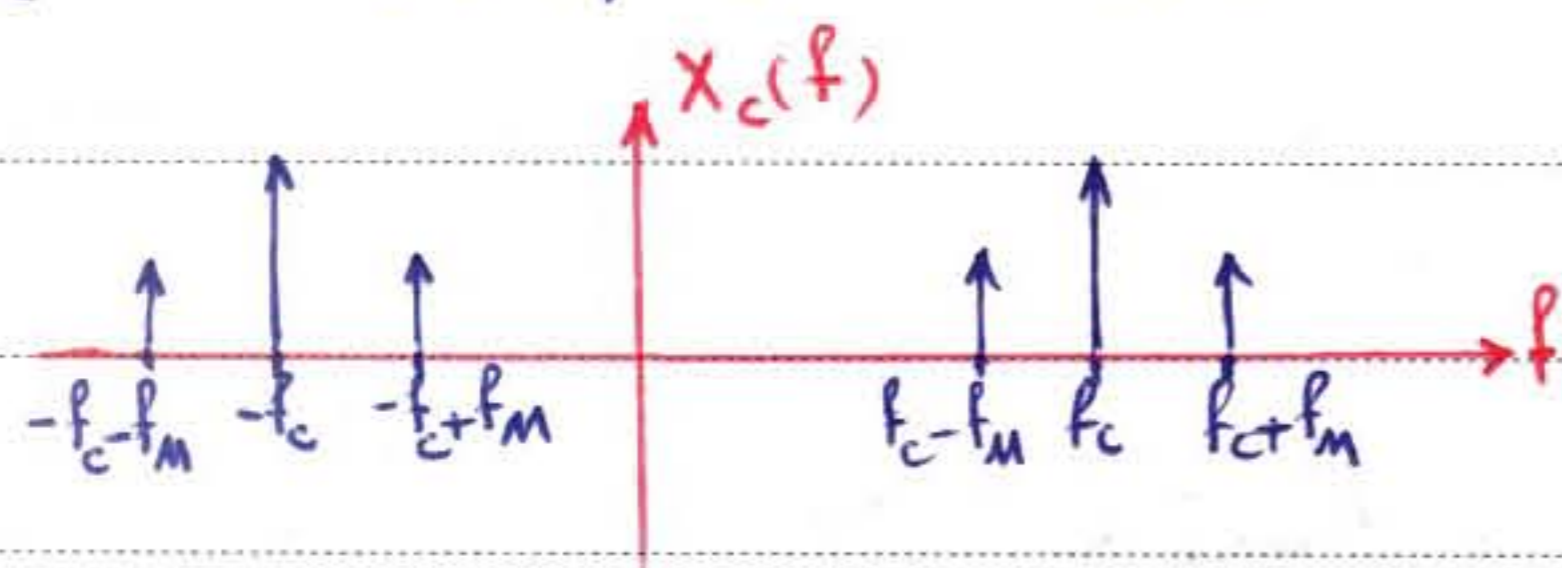
$$S_x = \frac{1}{4} A_m^2 \leq 1$$

$$x_c(t) = A_c A_m \cos(2\pi f_m t) \cos(2\pi f_c t) = \frac{1}{4} A_c A_m \cos(2\pi(f_c + f_m)t) + \frac{1}{4} A_c A_m \cos(2\pi(f_c - f_m)t)$$



AM:

$$x_c(t) = A_c (1 + \mu A_m \cos(2\pi f_m t)) \cos(2\pi f_c t)$$

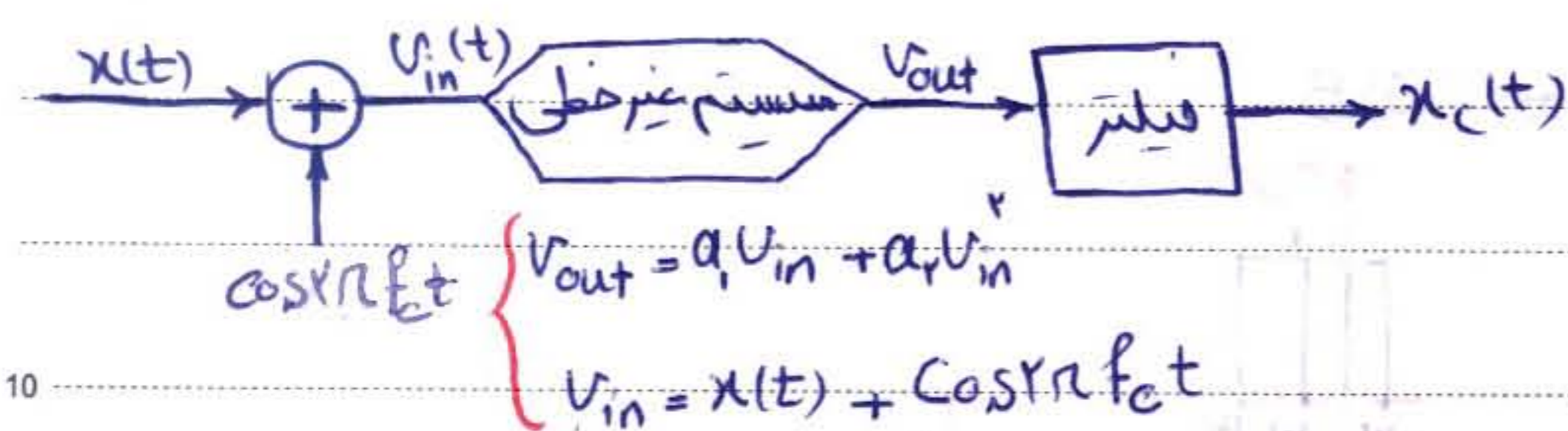
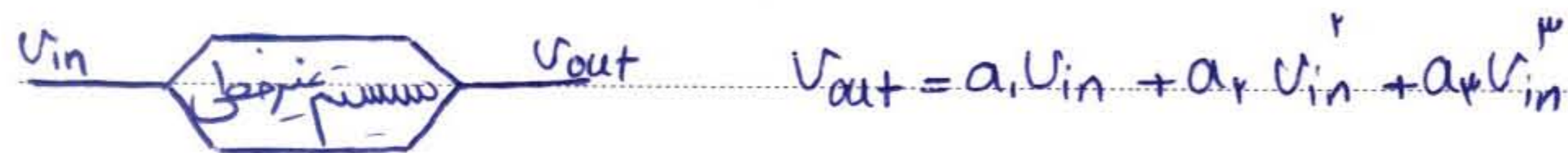


Subject:

Year. Month. Date. ( )

## ساختار مدول‌های AM و DSB :

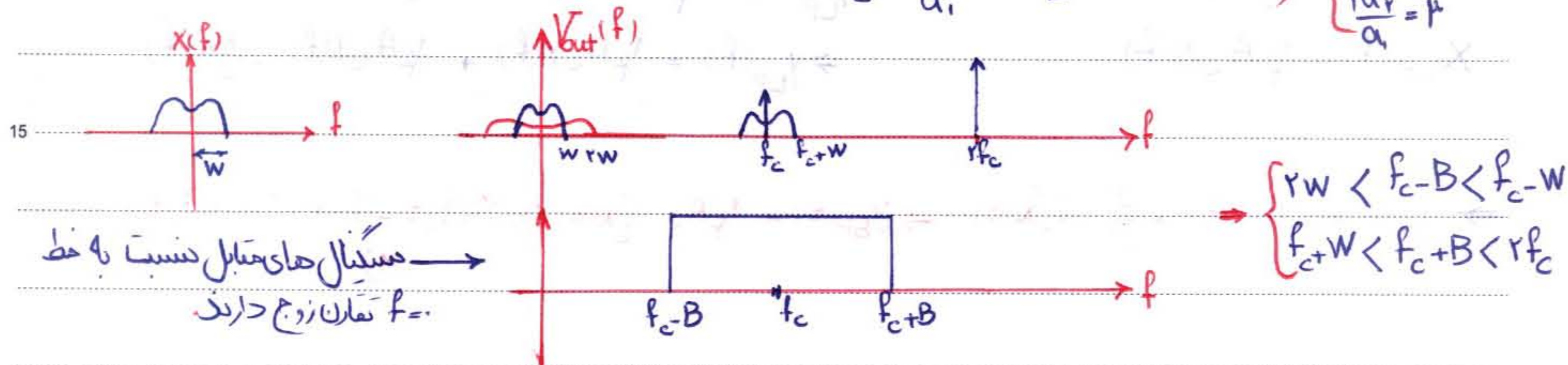
همانطور که دیدیم اگرچه در ساختار سیگنال خبر فرکانس خاصی داریم ولی در سیگنال مدول شده فرکانس‌های متنوع با خبر داریم پس در مدول‌ها به ناچار باید از عناصر غیر خطی استفاده کنیم.



$$\begin{cases} V_{out} = a_1 V_{in} + a_r V_{in}^2 \\ V_{in} = x(t) + \cos 2\pi f_c t \end{cases}$$

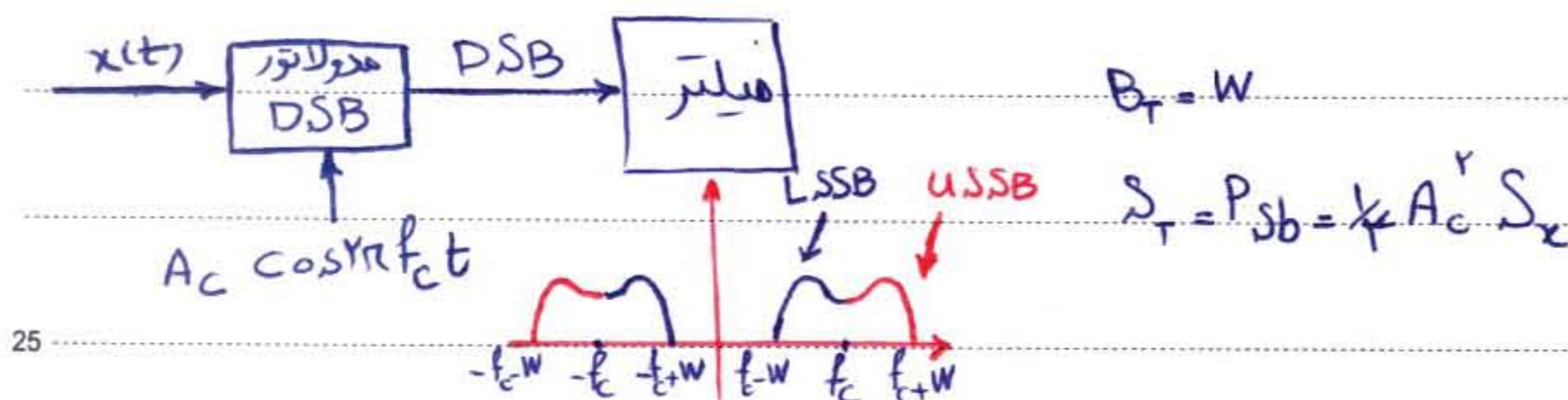
$$\begin{aligned} V_{out}(t) &= a_1 (x(t) + \cos 2\pi f_c t) + a_r (x(t) + \cos 2\pi f_c t)^2 \\ &= a_1 x(t) + a_r x^2(t) + a_r \cos^2 2\pi f_c t + a_1 \left[1 + \frac{2a_r}{a_1} x(t)\right] \cos 2\pi f_c t \end{aligned}$$

$$\begin{cases} a_1 = A_c \\ \frac{2a_r}{a_1} = \mu \end{cases}$$



برای استفاده از قطع در مدولاسیون DSB باید مقدار  $a_r = \frac{A_c}{2}$ ،  $a_1 = 0$  (قرار دهیم)

## مدولاسیون SSB (Single - side band) :



$$B_f = W$$

$$S_T = P_{sb} = \frac{1}{2} A_c^2 S_x$$

Subject:

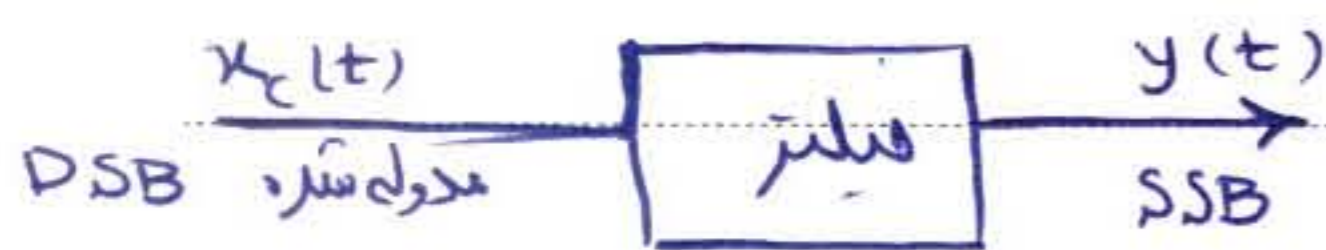
Year. Month. Date. ( )

$$x(t) = A_m \cos 2\pi f_m t$$

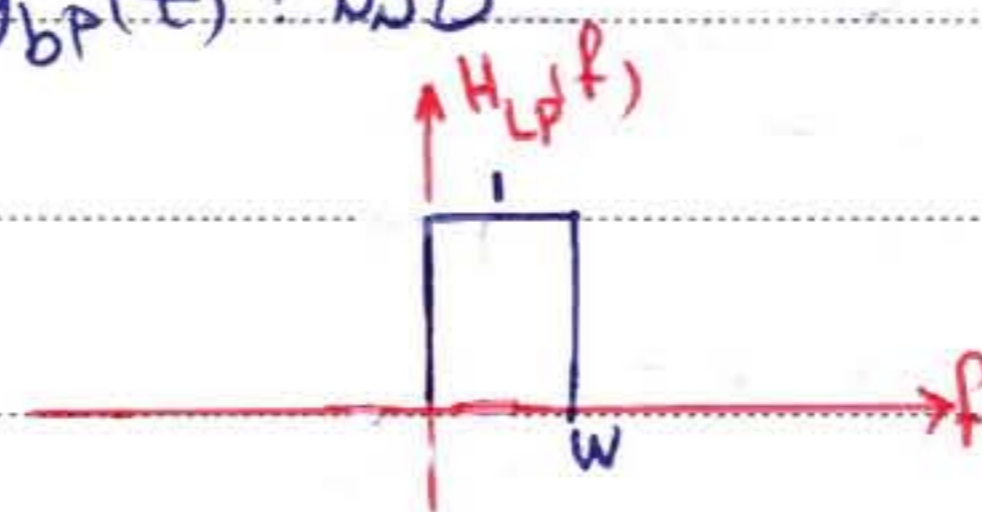
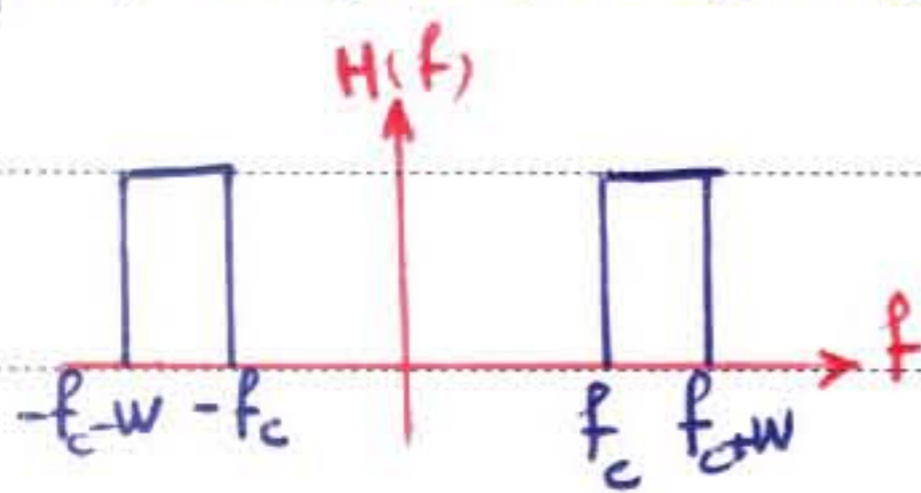
هدرالسیون تول:

$$\text{DSB: } \frac{1}{2} A_c A_m \cos 2\pi (f_c - f_m) t + \frac{1}{2} A_c A_m \cos 2\pi (f_c + f_m) t$$

$$\Rightarrow \text{SSB: } \begin{cases} \text{USB: } \frac{1}{2} A_c A_m \cos 2\pi (f_c + f_m) t \\ \text{LSB: } \frac{1}{2} A_c A_m \cos 2\pi (f_c - f_m) t \end{cases}$$



$$x_{bp}(t) = A_c x(t) \cos 2\pi f_c t \longrightarrow y_{bp}(t) : \text{SSB}$$



$$Y_{LP}(f) = X_{LP}(f) H_{LP}(f)$$

$$x_{bp}(t) = A_c x(t) \cos 2\pi f_c t$$

$$H_{LP}(f) = u(f) - u(f-w) = \frac{1}{2} (1 + \text{Sign}(f)) \quad |f| \leq W$$

$$x_{LP}(t) = \frac{1}{2} A_c x(t)$$

$$X_{LP}(f) = \frac{1}{2} A_c X(f) (1 + \text{Sign}(f))$$

$$X_{LP}(f) = \frac{1}{2} A_c X(f)$$

$$\Rightarrow Y_{LP}(f) = \frac{1}{2} A_c X(f) + \frac{1}{2} A_c X(f) \text{sign}(f)$$

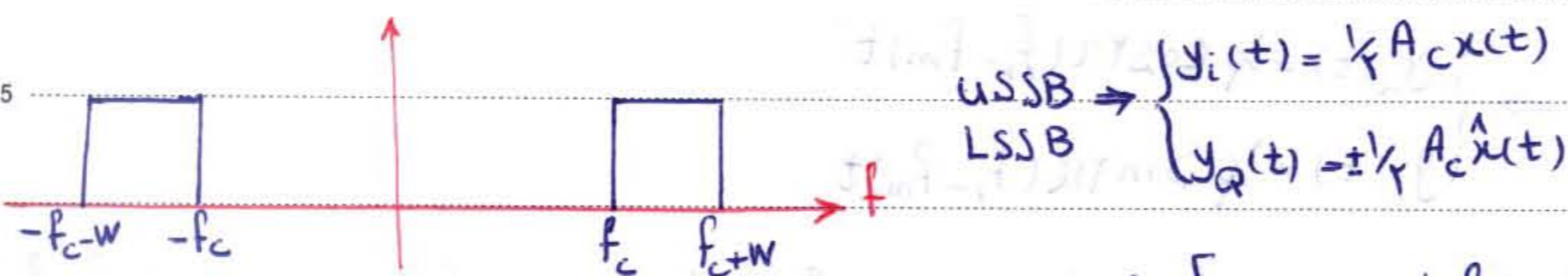
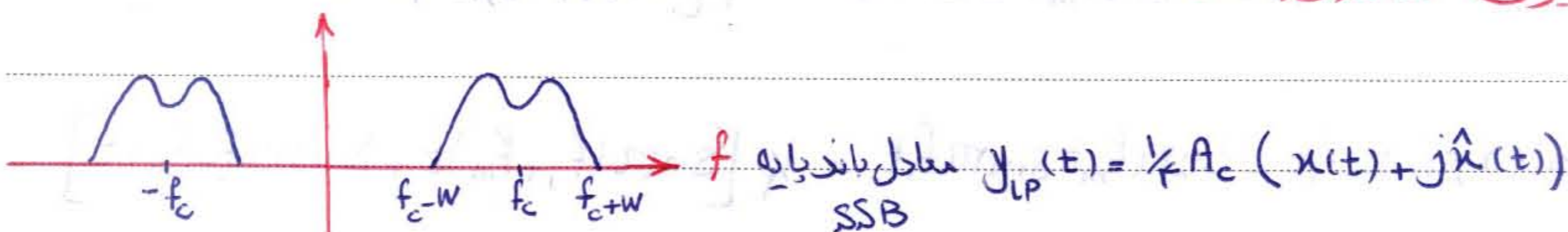
$$\Rightarrow Y_{LP}(t) = \frac{1}{2} A_c x(t) + \frac{j}{2} A_c \hat{x}(t) \Rightarrow y_{bp}(t) = \frac{1}{2} A_c [x(t) \cos 2\pi f_c t - \hat{x}(t) \sin 2\pi f_c t]$$

⊕

Subject:

Year. Month. ✓ Date. ۲۱ ( )

## مدولاسیون SSB :



$$y_{LP}(t) = \frac{1}{4} A_c (x(t) + j\hat{x}(t))$$

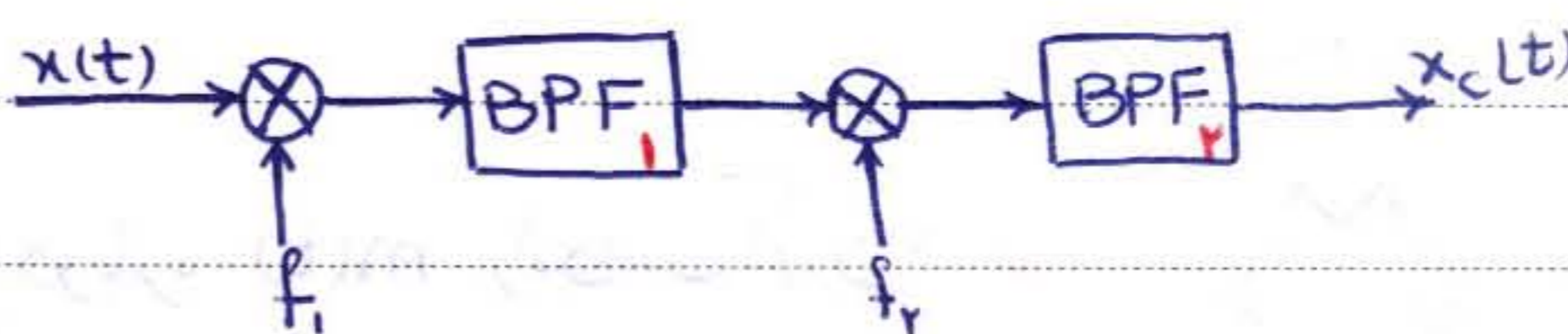
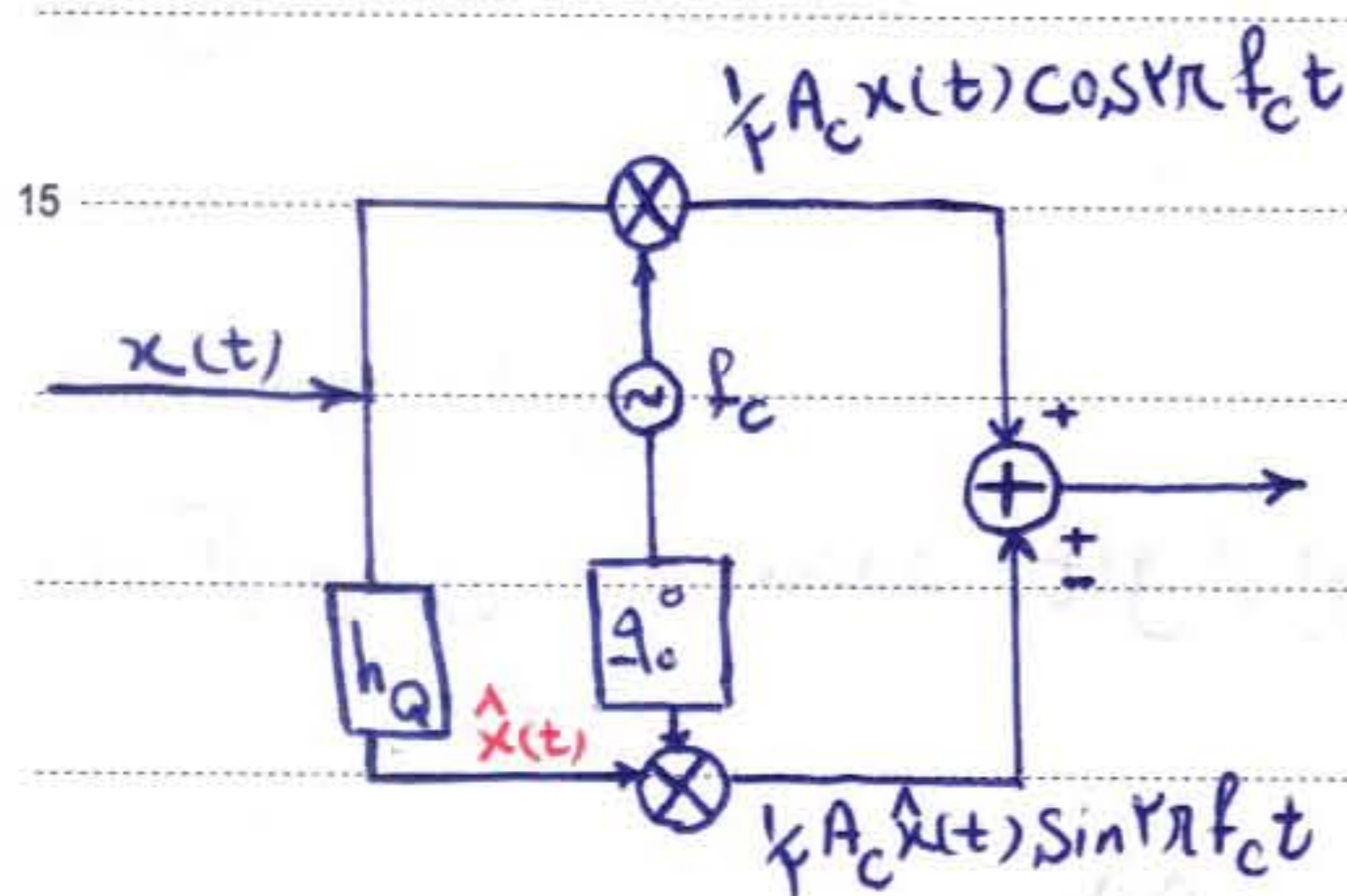
$$y_{LP}(t) = \frac{1}{4} A_c [x(t) \cos 2\pi f_c t + \hat{x}(t) \sin 2\pi f_c t]$$

یوش:  $A(t) = \frac{1}{4} A_c \sqrt{x^2(t) + \hat{x}^2(t)}$

تولید  $\hat{x}(t)$  کاری غیر ممکن است زیرا سیستم سازنده آن غیر علی است اما می توان با تقریب هایی با آن دست یافت.

تولید فیلتر کاملاً ایده آل نیز کاری مشکل است، در عمل باید با تقریب این فیلتر را ساخت.

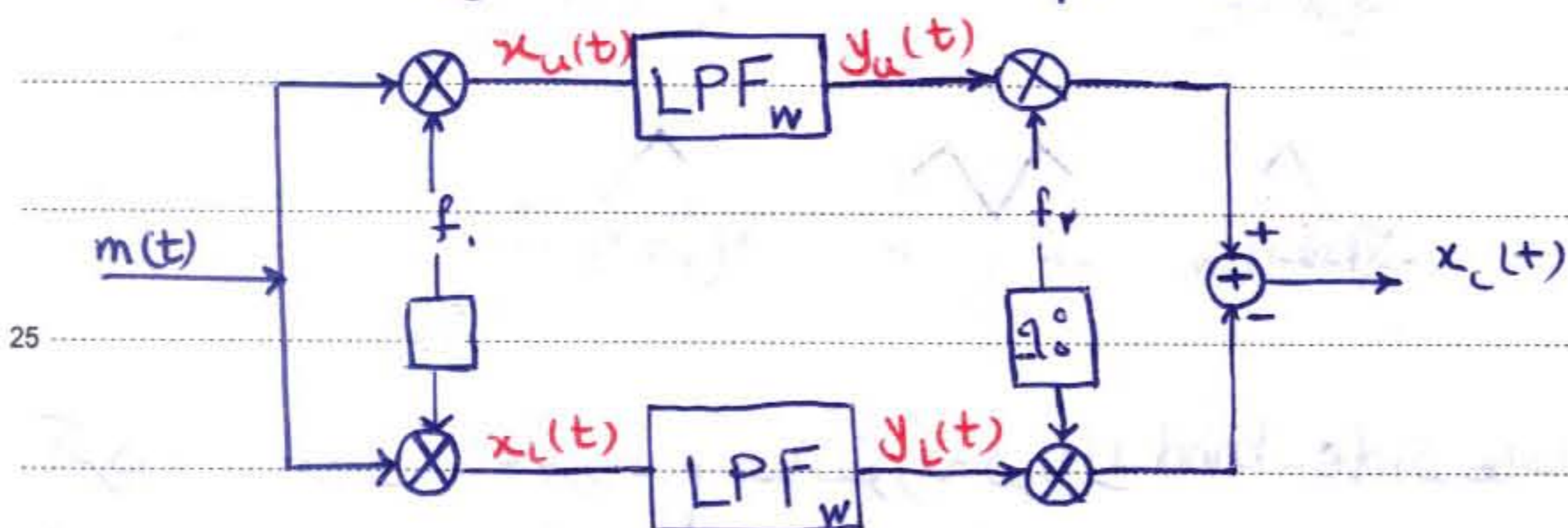
## مختار مدولاسیون SSB :



$$m(t) = \cos 2\pi f_m t$$

مثال:

می خواهیم با ساختار زیر به سیگنال SSB دست پیدا کنیم. با امترهای ساختار را تعین کنید.



Subject:

Year:      Month:      Date:      ( )

$$x_u(t) = m(t) \cos 2\pi f_c t = \cos 2\pi f_m t \cos 2\pi f_c t = \frac{1}{2} [\cos 2\pi (f_c + f_m) t + \cos 2\pi (f_c - f_m) t]$$

$$x_l(t) = m(t) \sin 2\pi f_c t = \cos 2\pi f_m t \sin 2\pi f_c t = \frac{1}{2} [\sin 2\pi (f_c + f_m) t + \sin 2\pi (f_c - f_m) t]$$

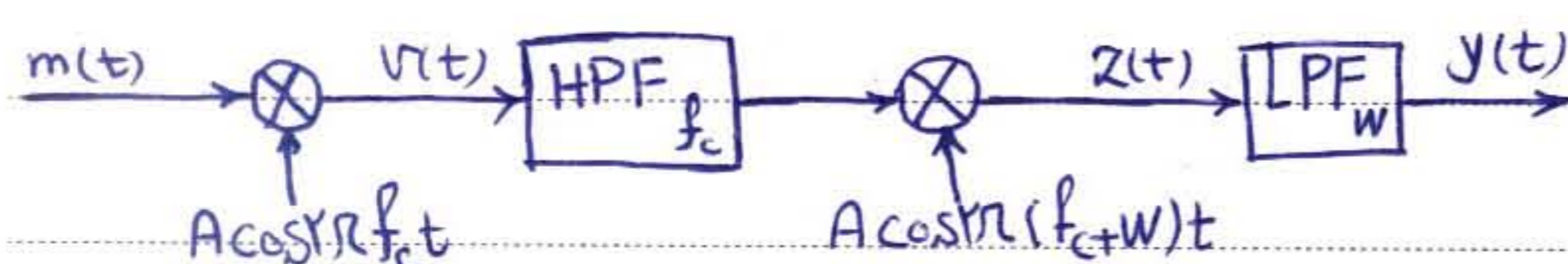
فرض  $\begin{cases} |f_c - f_m| < W \\ f_c + f_m > W \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y_u(t) = \frac{1}{2} \cos 2\pi (f_c - f_m) t \\ y_l(t) = \frac{1}{2} \sin 2\pi (f_c - f_m) t \end{cases}$

$$x_c(t) = \frac{1}{2} \cos 2\pi (f_c - f_m) t \cos 2\pi f_c t - \frac{1}{2} \sin 2\pi (f_c - f_m) t \sin 2\pi f_c t = \cos 2\pi (f_c + f_m) t$$

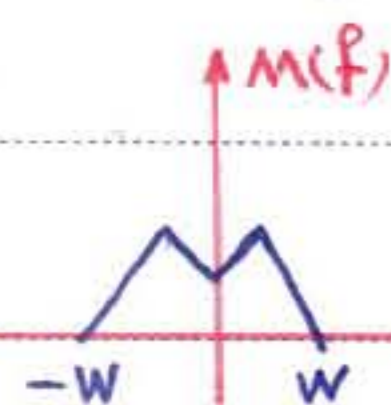
SSB.

$$\begin{aligned} U x_c(t) &= \cos 2\pi f_m t \cos 2\pi f_c t - \sin 2\pi f_m t \sin 2\pi f_c t = \cos 2\pi (f_c + f_m) t \Rightarrow f_c = -f_m - f_0 \\ L x_c(t) &= \cos 2\pi (f_c - f_m) t \Rightarrow f_c = f_m + f_0 \end{aligned}$$

$$\rightarrow \begin{cases} |f_c - f_m| < W \\ f_c + f_m > W \end{cases}$$



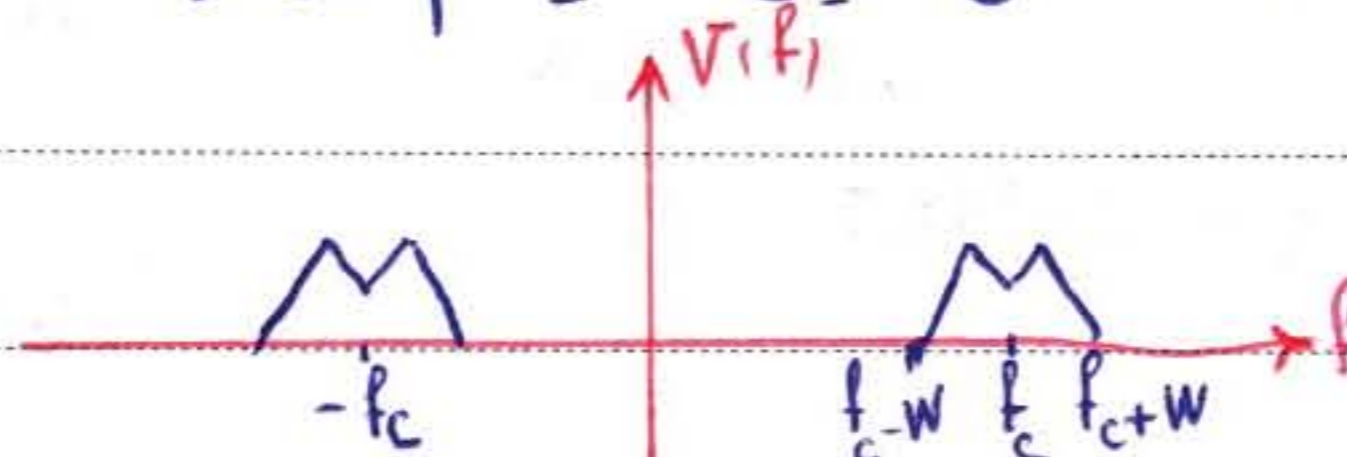
مثال:



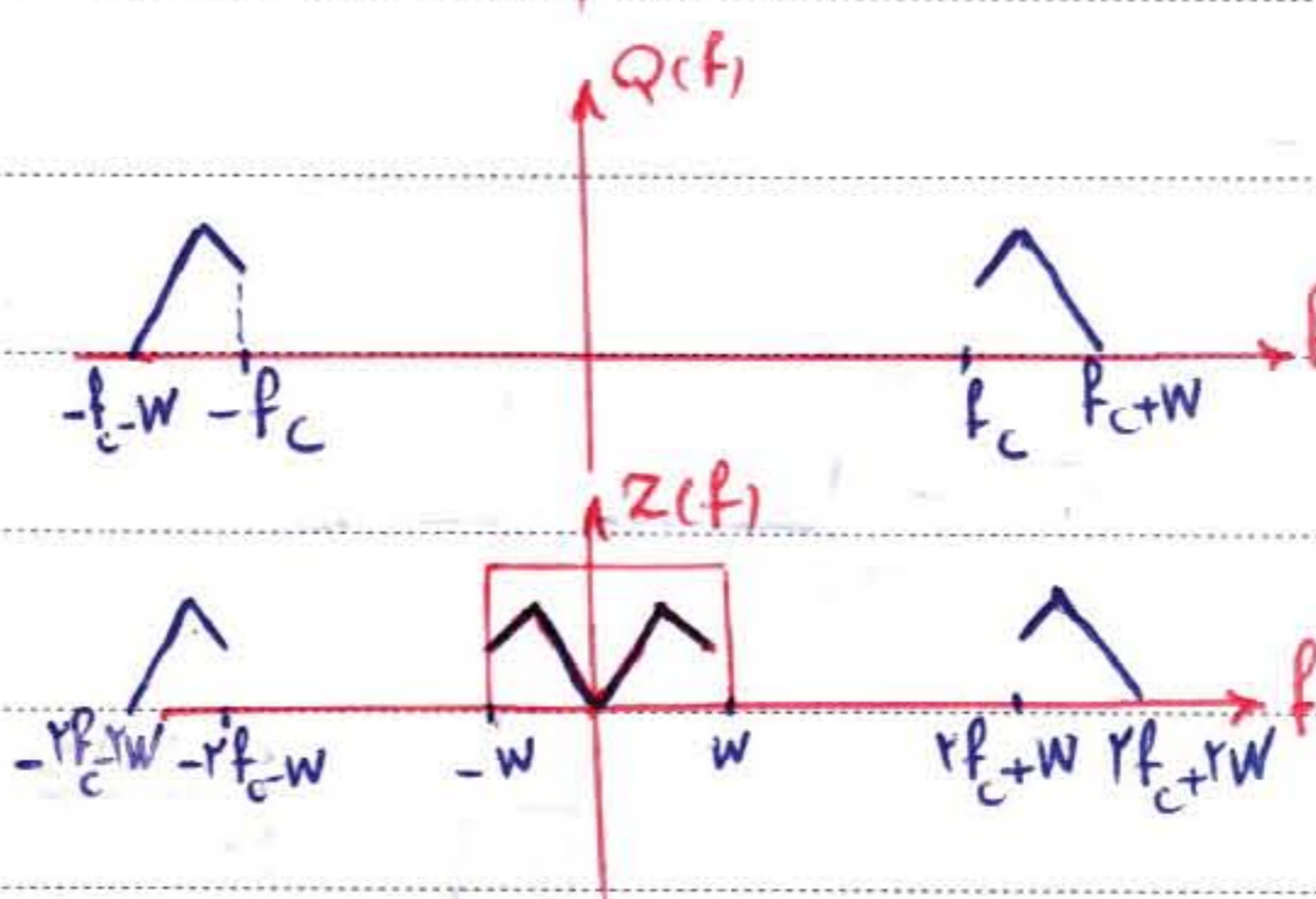
الف) رسم  $y(f)$

ب) آيا سيگنال با عبور مجدد  $y(t)$  از اين سيستم دوباره  $m(t)$  را بدست آورد؟

$$v(t) = m(t) A \cos 2\pi f_c t$$



$$Q(f) = H(f) V(f)$$



اگر دوباره خروجی را عبور دهیم همانطور که در بالا side-band ها جا به جا شده اند دوباره نیز شاهد جا به جایی آنها و بدست آوردن شکل اصلی البته با تغییر در دامنه خواهیم بود.

Subject:

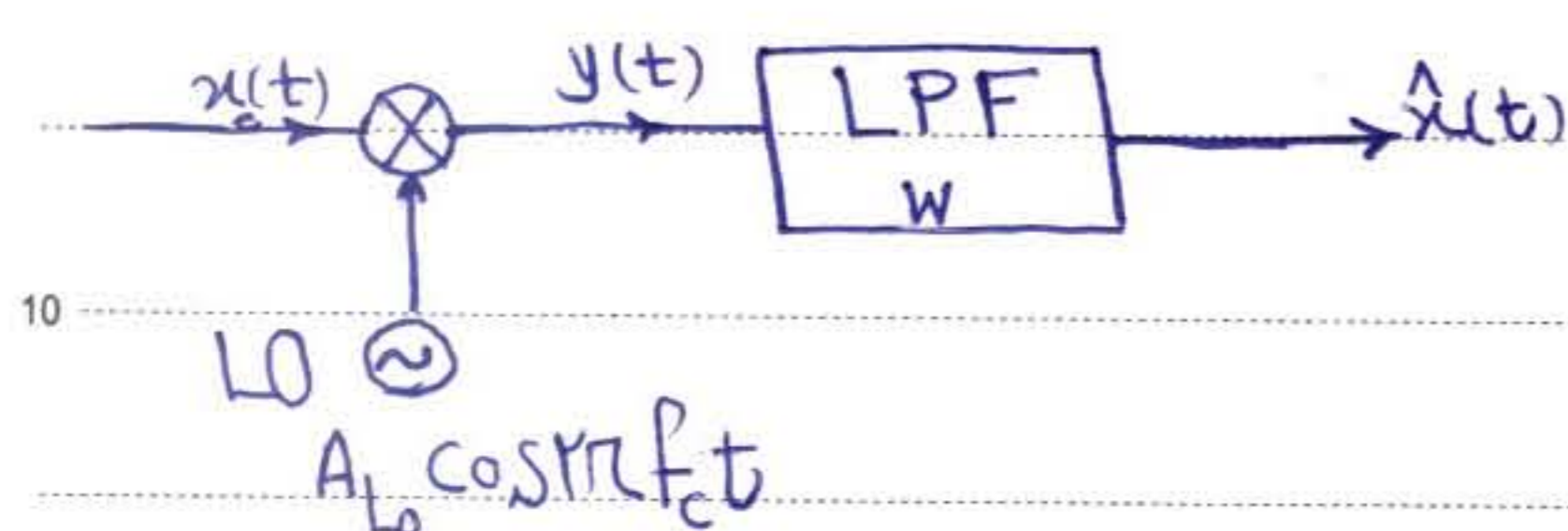
Year. Month. Date. ( )

روش های آستداری در مدولاسیون های موج پیوسته خطی:

۱) روش سنکرون

۲) روش آستداری پویش

روش های آستداری سنکرون:



فرض می کنیم فرکانس موج سینیوسی  
محلی با فرکانس حامل یکی است به  
هین دلیل به آن روش سنکرون  
می گویند.

$$x_c(t) = [k_c + k_\mu x(t)] \cos(2\pi f_c t) - k_\mu x_q(t) \sin(2\pi f_c t)$$

AM:  $x_q(t) = 0$   $k_c = A_c$   $k_\mu = \mu A_c$

DSB:  $x_q(t) = 0$   $k_c = 0$   $k_\mu = A_c$

SSB:  $x_q(t) = \hat{x}(t)$   $k_c = 0$   $k_\mu = \frac{1}{2} A_c$

از فیلتر عبور نمی کند از فیلتر عبور نمی کند

$$y(t) = A_{L0} x_c(t) \cos(2\pi f_c t) \Rightarrow y(t) = \frac{1}{2} A_{L0} [k_c + k_\mu x(t)] + (k_c + k_\mu x(t)) \cos(2\pi f_c t) - k_\mu x_q(t) \sin(2\pi f_c t)$$

20  $\hat{x}(t) = \frac{1}{2} A_{L0} (k_c + k_\mu x(t))$   $\hat{x}(t)$   $\frac{DC}{\text{خازن حذف}}$   $\frac{1}{2} A_{L0} k_\mu x(t)$

حال در مسیر راه خازن حذف DC قرار می دهیم تا مقدار ثابت جمع شده با سگنال را حذف کند.  
به هین علت فرض می کنیم خبر مقدار DC ندارد زیرا این مقدار در این مرحله حذف شده و در خروجی دیده نمی شود پس این روش برای ارسال مقادیر DC مناسب نیست.

25 در اینجا مشکل همزمان کردن اسیلاتور کار سختی است برای رفع این مشکل نمونه ضعیف شده ای از سگنال حامل را نیز همراه خبر می فرستیم تا گیرنده مشکلی برای سنکرون کردن نداشته باشیم

Subject:

Year: Month: ۸ Date: ۳ ( )

حساب مختصات

اسی

مدولاسیون های موج پیوسته نمایی:

$$x_c(t) = A_c \cos(2\pi f_c t + \varphi(t))$$

$$\begin{cases} A(t) = A_c = \text{cte} \\ S_T = \frac{1}{2} A_c^2 \end{cases}$$

PM:  $\varphi(t) = \varphi_\Delta x(t)$   
 $|x(t)| \leq 1$   
 $\varphi_\Delta$  معرّن حد اکثر نسبت فاز تولید شده در اثر مدولاسیون است.

$$PM: x_c(t) = A_c \cos(2\pi f_c t + \varphi_\Delta x(t))$$

$$\theta_c(t) = 2\pi f_c t + \varphi(t)$$

$$f_c(t) = \frac{1}{2\pi} \dot{\theta}_c(t) = f_c + \frac{1}{2\pi} \dot{\varphi}(t)$$

$$FM: f_c(t) = f_c + f_\Delta x(t)$$

$f_\Delta$  معرّن حد اکثر انحراف فرکانسی نسبت به فرکانس مرکزی  $f_c$  است.  
 $|x(t)| \leq 1$

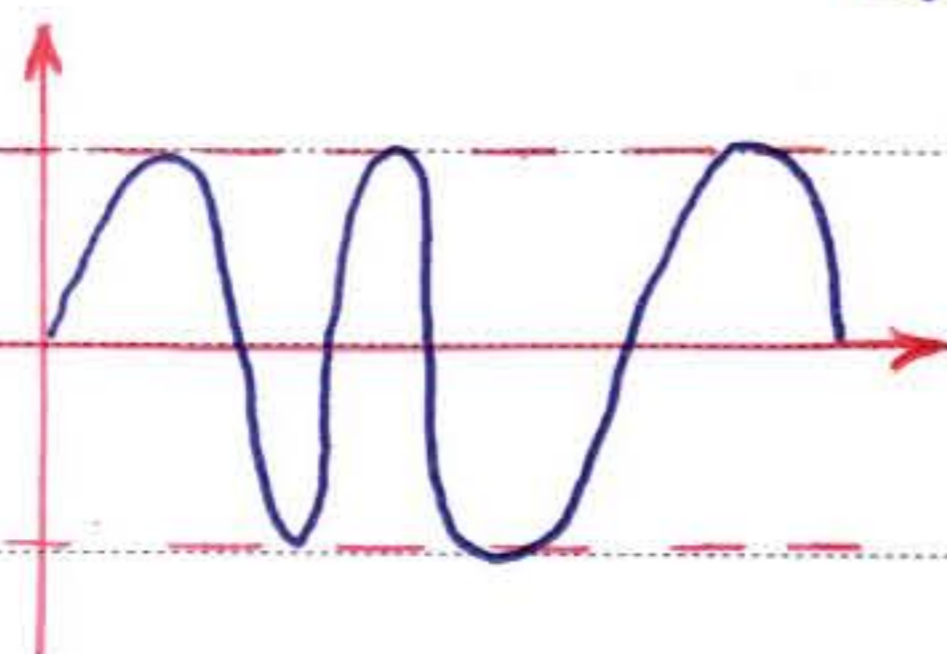
$$f_\Delta x(t) = \frac{1}{2\pi} \dot{\varphi}(t) \rightarrow \varphi(t) = 2\pi f_\Delta \int_{-\infty}^t x(\tau) d\tau$$

$$x_c(t) = A_c \cos \left[ 2\pi f_c t + 2\pi f_\Delta \int_{-\infty}^t x(\tau) d\tau \right]$$

از آنجایی که  $x_c(t)$  در دو حالت FM, PM مشابه یکدیگر هستند پس می توان با گرفتن اشتقاق از سیگنال ورودی از PM و FM رفت.

	$\varphi(t)$	$f(t)$
PM	$\varphi_\Delta x(t)$	$f_c + \frac{\varphi_\Delta}{2\pi} \dot{x}(t)$
FM	$2\pi f_\Delta \int_{-\infty}^t x(\tau) d\tau$	$f_c + f_\Delta x(t)$

از روی شکل مدوله شده می توان نوع مدولاسیون را تعیین کرد.



بنابراین اطلاعات در عبور از صفرها بهفته است و در اینجا از شکل ظاهری می توان اطلاعاتی را خیر برداشت آورد.

Subject :

Year . Month . Date . ( )

بهنای باند مدولاسیون های نمایی :

در اینجا چون دامنه سیگنال مدوله شده ثابت است پس  $S_r$  ثابت است.

5 مدولاسیون های نمایی بهای باند زیادی را اشغال می کنند.

$$\left. \begin{aligned} x_c(t) &= A_c \cos \varphi(t) \cos 2\pi f_c t - A_c \sin \varphi(t) \sin 2\pi f_c t \\ x_c(t) &= x_i(t) \cos 2\pi f_c t - x_q(t) \sin 2\pi f_c t \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{cases} x_i(t) = A_c \cos \varphi(t) \\ x_q(t) = A_c \sin \varphi(t) \end{cases}$$

بسط  
تیلور

$$\begin{cases} x_i(t) = A_c \left[ 1 - \frac{\varphi^2(t)}{2!} + \frac{\varphi^4(t)}{4!} - \dots \right] \\ x_q(t) = A_c \left[ \varphi(t) - \frac{\varphi^3(t)}{3!} + \frac{\varphi^5(t)}{5!} - \dots \right] \end{cases}$$

$$|\varphi(t)| \ll 1 \Rightarrow \begin{cases} x_i(t) = A_c \\ x_q(t) = A_c \varphi(t) \end{cases}$$

مؤلفه های هم فاز هستند  
برای تقریب باند باریک

$$\Rightarrow x_c(t) = A_c \cos 2\pi f_c t - A_c \varphi(t) \sin 2\pi f_c t$$

$$\Rightarrow X_c(f) = \frac{1}{4} A_c \delta(f - f_c) + \frac{1}{4} A_c \delta(f + f_c) + \frac{j}{2} A_c \varphi(f - f_c) - \frac{j}{2} A_c \varphi(f + f_c)$$

$$\varphi(t) = \begin{cases} \varphi_\Delta x(t) & \text{PM} \\ 2\pi f_\Delta \int_{-\infty}^t x(\tau) d\tau & \text{FM} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \varphi(f) = \begin{cases} \varphi_\Delta X(f) & \text{PM} \\ -j f_\Delta \frac{X(f)}{f} & \text{FM} \end{cases}$$

در هر دو حالت  
بهنای باند  
2W اشغال  
می شود.

در اینجا به هیچ عنوان نمی توانیم بهای باند را از 2W بکسر کنیم.  
\* اثبات می شود که اگر از تقریب باند باریک استفاده نکنیم آنگاه بهای باند حتیاً بزرگتر از 2W خواهد بود.

25 بود

Subject:

Year. Month. Date. ( )

## Tone Modulation:

$$x(t) = \begin{cases} A_m \sin 2\pi f_m t & \text{PM} \\ A_m \cos 2\pi f_m t & \text{FM} \end{cases} \quad W = f_m \ll f_c$$

$$x_c(t) = A_c \cos(2\pi f_c t + \underbrace{\beta \sin 2\pi f_m t}_{\text{FM: } 2\pi f_m \int_{-\infty}^t x(\tau) d\tau}) \quad \xrightarrow{\text{در اینجا داریم}} \beta = \begin{cases} \phi_{\Delta} A_m & \text{PM} \\ \frac{f_{\Delta}}{f_m} A_m & \text{FM} \end{cases}$$

$$\beta = \begin{cases} \phi_{\Delta} \max(x(t)) & \text{PM} \\ \frac{f_{\Delta}}{W} \max(x(t)) & \text{FM} \end{cases} \quad (\text{مالت کبی})$$

می خواهیم شرط باند باریک بودن را قرار دهیم.

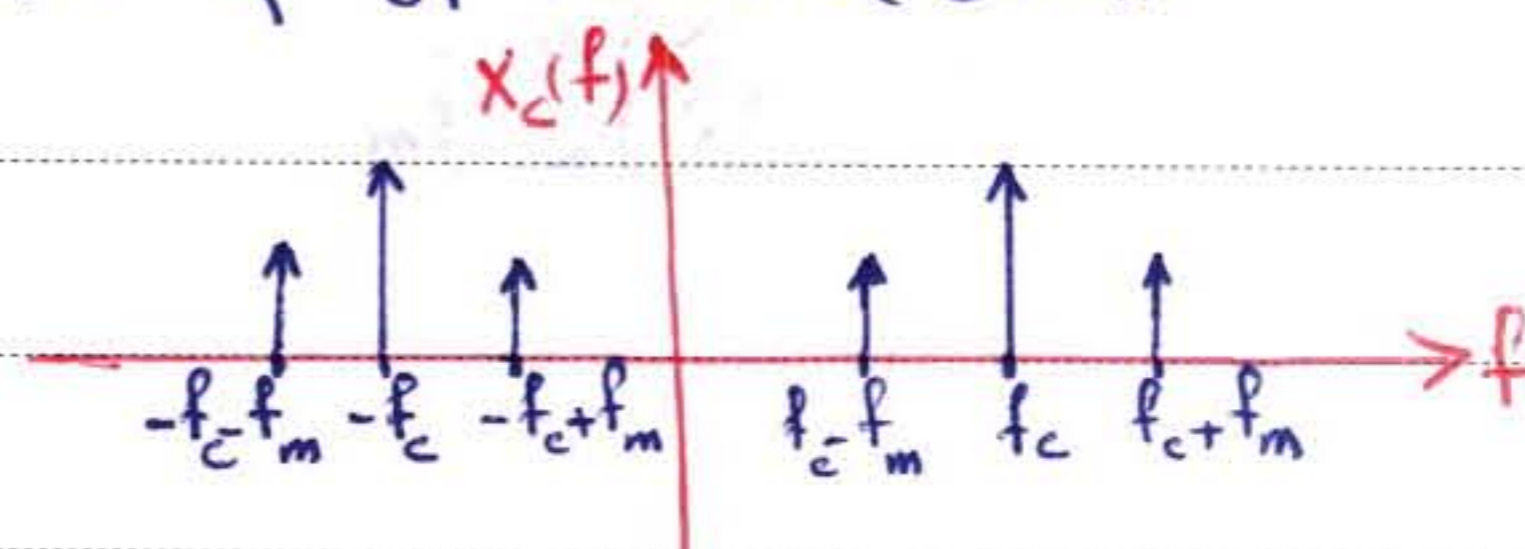
$$|\phi(t)| \ll 1 \rightarrow |\beta \sin 2\pi f_m t| \ll 1 \xrightarrow{|\sin 2\pi f_m t| \leq 1} |\beta| \ll 1$$

$$\Rightarrow x_c(t) = A_c \cos(\beta \sin 2\pi f_m t) \cos 2\pi f_c t - A_c \sin(\beta \sin 2\pi f_m t) \sin 2\pi f_c t$$

$$\Rightarrow x_c(t) = A_c \cos 2\pi f_c t - A_c \beta \sin 2\pi f_m t \sin 2\pi f_c t$$

$$\Rightarrow x_c(t) = A_c \cos 2\pi f_c t + \frac{1}{4} A_c \beta \cos 2\pi (f_c + f_m) t - \frac{1}{4} A_c \beta \cos 2\pi (f_c - f_m) t$$

هناظره مشاهده می کنیم پهنای باند برابر با  $2W$  می باشد.



$$\cos(\beta \sin 2\pi f_m t) = J_0(\beta) + \sum_{n=1}^{\infty} 2J_n(\beta) \cos(2\pi n f_m t)$$

به ترتیب فوق تابع غیرخطی را به صورت مجموع هارمونیک های سینوسی می توانیم تبدیل فرماییم آنها را حساب کنیم.

$$\sin(\beta \sin 2\pi f_m t) = \sum_{n=1}^{\infty} 2J_n(\beta) \sin(2\pi n f_m t)$$

$$J_n(\beta) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} e^{j(\beta \sin \lambda - n\lambda)} d\lambda$$

تابع تبدیل نوع ۱ از مرتبه  $n$ :  
مقادیر  $J_n(\beta)$  به ازای مقادیر مختلف  $n$ ،  $\beta$  در جدول قرار دارد.

Subject:

Year. Month. Date. ( )

$$x_c(t) = A_c \left[ J_0(\beta) + \sum_{n=1}^{\infty} J_n(\beta) \cos n\omega_m t \right] \cos \omega_c t \\ - A_c \left[ \sum_{n=1}^{\infty} J_n(\beta) \sin n\omega_m t \right] \sin \omega_c t$$

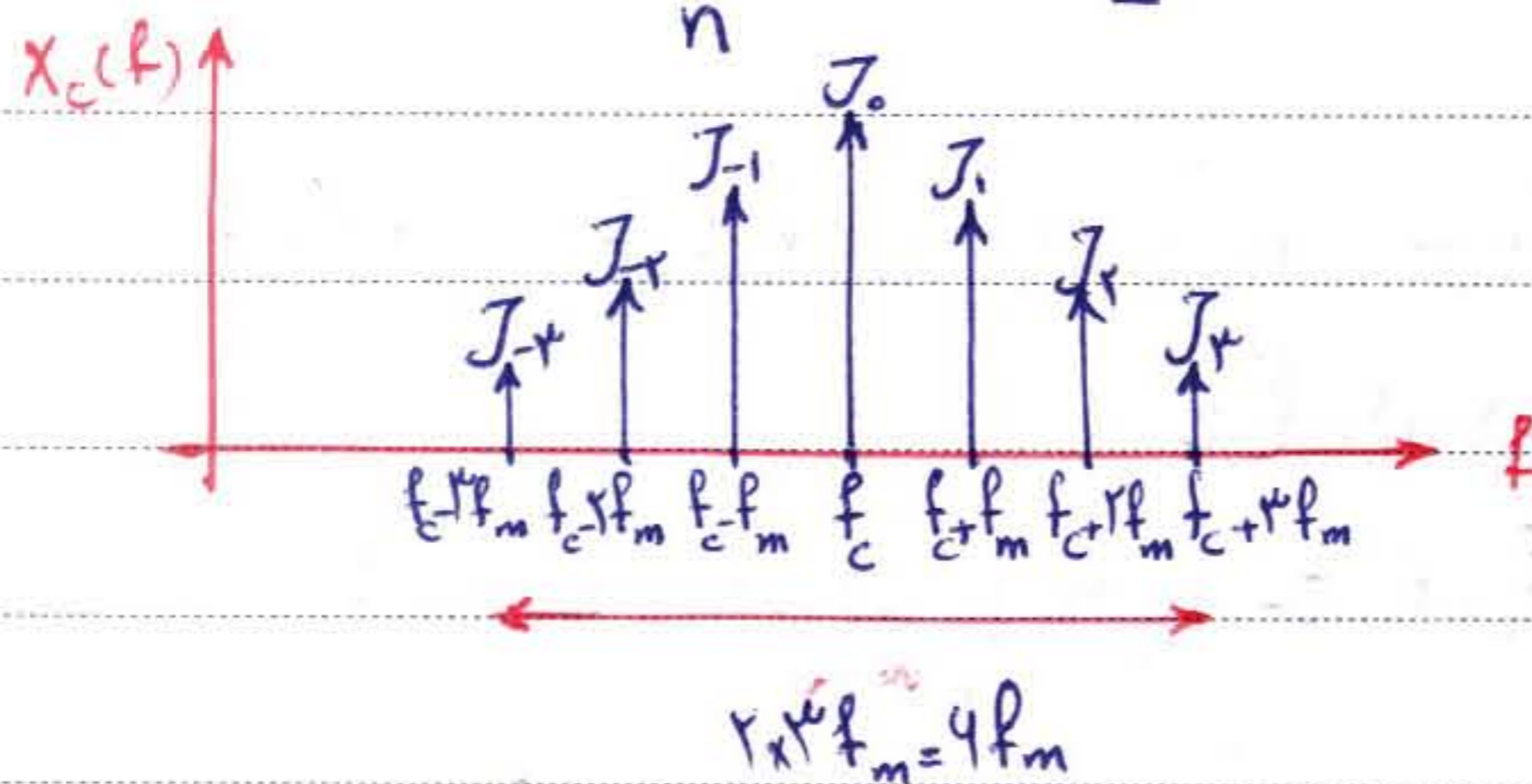
$$\Rightarrow x_c(t) = A_c J_0(\beta) \cos \omega_c t + A_c \sum_{n=1}^{\infty} J_n(\beta) [\cos(\omega_c - n\omega_m)t + \cos(\omega_c + n\omega_m)t]$$

$$- A_c \sum_{n=1}^{\infty} J_n(\beta) [\cos(\omega_c + n\omega_m)t - \cos(\omega_c - n\omega_m)t]$$

$$J_{-n}(\beta) = (-1)^n J_n(\beta) \quad \text{: جابجایی}$$

$$\Rightarrow x_c(t) = A_c \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\beta) \cos(\omega_c + n\omega_m)t$$

$$\Rightarrow X_c(f) = \frac{1}{2} A_c \sum_n J_n(\beta) [\delta(f - f_c - n f_m) + \delta(f + f_c + n f_m)]$$



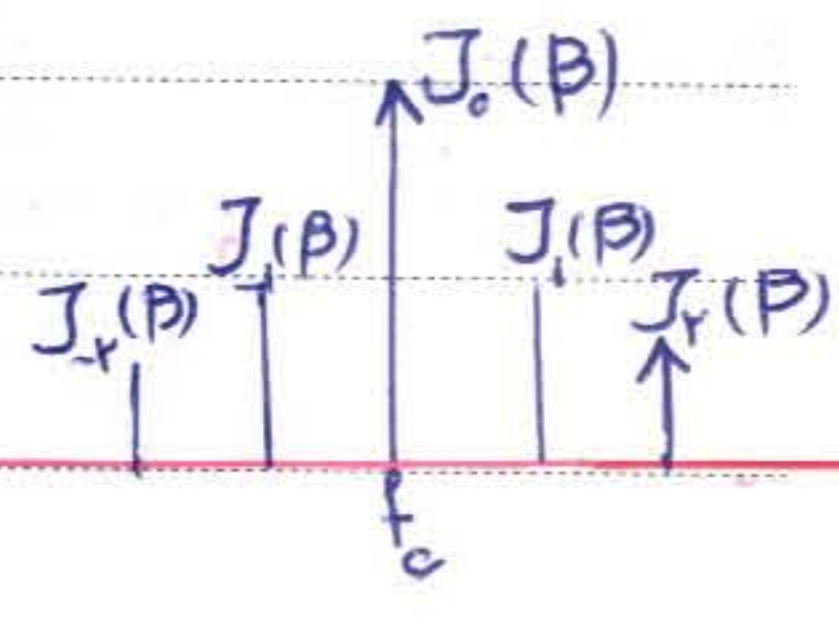
Subject: کلاس پنجم  
 Year:            Month:            Date:           

مدولاسیون مایه :

$$x_c(t) = A \cos(2\pi f_c t + \varphi(t)) \rightarrow \begin{cases} \varphi(t) = \varphi_\Delta x(t) & \text{PM} \\ \varphi(t) = 2\pi f_\Delta \int_{-\infty}^t u(\tau) d\tau & \text{FM} \end{cases}$$

5

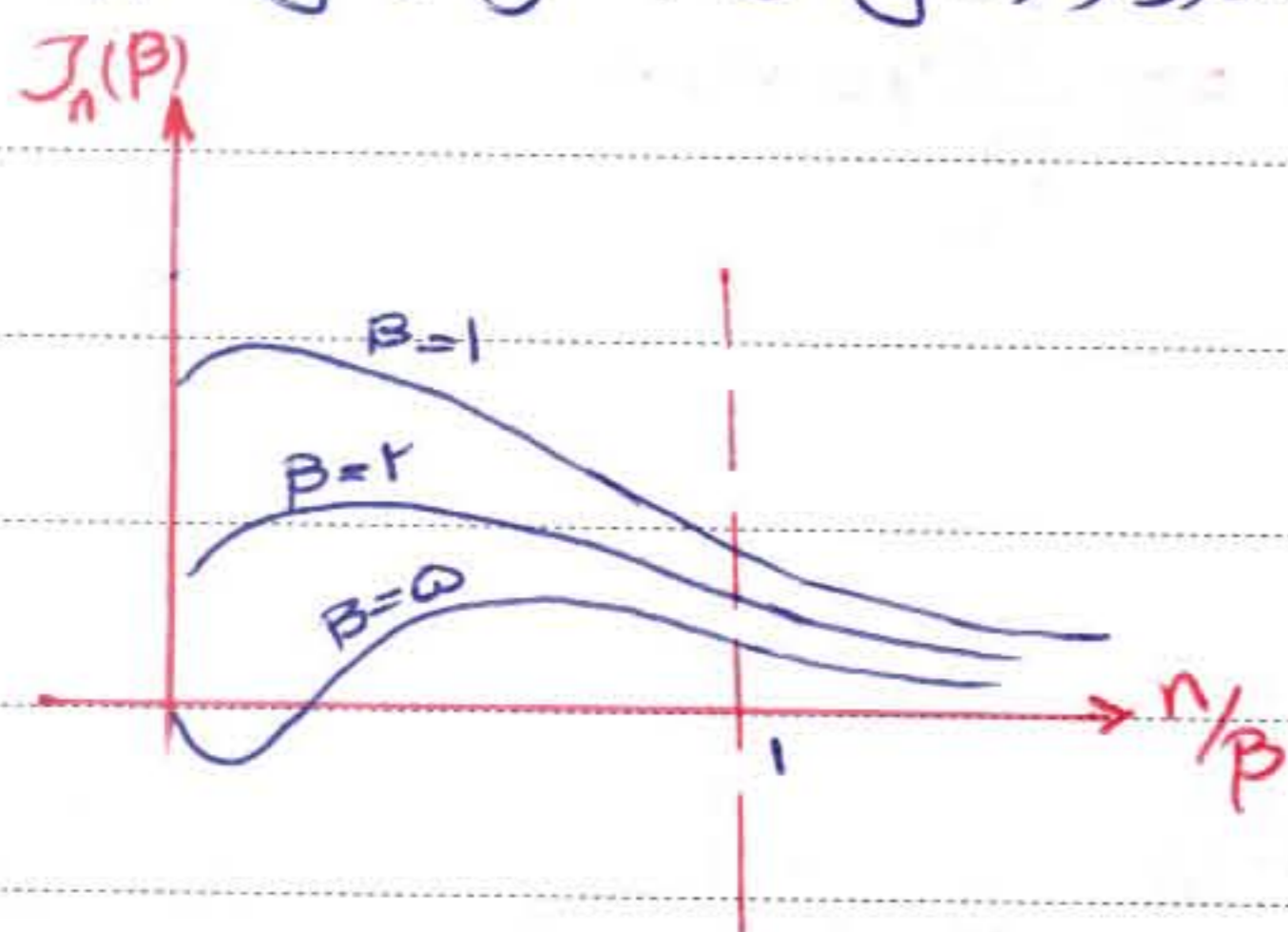
$$x_c(t) = A_c \sum_n \cos(2\pi f_c t + 2\pi f_m t) J_n(\beta)$$



10

در شکل های FM و PM بهای باند بیشتری به خود اختصاص داده اند

مسئله دیگر اینست که در فرکانس حامل مقداری از اطلاعات خبر وجود دارد و ارسال آن به معنی ارسال خبر است



$$|n/\beta| \gg 1 \Rightarrow |J_n(\beta)| \rightarrow 0$$

$$|n/\beta| < 1 \Rightarrow n_{max} = \beta$$

$$\beta \gg 1$$

$$B_T = 2\pi f_m = 2\beta f_m$$

تقریب بهای باند

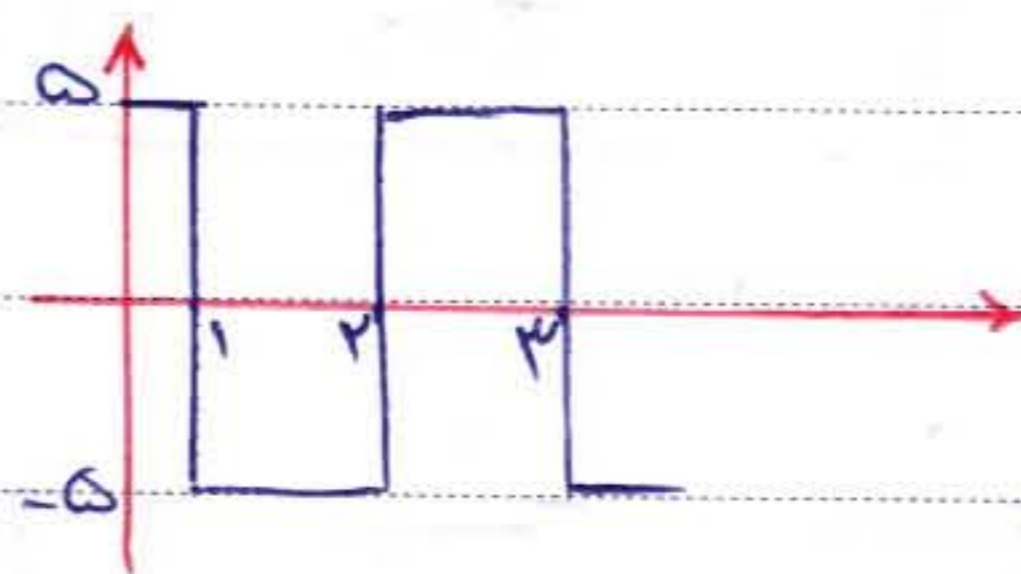
FM بین باند:

$$B_T = 2(\beta+1) f_m^W$$

قانون کارلسون برای تقریب بهای باند \$x\_c\$:

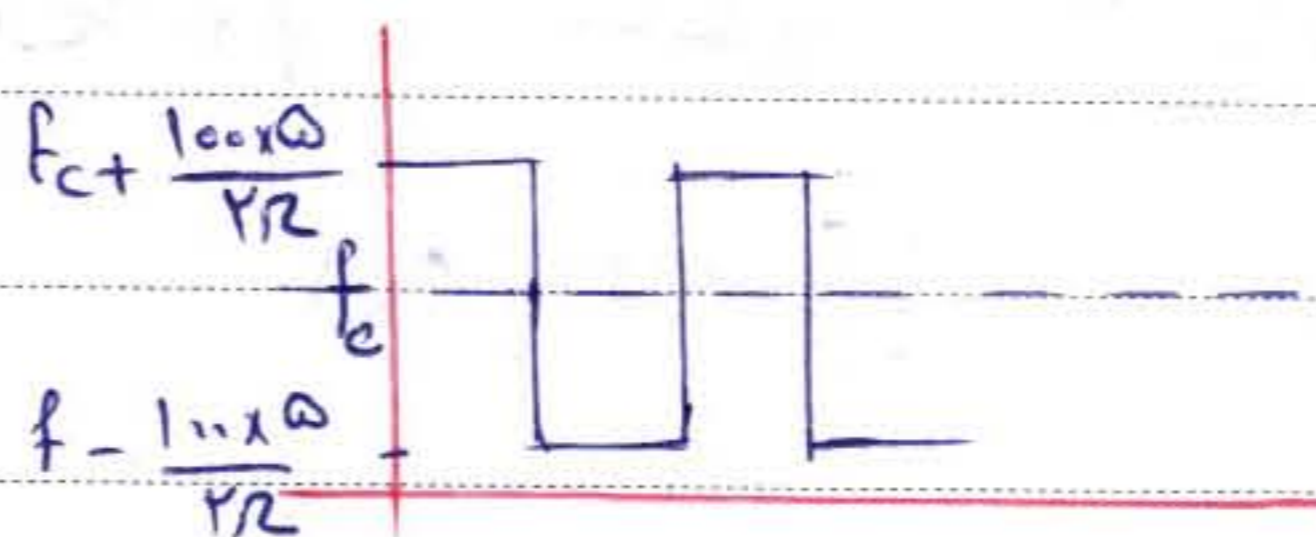
20

$$x_c(t) = 100 \cos(2\pi f_c t + \underbrace{100 \int m(\tau) d\tau}_{\theta_c})$$



مثال:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \dot{\theta}_c = f_c + \frac{100}{2\pi} m(t)$$



$$\Delta f_{max} = \frac{2 \times 100}{2\pi}$$

25

Subject:

Year. Month. Date. ( )

مثال:

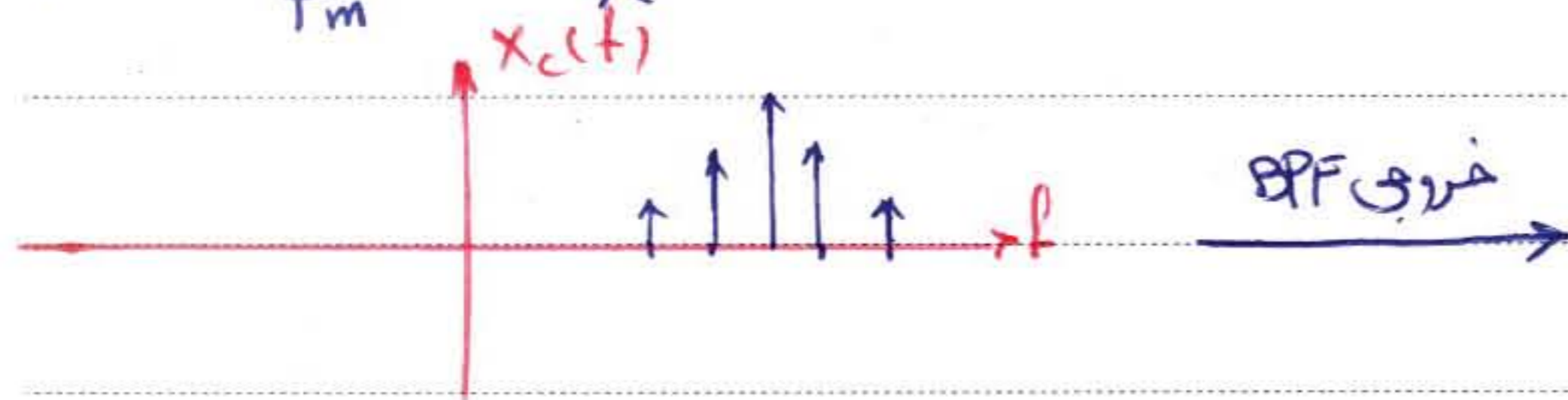
$$m(t) = 10 \cos 142t$$

$$x_c(t) = 10 \cos \left[ f_{c0} \pi t + 2\pi f_{\Delta} \int_{-\infty}^t m(\tau) d\tau \right], f_{\Delta} = 10$$

سیگنال فوق را به یک BPF داده، می خواهیم ببینیم توان خروجی چقدر می شود. توان سیگنال است.

$$\text{BPF: } f_c = 300, BW = 42 \text{ Hz}$$

$$\beta = \frac{f_{\Delta} A_m}{f_m} = \frac{10 \times 10}{142} = 7.04$$



ضرایب ازای  $n = -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4$  عبور پیدا می کنند

$$P_o = \frac{10^2}{2} J_0^2(\beta) + 2 \sum_{i=1}^4 \frac{10^2}{2} J_i^2(\beta) = 13.15$$

$$|J_n(\beta)| = |J_{-n}(\beta)|$$

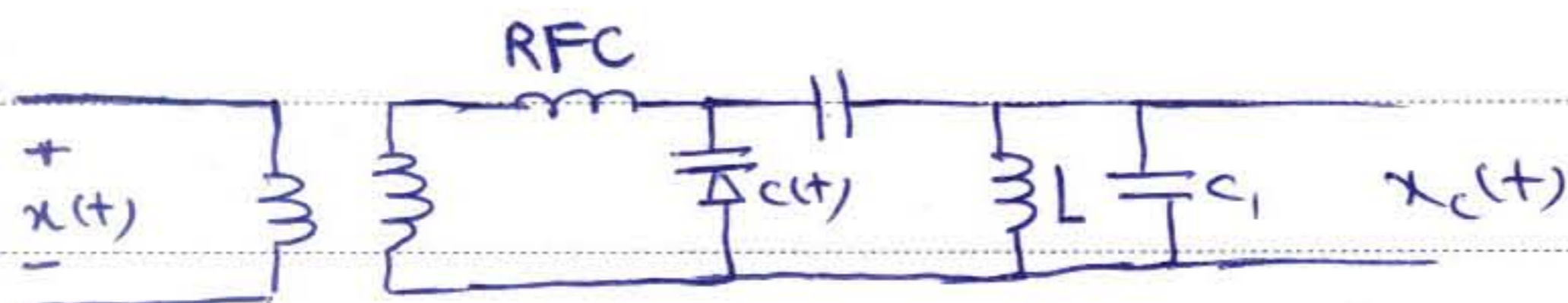
$$\Rightarrow \frac{P_o}{P_c} = 24.3$$

$$P_{\text{سیگنال ورودی}} = \frac{1}{2} A_c^2 = 50$$

تولید و آنتن سازی سیگنال های FM, PM:

۱- روش مستقیم برای تولید سیگنال FM:

استفاده از VCO:



$$C(t) = C_0 - C x(t)$$

$$\dot{\theta}_c(t) = \frac{1}{\sqrt{LC(t)}} = \frac{1}{\sqrt{LC_0}} = \frac{1}{\sqrt{1 - x(t)}}$$

$$\omega_c = \frac{1}{\sqrt{LC_0}} \quad \left| \frac{C}{C_0} x(t) \right| \ll 1$$

$$\dot{\theta}_c(t) = \omega_c \left( 1 + \frac{C}{2C_0} x(t) \right) \quad f_{\Delta} = \frac{C}{2C_0} f_m \quad f_{\Delta} < 0.1004 f_c$$

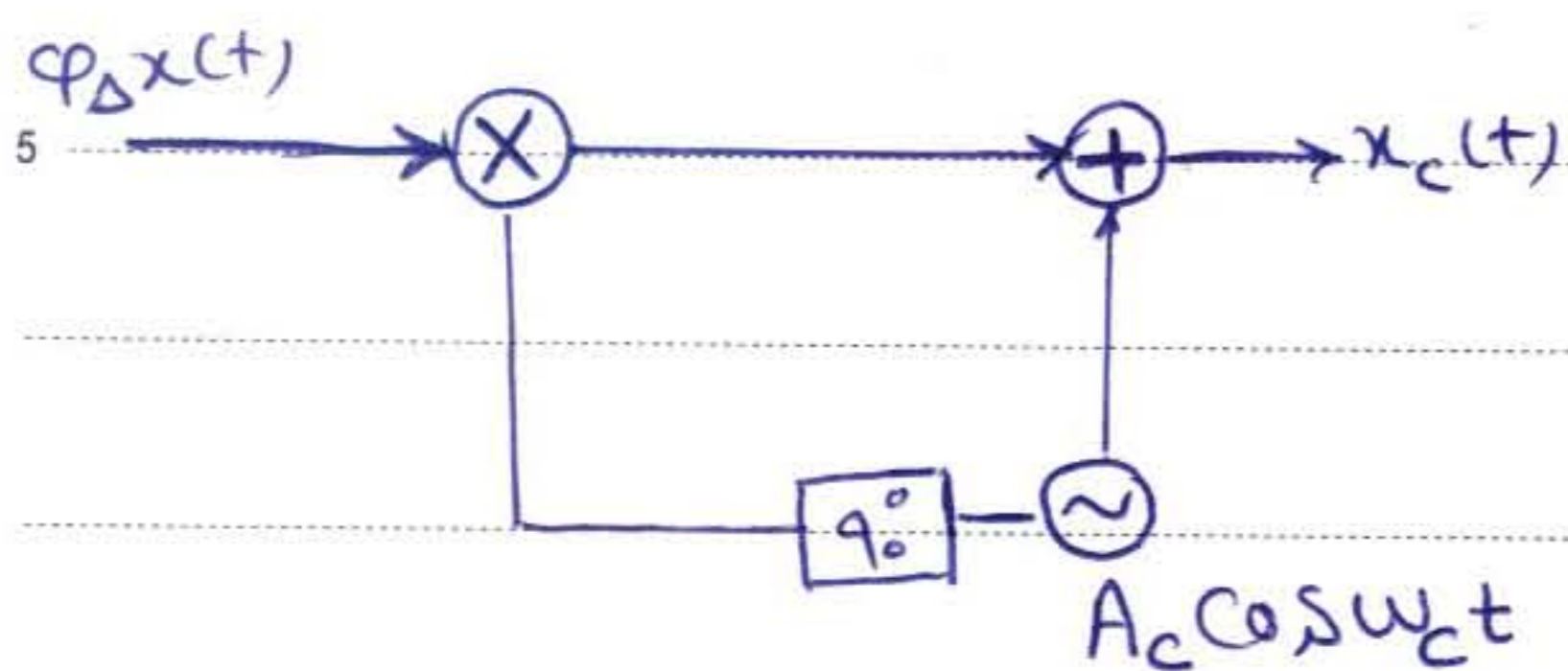
Subject :

Year . Month . Date . ( )

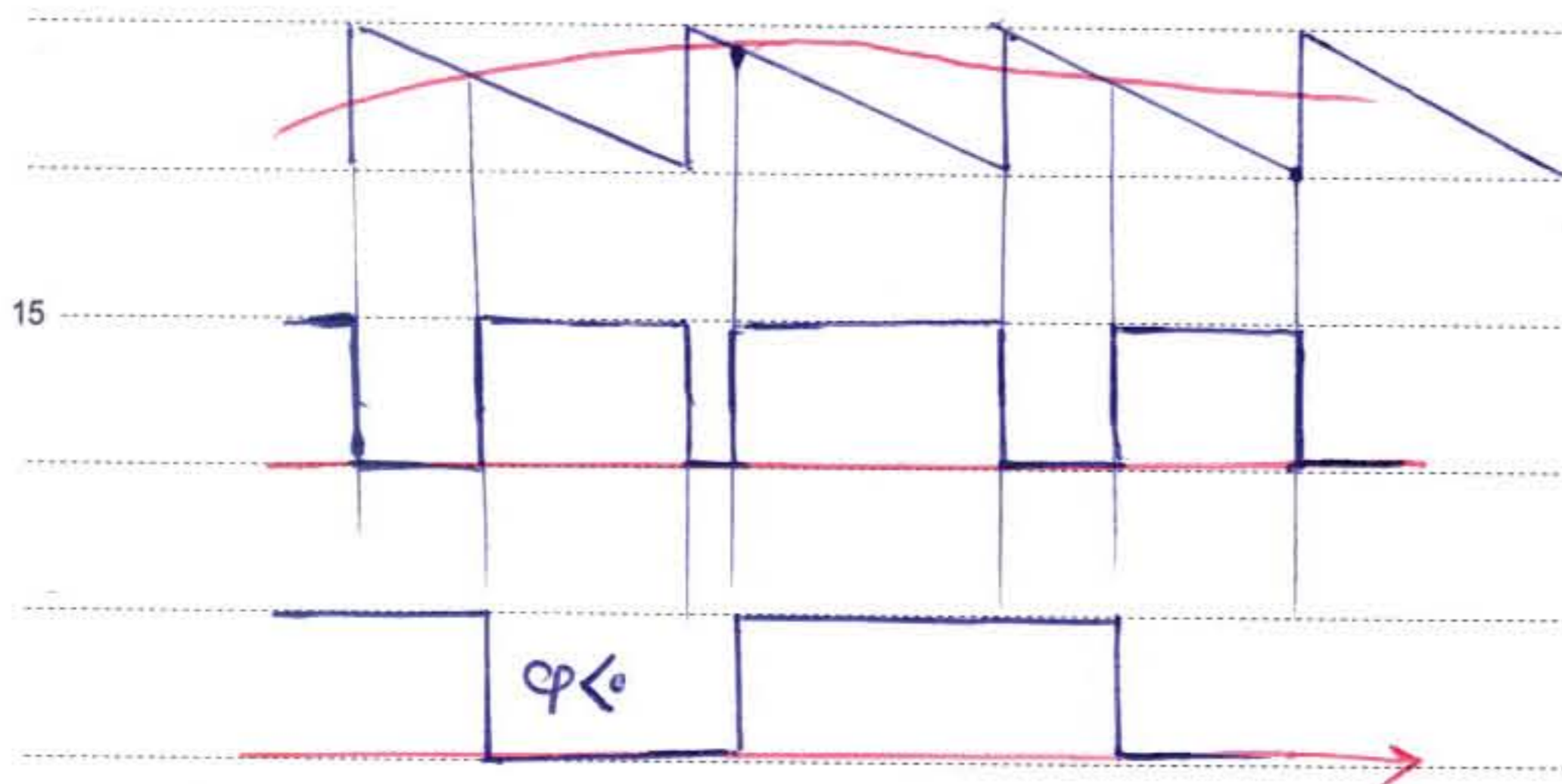
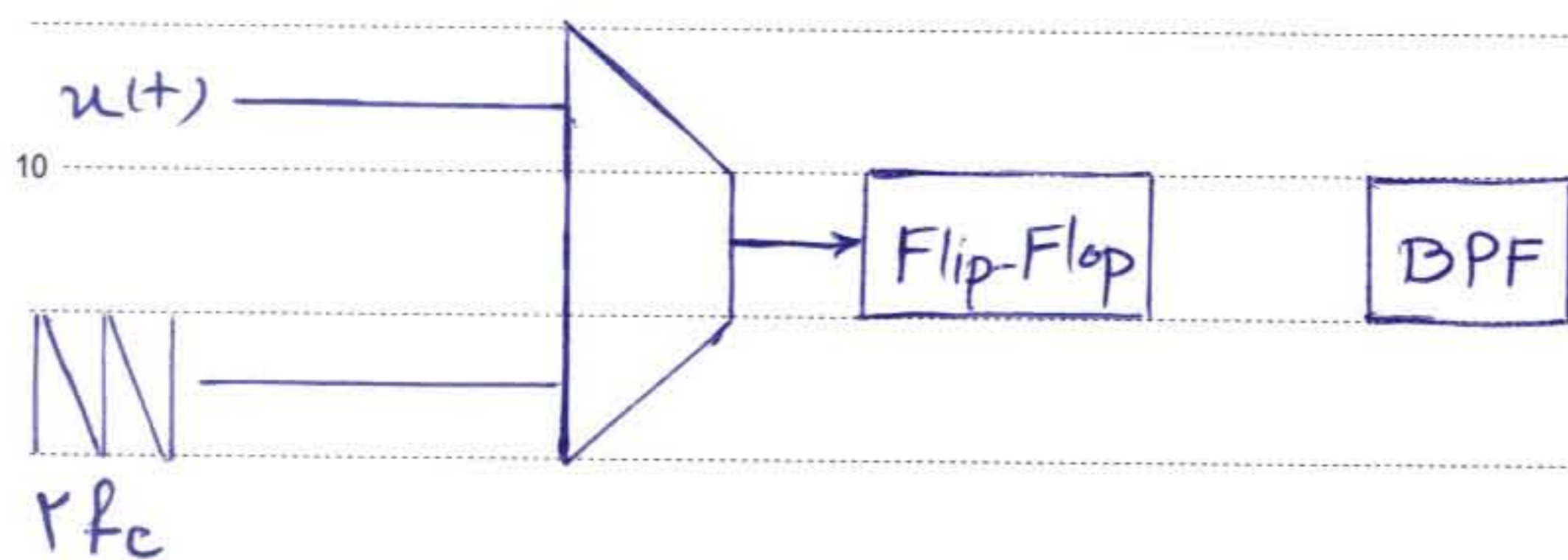
روش غیر مستقیم: مدولاتور فاز

$$x_c(t) = A_c \cos 2\pi f_c t - \underbrace{A_c \varphi(t)}_{\varphi_\Delta x(t)} \sin 2\pi f_c t$$

مدولاتور باندریج :



مدولاتور فاز:

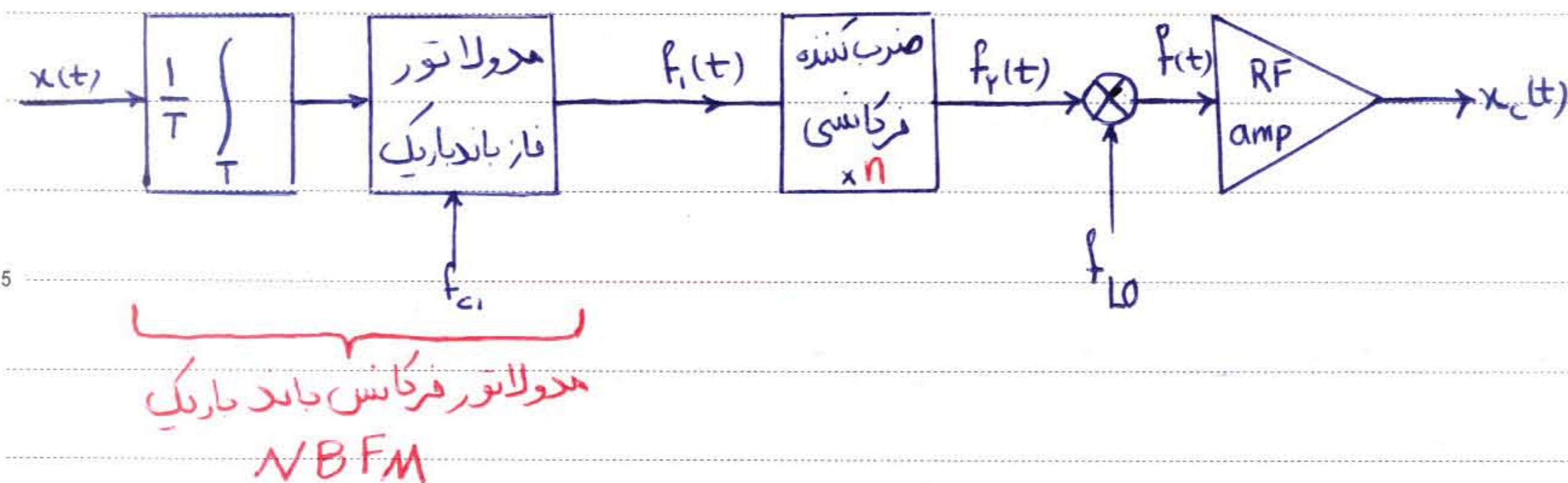


خروجی مقایسه

خروجی Flip-Flop

Subject: حکیم (هم)  
 Year:            Month:            Date:           

## تولید و آشکارسازی سیگنال FM



در اینجا بهای مشاهده می شود که فرکانس لحظه ای هر بلوک مشاهده می کنیم.  
 می خواهیم در نهایت داشته باشیم:

$$f(t) = f_c + f_\Delta x(t)$$

$$\theta_1(t) = 2\pi f_c t + \frac{\varphi_\Delta}{T} \int x(\tau) d\tau$$

$$f_1(t) = \frac{1}{2\pi} \dot{\theta}_1(t) = f_c + \frac{\varphi_\Delta}{2\pi T} x(t)$$

$$f_r(t) \xrightarrow[n \text{ ضرب می شود.}]{\text{زاویه لحظه ای در } n} n f_1(t) = n f_c + \frac{n \varphi_\Delta}{2\pi T} x(t)$$

$f(t)$  می تواند در حالت مجموع یا تفاضل  $f_r(t)$ ،  $f_{L0}$  را داشته باشد پس:

$$\begin{cases} f(t) = n f_c + f_{L0} + \frac{n \varphi_\Delta}{2\pi T} x(t) \\ f(t) = n f_c - f_{L0} + \frac{n \varphi_\Delta}{2\pi T} x(t) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} f_c = n f_c \pm f_{L0} \\ f_\Delta = \frac{n \varphi_\Delta}{2\pi T} \end{cases}$$

از رابطه دوم  $n$  مشخص می شود و سپس در رابطه اول با توجه به  $f_{L0}$ ،  $f_c$ ،  $n$  مشخص می گردد.

هدف:  $f(t) = f_c + f_\Delta x(t)$

فیلتر RF یکی از فرکانس های لحظه ای را حذف و دیگری را برای ارسال می کند.

Subject:

Year. Month. Date. ( )

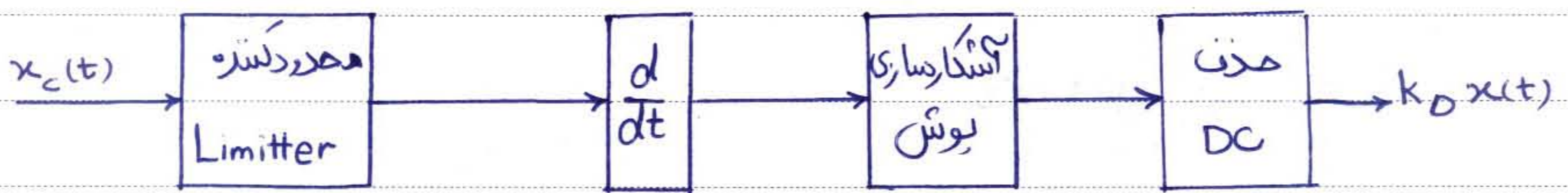
## آشنایی با فرکانس:

حال می‌خواهیم اطلاعات خبر را از سیگنال مدوله شده دریافت کنیم.  
 (۱) در سیگنال مدوله شده اطلاعات در فاز وجود دارد و با مشتق گرفتن از آن اطلاعات خبر به دامنه مشتق می‌شود. با این کار می‌توانیم با استفاده از آشکارسازی یوش اطلاعات را بازیابی کنیم.

بدل AM و FM:  $x_c(t) = A_c \cos(\theta_c(t)) \Rightarrow \dot{x}_c(t) = -A_c \dot{\theta}_c(t) \sin(\theta_c(t))$

$$\dot{\theta}_c(t) = 2\pi(f_c + f_\Delta x(t))$$

$$\dot{x}_c(t) = -2\pi A_c (f_c + f_\Delta x(t)) \sin(\theta_c(t))$$



دسته دیگری از آشکارسازها مشتق را با تقریب حساب می‌کنند. به این روش Phase-Shift discriminator.

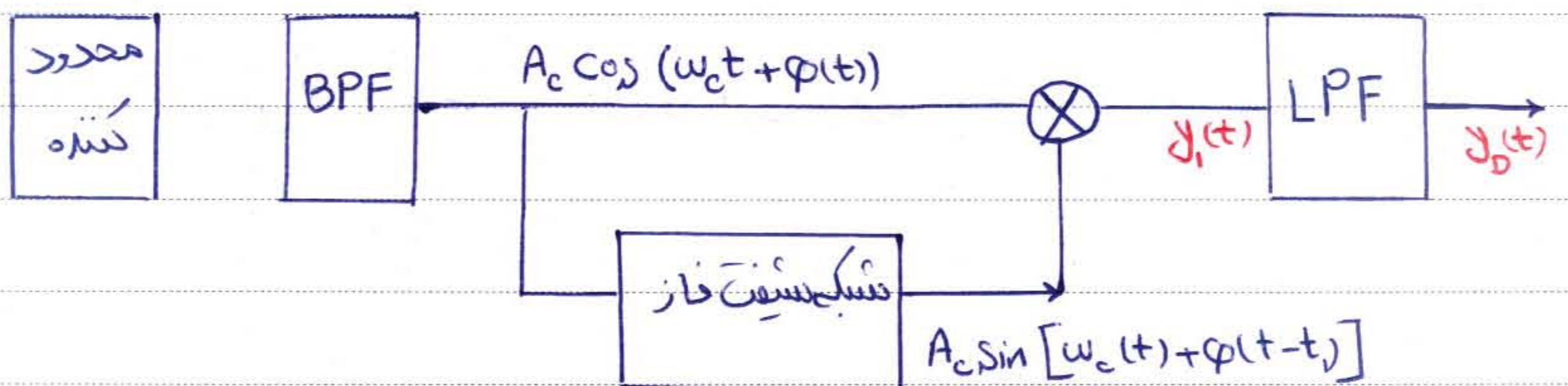
اساس این روش تقریب زدن مشتق به صورت مقابل است:

$$\dot{V}(t) = \lim_{t_i \rightarrow 0} \frac{V(t) - V(t - t_i)}{t_i}$$

FM:  $\dot{\phi}(t) = 2\pi f_\Delta x(t)$ ,  $x_c(t) = A_c \cos(2\pi f_c t + \phi(t))$

تقریب:  $\phi(t) - \phi(t - t_i) = t_i \dot{\phi}(t) = 2\pi f_\Delta t_i x(t)$

برای پیاده‌سازی  $\phi(t)$  و  $\phi(t - t_i)$  از ساختار زیر بدست می‌آید.



$y_i(t) = \sin(2\omega_c t + \phi(t) + \phi(t - t_i))$ ,  $\sin(\phi(t) - \phi(t - t_i)) \approx \phi(t) - \phi(t - t_i) \ll 1$

$y_D(t) \propto 2\pi f_\Delta t_i x(t) \Rightarrow y_D(t) = k_D f_\Delta x(t)$

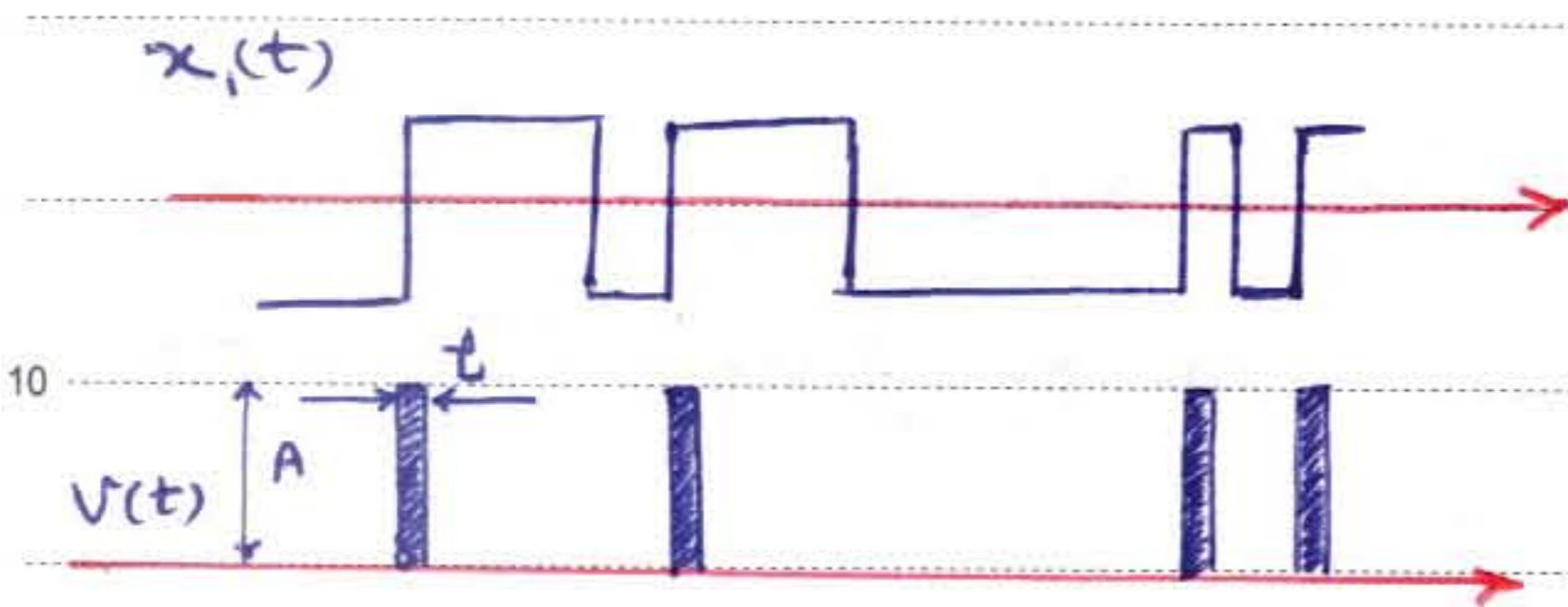
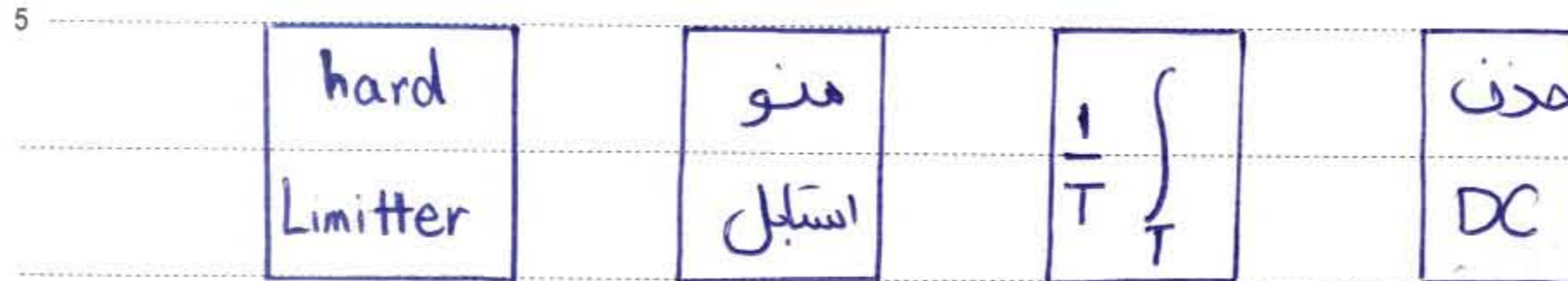
Subject :

Year . Month . Date . ( )

## Zero - Crossing

## ۳- آشکار ساز عبور از صفر :

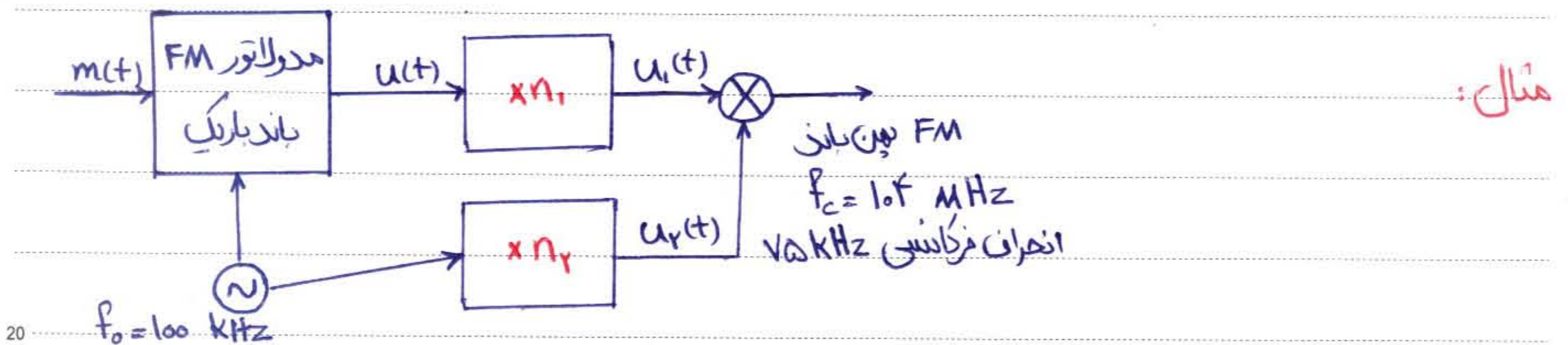
مقایسه‌ی تار در اینجا کاملاً متناوب با مرحله قبل است. در اینجا عبور از صفرها آشکار سازی می‌شوند و با توجه به فواصل این عبور از صفرها فرکانس لحظه‌ای تعیین زده می‌شود.



$$n_T = T f(t) \quad \text{تعداد پالس‌ها در یک دوره‌ی } T$$

$$\frac{1}{T} \int_T v(t) dt = \frac{1}{T} n_T A t = \frac{1}{T} T f(t) A t = A t f(t) = A t (f_c + f_\Delta x(t)) \Rightarrow y(t) = k_D x(t)$$

\* T متناسب با پهنای باند خبر انتخاب می‌شود.



مثال :

$\beta_{FM} A \cos 2\pi f_0 t$   
FM باندپارک: حداکثر انحراف زاویه‌ای ۱۰

$$W = 15 \text{ kHz}$$

$$n_1 = ? , n_2 = ?$$

$$u(t) = A \cos(2\pi f_0 t + \phi(t))$$

$$u_1(t) = A \cos(2\pi n_1 f_0 t + n_1 \phi(t))$$

$$u_2(t) = A \cos(2\pi n_2 f_0 t)$$

$$\Rightarrow y(t) = \frac{A^2}{T} \cos(2\pi (n_1 + n_2) f_0 t + n_1 \phi(t)) + \frac{A^2}{T} \cos(2\pi (n_1 - n_2) f_0 t + n_1 \phi(t))$$

$$\text{هدف : } y(t) = A \cos(2\pi f_c t + f_\Delta \phi_1(t))$$

Subject:

Year. Month. Date. ( )

$$\left. \begin{array}{l} \text{FM: } \beta = \frac{f_{\Delta}}{W} \\ f_{\Delta} \text{ متناسب از FM باند باریک} \end{array} \right\} \Rightarrow f_{\Delta} = 0.1 \times 15 = 1.5 \text{ KHz}$$

ابتدا انتخاب می‌کنیم کدام یک از عبارات (+) را نگه داریم، پس داریم:

5

$$15 = n_1 \times 1.5 \Rightarrow n_1 = 10$$

$$2\pi(n_1 + n_r) f_0 = 2\pi f_c \Rightarrow n_r = 99$$

اگر بخواهیم در سیگنال نهایی حداکثر انحراف مجاز در فرکانس حامل  $\pm 2 \text{ Hz}$  باشد، براین اساس حداکثر انحراف مجاز در امپلیتود محلی می‌باشد.

10

$$(n_1 + n_r) \Delta f_0 = \Delta f_{\text{حامل}} \Rightarrow \Delta f_0 = 0.0019 \text{ Hz}$$

15

20

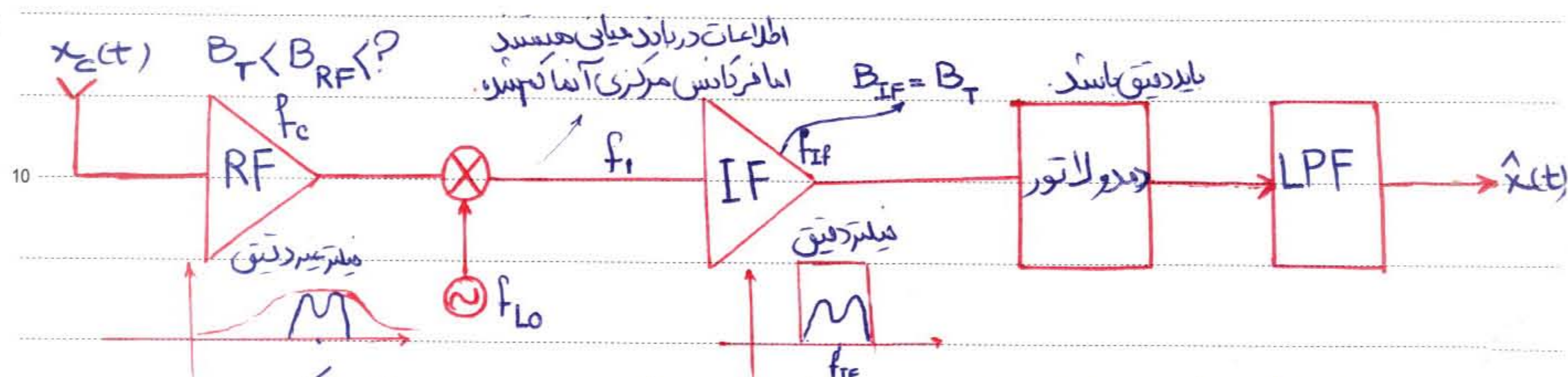
25

دستیار گیرنده ها در سیستم های مخابراتی (موج پیوسته)

گيرنده‌های جاذبه‌کش (سوپره‌ترواين) :

$x(t)$  دستگانی مدوله شدہ ک ارسال می شود۔ این دستگانی با باز فرکانسی خیلی بالاست

RF: ہم فیلٹرنگ، وہم تعویث، ازواج سی دھد



هنریت این روش اینست که ابتدا باید سخت افزار دقیق خود را برای کار در یک فرکانس بایس تر طراحی کنیم.  
فیلتر باند اولی که غیر دقیق نیز می باشد باعث می شود نویز در سگنال کاهش یابد.

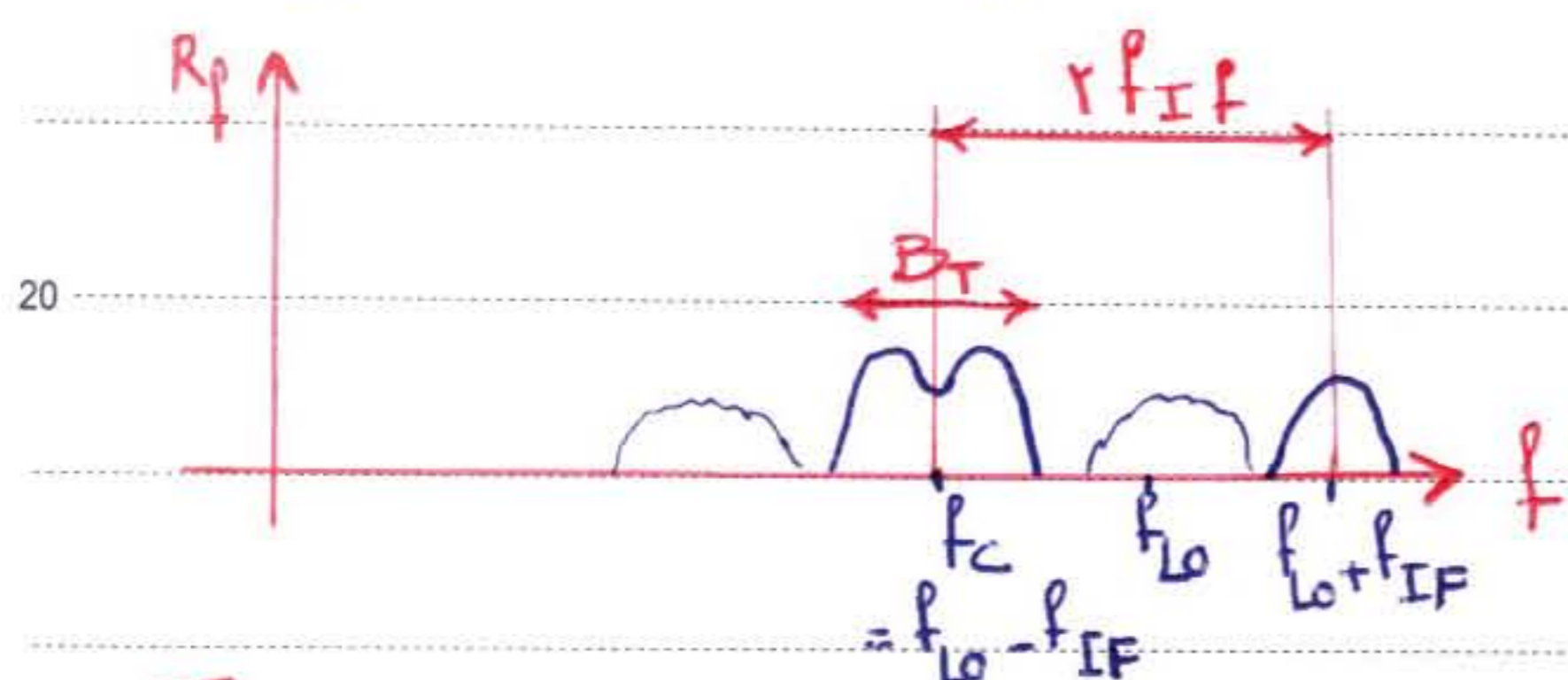
15

این فرکانس را می توانیم چون مستقل باید به فرکانس مرکزی کمتر از  $f_c$  برویم.

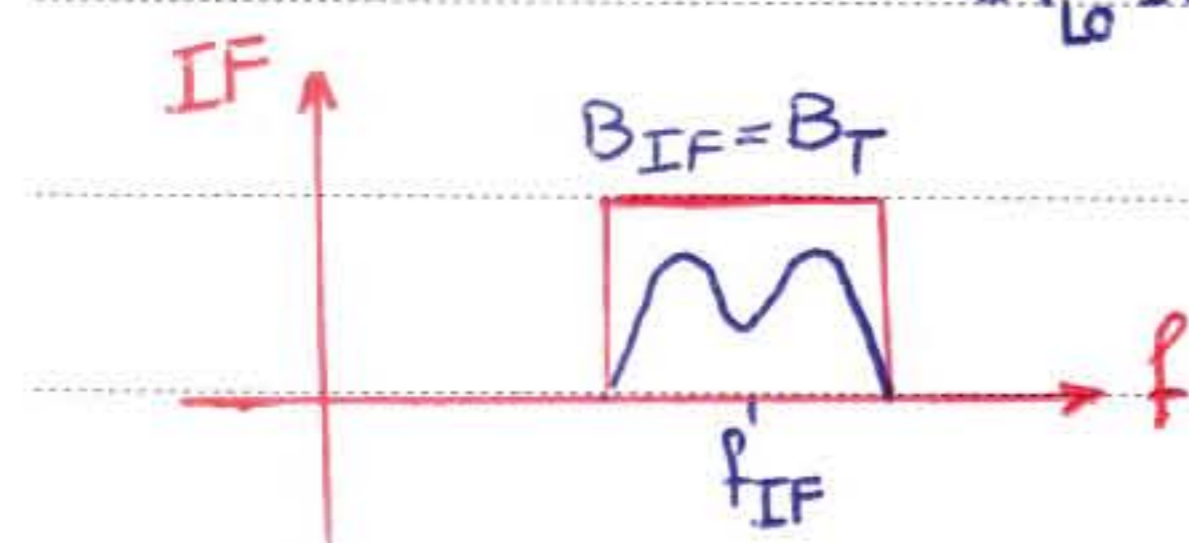
این فرکانس را به عنوان  $f_{IF}$  انتخاب می کنیم.

$$f_i = |f_{L0} \pm f_c| \Rightarrow \begin{cases} |f_{L0} + f_c| : \\ |f_{L0} - f_c| : \end{cases}$$

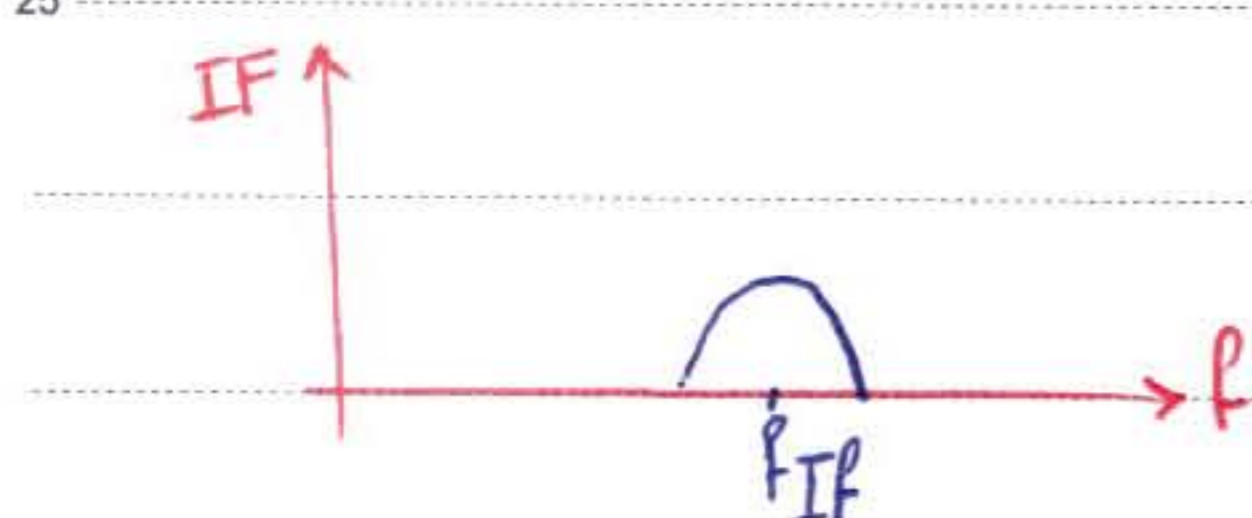
$$f_c = f_{LO} - f_{IF} \rightarrow f_{IF} = f_{LO} - f_c$$



بنابراین اگر شرط  $B_{RF} \ll f_{IF}$  را بگذاریم آنگاه  
فرکانس‌های موجود در  $f_L + f_{IF}$  هنداً ضرب  
شدن در کسینوسی به  $f_{IF}$  منتقل شده و  
تداخل ایجاد می‌شود.



هرچه  $P_{II}$  بیشتر باشد فاصله خبر تا تصویر بیشتر شود.  
و در نتیجه فیلترینگ راحت تر خواهد شد.



$f'_c$ : مرکز ثقل (مركز ثقل)

$$f'_c = f_{lo} + f_{IF} = f_c + 2f_{IF}$$

Subject :

Year . Month . Date . ( )

مثال: گیرنده FM سوپر هتروداین: ۱۰۸-۱۱ MHz -  $f_{IF} < f_{LO}$

$$M < f_c < 10.1 \text{ MHz}$$

$f_c$  خارج از محدوده فوق باشد. حداقل  $f_{IF}$  و محدوده تغییرات  $f_{LO}$  ؟

$$f_c' \notin [M, 10.1] \Rightarrow M + f_{IF} > 10.1 \Rightarrow f_{IF} > 10 \text{ MHz}$$

$$f_{LO} = f_c + f_{IF} \Rightarrow 11.1 < f_{LO} < 10.1 + 10 \Rightarrow 11 \text{ MHz} < f_{LO} < 20 \text{ MHz}$$

Subject: حکایت دوازدهم  
 Year: ۸ Month: ۲۴ Date: ( )

نویس:

موضوع نویز:

احتمال و متغیرهای تصادفی:

پیشامد تصادفی آزمایشی است که می توان مقدار قطع و یقینی آن را از قبل بیان کرد.

پیشامد (رخداد): Event:

نتیجه ای است که در هر بار انجام یک آزمایش تصادفی ممکن است حاصل شود.

$$P_A = \frac{N_A}{N}$$

تعداد دفعاتی که A پیش آمده  $\rightarrow N_A$   
 تعداد دفعات انجام آزمایش  $\rightarrow N$   
 نتیجه ممکن آزمایش  $\rightarrow P_A$

تئوری احتمال:

تمام پیشامدهای ممکن

$$S = \{S_i\}$$

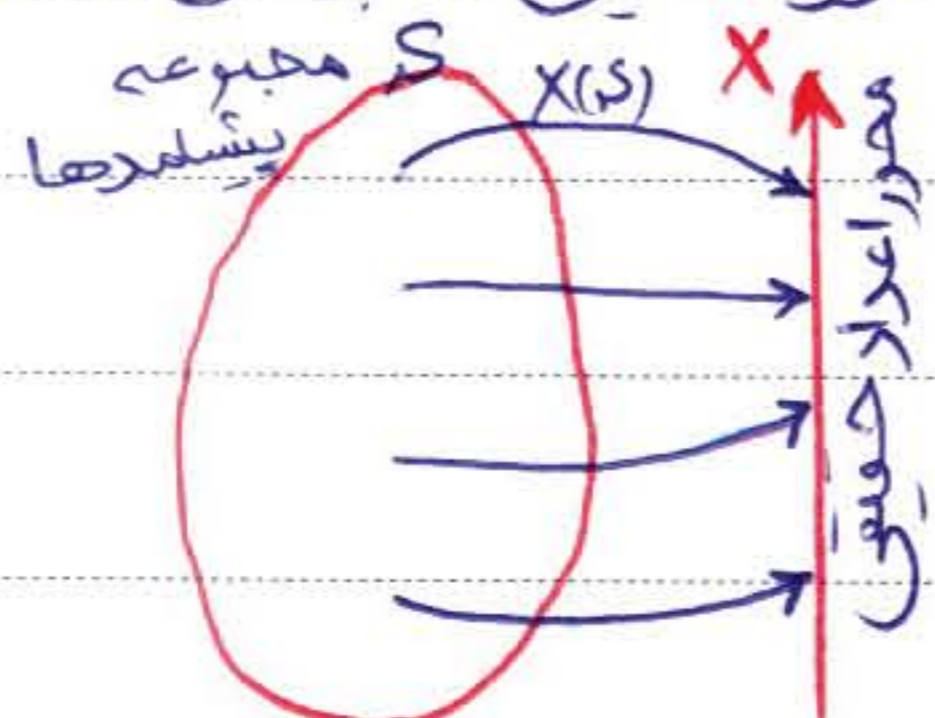
شرط ها

$$\begin{cases} 1) P(S_i) \geq 0 \\ 2) P(S) = 1 \\ 3) P(A_1 + A_2) = P(A_1) + P(A_2) \end{cases}$$

اگر  $A_1, A_2$  استرگی نداشتند

متغیر تصادفی:

ضابطه ای است که به هر نتیجه ممکن یک آزمایش تصادفی، یک عدد حقیقی نسبت می دهد.



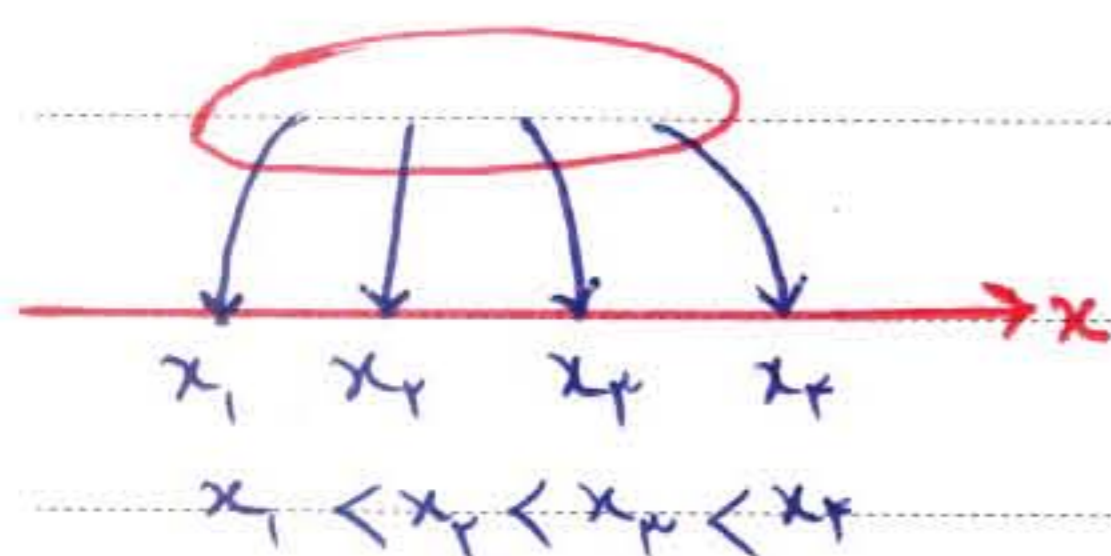
$$P(X = +\infty) = P(X = -\infty) = 0$$

Subject:

Year. Month. Date. ( )

انواع متغیرهای تصادفی:

الف) متغیر تصادفی گسسته: اگر متغیری که دارای تعداد اعضای قابل شمارش باشد.



$$F_X(x) = P(X \leq x)$$

تابع توزیع تجمعی برای متغیر تصادفی  $x$ : CDF

خواص  $\rightarrow$

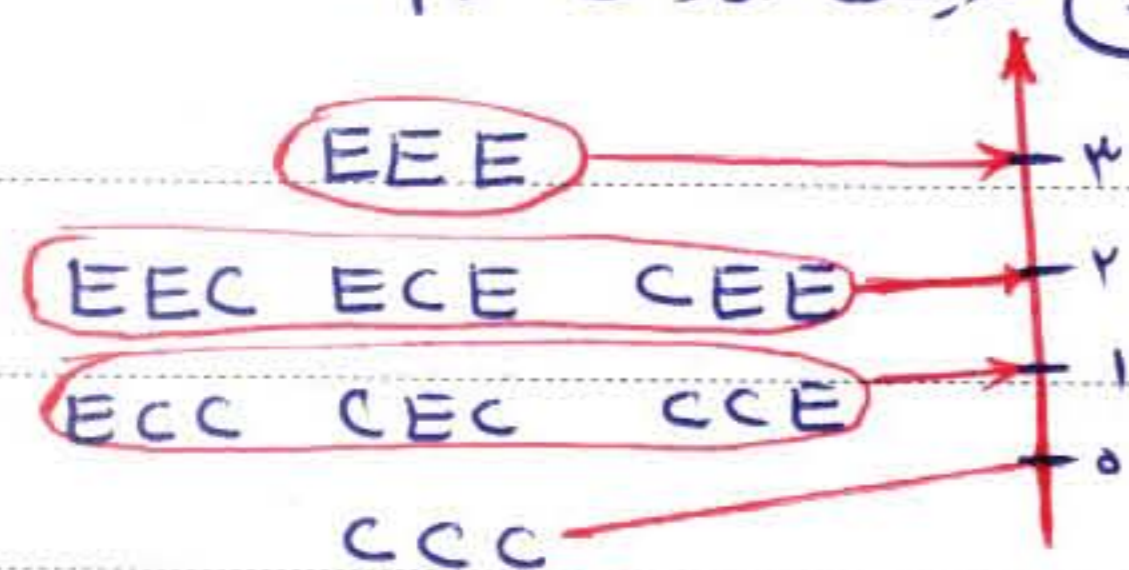
$$\begin{cases} 0 \leq F_X(x) \leq 1 \\ F_X(-\infty) = 0 \\ F_X(+\infty) = 1 \end{cases}$$

با استفاده از تابع توزیع تجمعی می‌توانیم احتمال هر پیشگویی را حساب کنیم.

$$P(X > x) = 1 - F_X(x)$$

$$P(a < X \leq b) = F_X(b) - F_X(a)$$

مثال: احتمال این که خطا در هر سه تست مستقل از سایر تست‌ها است، احتمال خطا برابر با  $\frac{1}{5}$  است. حال بیاییم ۳ بی‌بی را ارسال کنیم. می‌خواهیم اطلاعات دربارتی را از لحاظ نوع دربارت بررسی کنیم.



$$P(X=0) = \left(\frac{4}{5}\right)^3$$

$$P(X=1) = 3 \times \frac{1}{5} \times \left(\frac{4}{5}\right)^2$$

$$P(X=2) = 3 \times \left(\frac{1}{5}\right)^2 \times \frac{4}{5}$$

$$P(X=3) = \left(\frac{1}{5}\right)^3$$

$$F_X(0) = P(X \leq 0) = P(X=0) = \left(\frac{4}{5}\right)^3$$

$$F_X(1) = P(X \leq 1) = P(X=0) + P(X=1)$$

$$F_X(2) = P(X \leq 2) = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) = 1 - P(X=3)$$

$$F_X(3) = 1$$

Subject:

Year. Month. Date. ( )

ب) متغیر تصادفی پیوسته:

این متغیری تواند هر عددی در روی محور حقیقی به خود اختصاص دهد.

$$F_X(x) = P(X \leq x)$$

x متغیری پیوسته است.

$$P(X=a) = 0$$

تابع چگالی احتمال PDF:

$$f_X(x) = \frac{dF_X(x)}{dx}$$

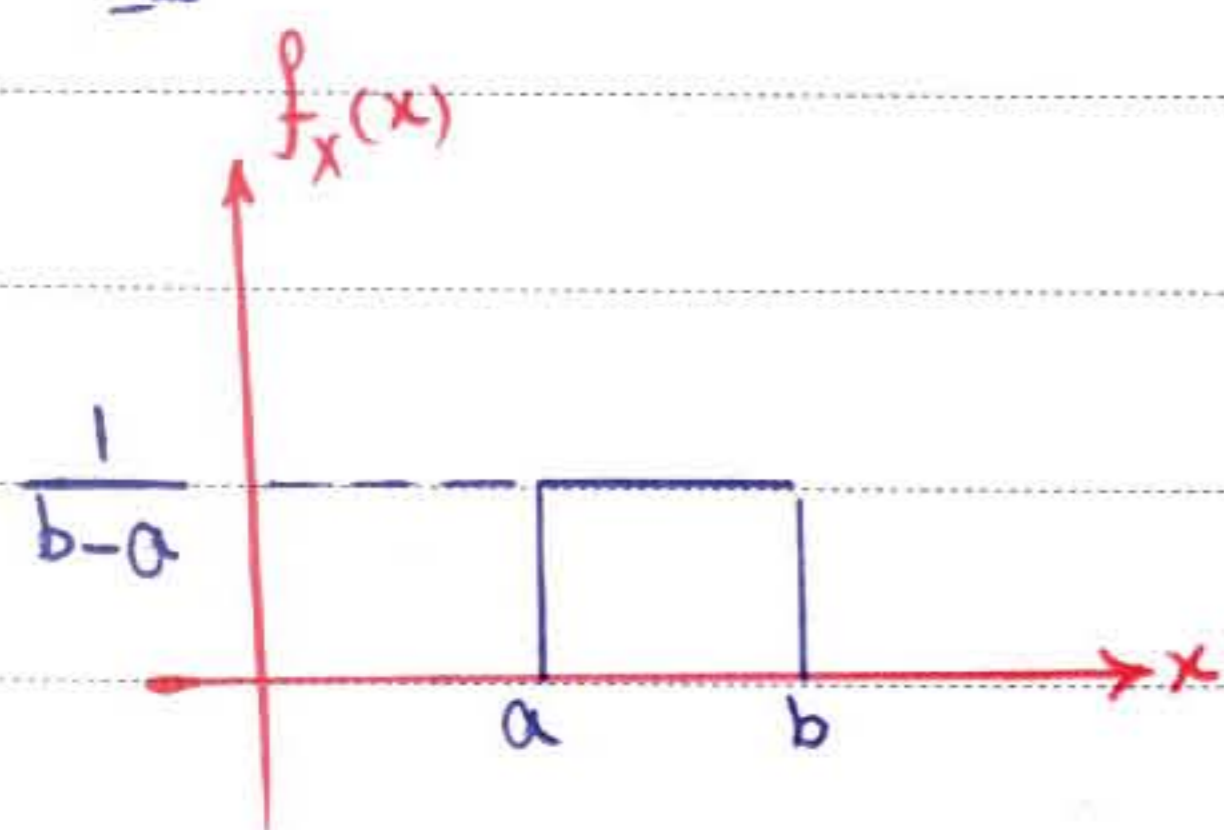
PDF تابعی غیر منفی است که سطح زیر آن! بوده و سطح زیر آن در بازه  $[a, b]$  احتمال رخداد پیشامد در آن بازه است.

$$1- P(X \leq x) = \int_{-\infty}^x f_X(\lambda) d\lambda$$

$$2- f_X(x) \geq 0$$

$$3- P(a \leq x \leq b) = \int_a^b f_X(\lambda) d\lambda$$

$$4- \int_{-\infty}^{\infty} f_X(\lambda) d\lambda = 1$$



- متغیر با توزیع دلخواه:

اگر دو متغیر تصادفی X, Y همزمان قابل مشاهده باشند: تابع توزیع مشترک

$$F_{XY}(x, y) = P(X \leq x, Y \leq y)$$

$$25- f_{XY}(x, y) = \frac{\partial^2 F_{XY}(x, y)}{\partial x \partial y}$$

$$P(a \leq x \leq b, c \leq y \leq d) = \int_c^d \int_a^b f_{XY}(\lambda, \mu) d\lambda d\mu$$

Subject:

Year. Month. Date. ( )

$$f_{XY} = f_X(x) f_Y(y)$$

اگر متغیرهای  $X, Y$  وابسته باشند می توانیم تابع زیر را تعیین کنیم

$$f_{Y|X}(y|x) = \begin{cases} \frac{f_{XY}(x,y)}{f_X(x)} & f_X(x) \neq 0 \\ 0 & f_X(x) = 0 \end{cases}$$

5

$$F_X(x) = F_{XY}(x, +\infty)$$

$$F_Y(y) = F_{XY}(+\infty, y)$$

$$f_X(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f_{XY}(x, \lambda) d\lambda$$

به این تابع چگالی احتمال، PDF کناری می گوییم

10

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f_{XY}(x,y) dx dy = 1$$

$X, f_X(x)$

میانگین آماری:

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f_X(x) dx$$

15

میان اول

$$E(X^n) = \int_{-\infty}^{\infty} x^n f_X(x) dx$$

میان  $n$ -ام

$$\text{Var}(X) = E((X - E(X))^2) = E(X^2) - E^2(X)$$

20

$$E(g(x)) = \int_{-\infty}^{\infty} g(x) f_X(x) dx$$

$$E(CX) = CE(X)$$

$$E(C+X) = C + E(X)$$

25

$$\text{Var}(CX) = C^2 \text{Var}(X)$$

$$\text{Var}(C+X) = \text{Var}(X)$$

Subject:

Year. Month. Date. ( )

$$\phi_x(v) = E(e^{jvx}) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{jvx} f_x(x) dx$$

$$v = v\pi t$$

$$x = f$$

$$\Rightarrow \phi_x(v\pi t) = F^{-1}\{f_x(f)\}$$

تابع مشخصه:

مثال: می خواهیم تابع مگالی احتمال برای  $f_z$  به دست آوریم.  
 $z = x + y$  ,  $f_y(y)$  ,  $f_x(x)$  هم مستقل از هم

$$\phi_z(v) = E(e^{jvz}) = E(e^{jvx} e^{jvy}) \xrightarrow[\text{استقلال}]{\text{تابع به شرط}} E(e^{jvx}) E(e^{jvy}) \rightarrow$$

$$\phi_z(v) = \phi_x(v) \phi_y(v) \Rightarrow f_z(\lambda) = f_x(\lambda) * f_y(\lambda)$$

$$E(X) = m_x \Rightarrow \text{کوارینانس (هم بستگی):}$$

$$E(Y) = m_y \Rightarrow \text{Cov}(X, Y) = E[(X - m_x)(Y - m_y)]$$

$$P_{xy} = \frac{\text{Cov}(X, Y)}{\sigma_x \sigma_y}$$

$$\begin{cases} \sigma_x^2 = \text{var}(X) \\ \sigma_y^2 = \text{var}(Y) \end{cases}$$

$$y, x \text{ نامرتب} \rightarrow \text{Cov}(X, Y) = 0 \Rightarrow E(XY) = E(X)E(Y)$$

$$f_{xy}(x, y) = f_x(x)f_y(y) \quad \text{شرط نامرتب بودن}$$

فرض کنیم برای متغیر تصادفی  $X$ ، تابع مگالی احتمال  $f_x(x)$  را داشته باشیم. حال می خواهیم برای  $y = g(x)$  تابع مگالی احتمال را بدست آوریم.

$$f_y(y) = f_x(x) \left| \frac{dx}{dy} \right| \Rightarrow f_y(y) = f_x(g^{-1}(y)) \left| \frac{dg^{-1}(y)}{dy} \right|$$

Subject: حکیم سیزدهم  
 Year:            Month: 9 Date: 1 ( )

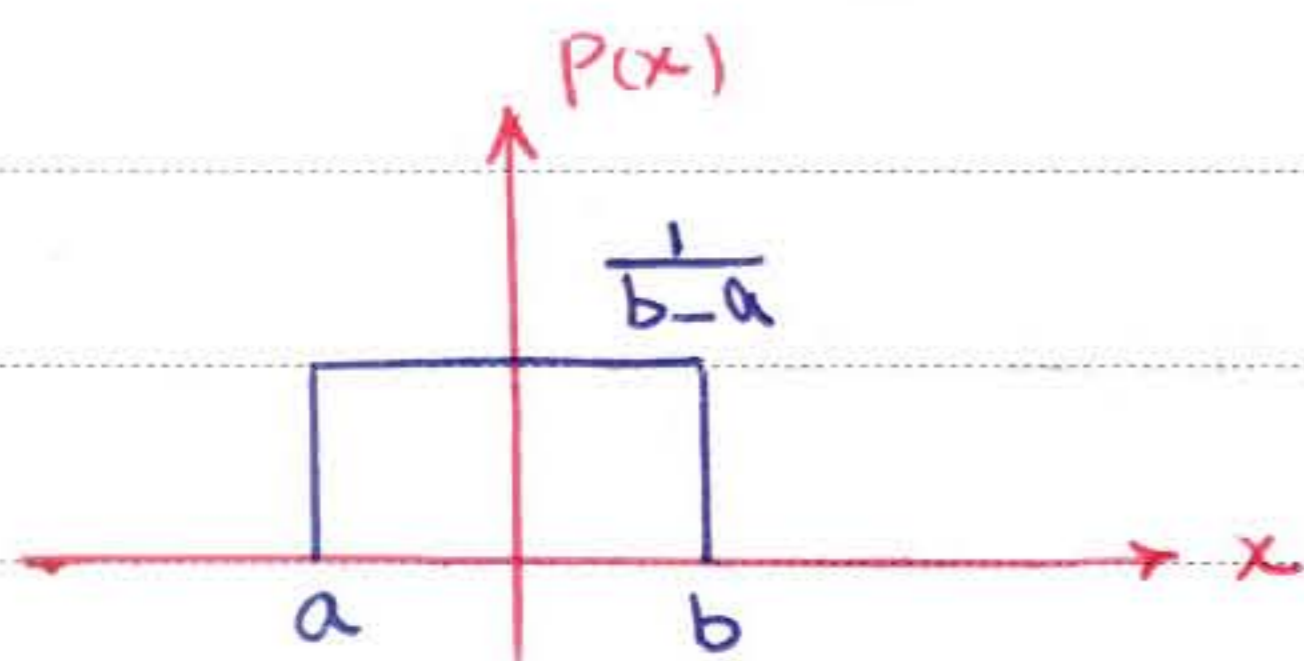
امتحان میانترم: چهارشنبه ۱۷/۹/۸۹

در نوشتن از این به بعد به جای  $f_x(x)$  از  $P(x)$  استفاده می‌کنیم.  
 برای ساده‌سازی، از تابع  $P(x)$  به جای  $f_x(x)$  استفاده می‌کنیم.  
 همچنین برای PDF توأم از  $P(x, y)$  استفاده می‌کنیم.

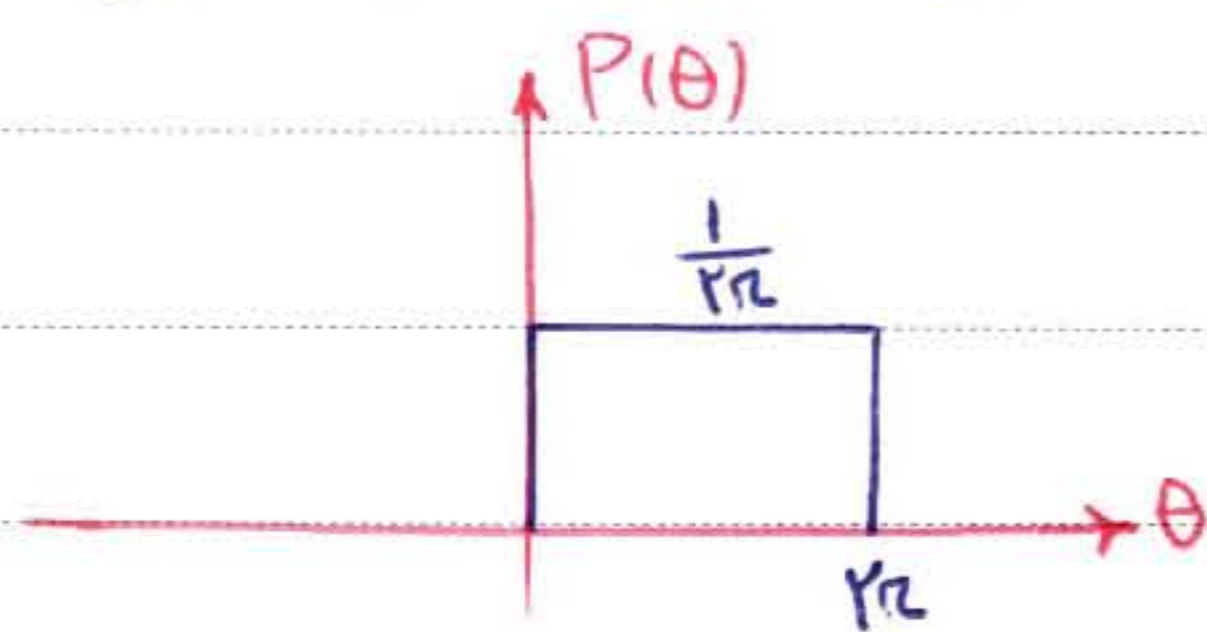
- به تعداد دیده‌های موجود در طبیعت، تابع حتمالی احتمال داریم.

تابع‌های حتمالی احتمال مهم:

۱) PDF یکنواخت (Uniform PDF):



مصادیق این حالت روشن کردن مسدین و فراتر است که در هر حالت ما باید فازاریم خاص مسدین را می‌بینیم.



$$\left. \begin{array}{l} x = x_1 + x_2 \\ \uparrow \quad \uparrow \\ P_1(x_1) \quad P_2(x_2) \end{array} \right\} \rightarrow P(x) = P_1(x) * P_2(x)$$

نظریه حد مرکزی. Central limit theorem.

این نظریه می‌گوید اگر بینهایت تابع مثبت را با هم کانونالو کنیم، آنگاه حاصل تابعی گوسی خواهد بود.

بنابراین اگر دیده‌ای مجموع بینهایت دیده مستقل باشد، آنگاه آن دیده توزیع گوسی دارد.

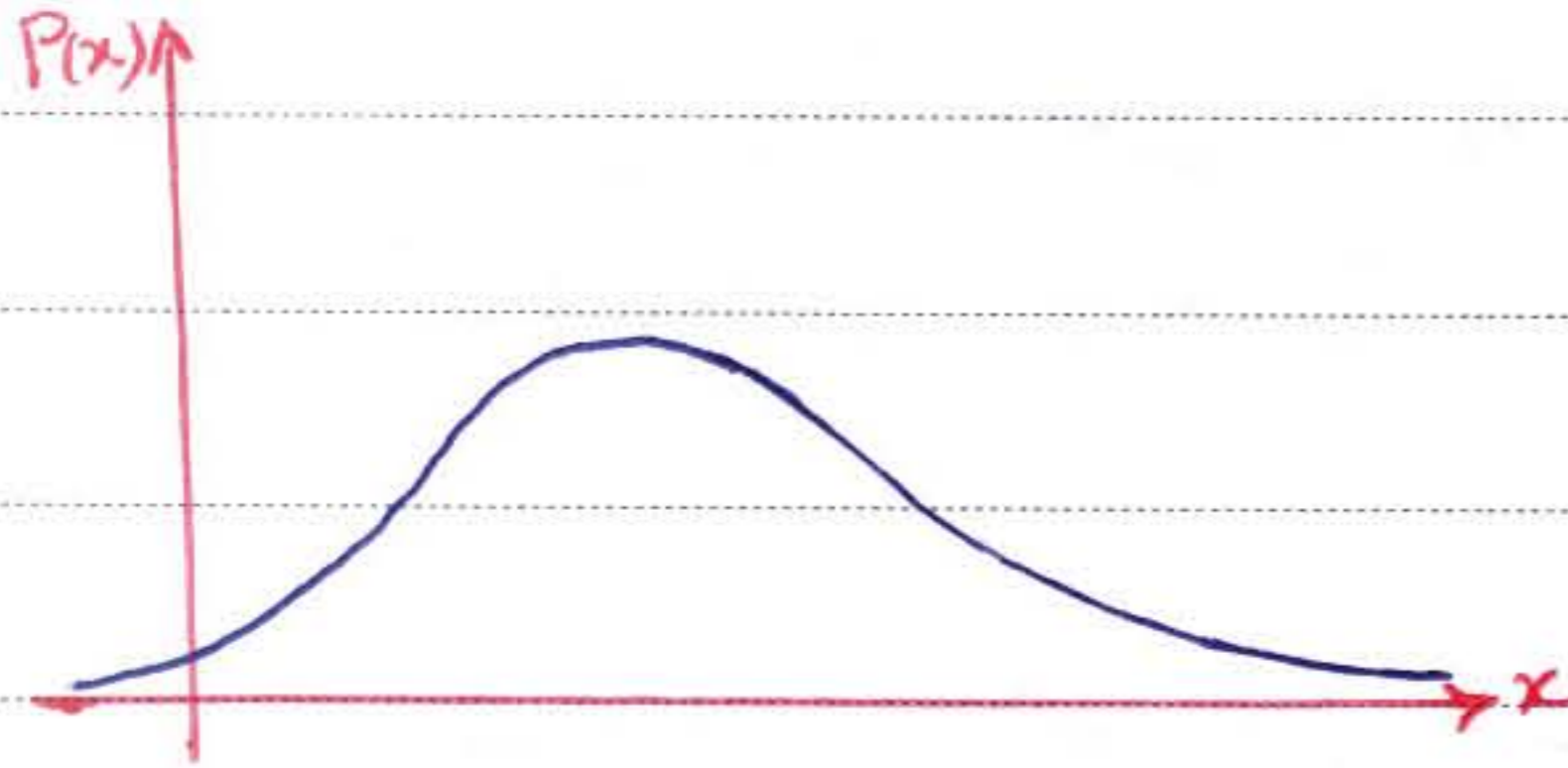
Subject :

Year . Month . Date . ( )

$$P(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}}$$

PDF گوسی :

PDF گوسی ← یعنی بینهایت متغیر مستقل با هم جمع شده و این گونه PDF را شکل داده اند



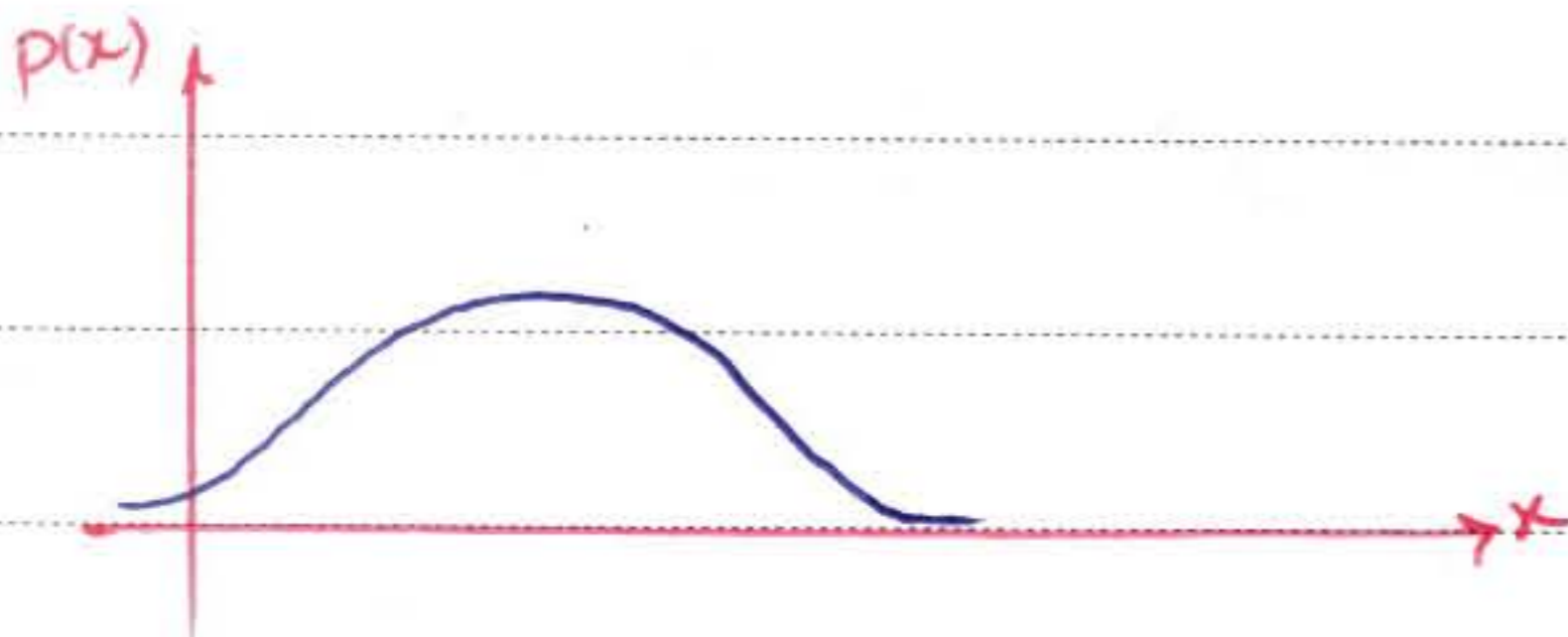
کانولوشن عملی نرم کننده است

**تکلیف :** تئوری حد مرکزی را با انتخاب تعدادی تابع مثبت در رسم کانولوشن آنها بررسی کنید.

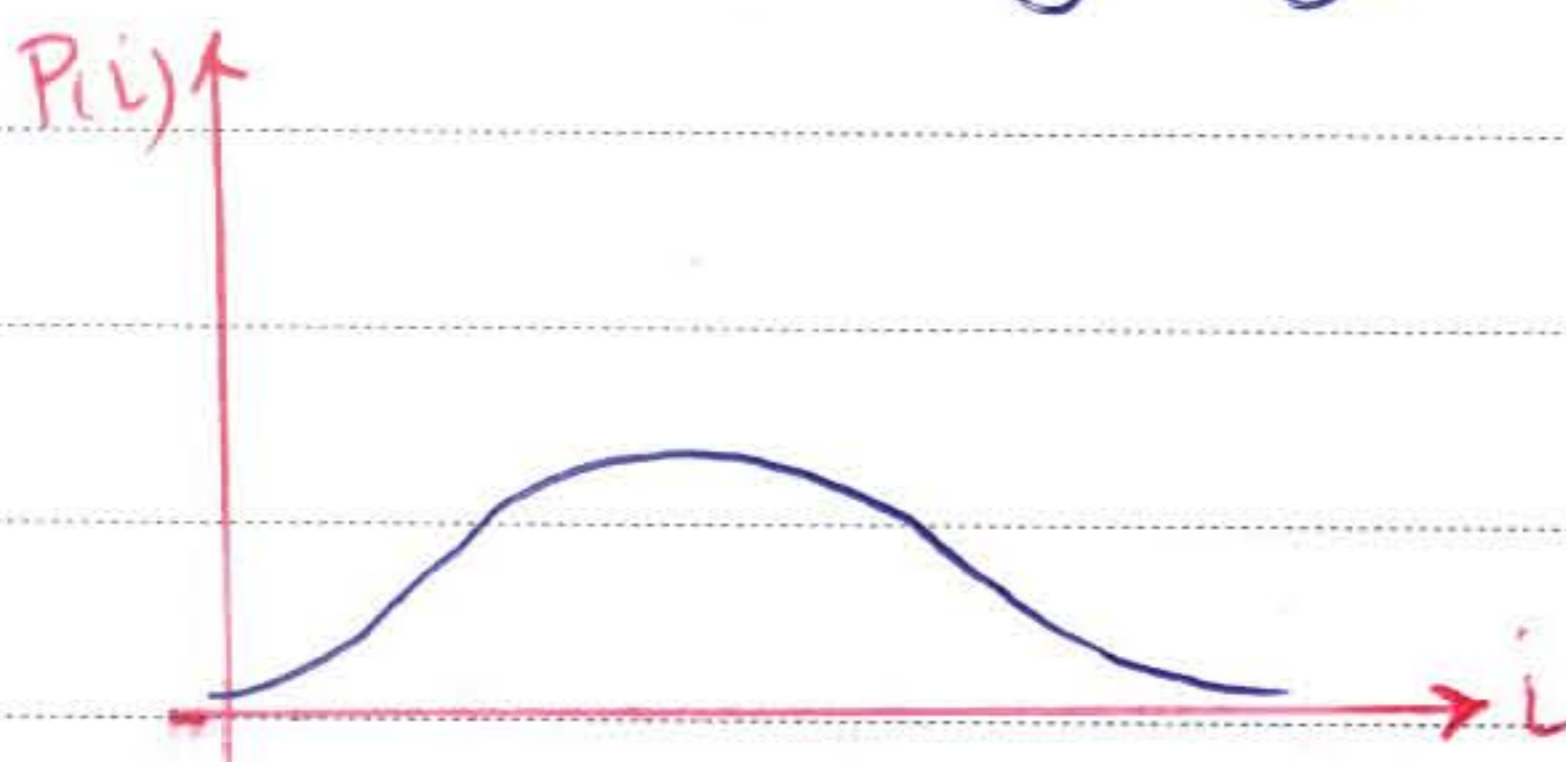
**مصادیق :** افتادن بزرگ از درخت های موجود در یک باغ . هر کدام از این بزرگ ها مستقل از بقیه ممکن است بیفتد یا نیفتد .

$$x = x_1 + x_2 + \dots$$

↑            ↑  
بزرگ شماره ۱    بزرگ شماره ۲

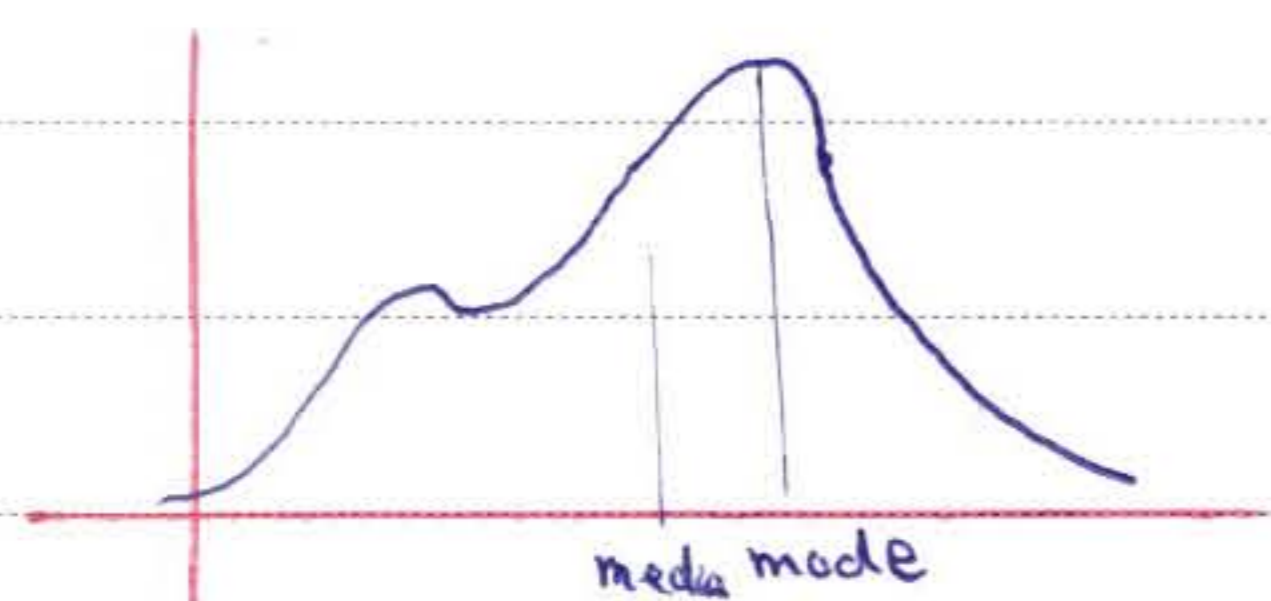


**مصادیق :** در مقاومتی که هیچ گونه میدان الکتریکی یا مغناطیسی وجود ندارد، جریان تابعی گوسی است زیرا از حرکت بینهایت الکترون بوجود آمده و این الکترون مستقل از سایر الکترون ها حرکت میکنند.



Subject :

Year . Month . Date . ( )



در PDF گوسی mean , media , mode برهم منطبق هستند.

mode: نقطه مربوط به حائز بیش PDF

media: محلی که سطح زیر منحنی را نصف می کنند

mean: امید متغیر

### ۳- PDF رالی:

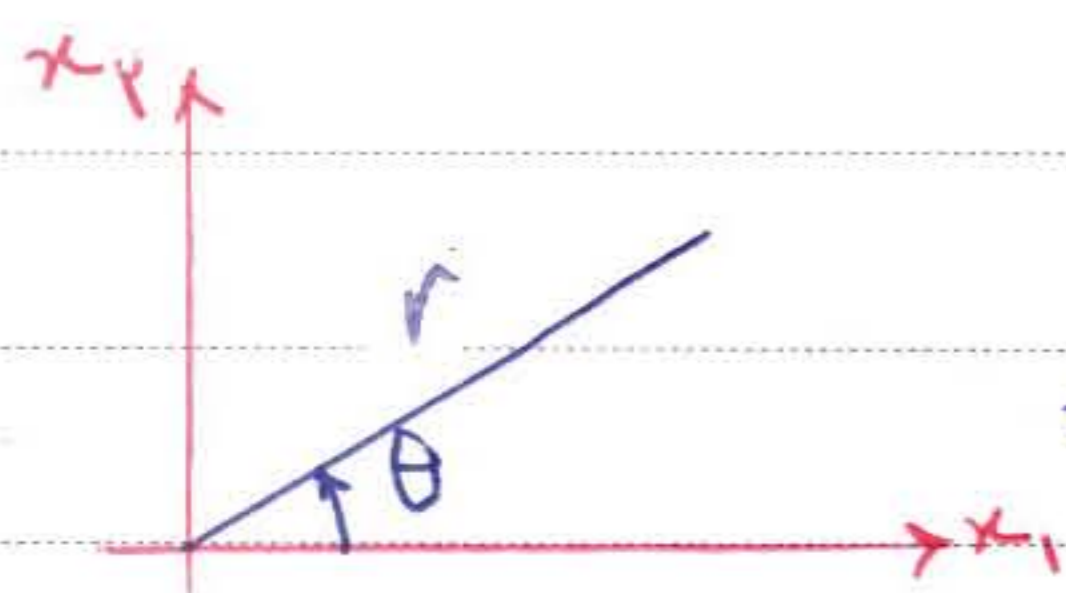
فرض می کنیم دو متغیر  $x_1, x_2$  را داریم که خواص زیر را دارند.

۱- مستقل از هم هستند

۲- گوسی شکل هستند

۳-  $E\{x_1\} = E\{x_2\} = 0$

۴-  $\sigma_{x_1} = \sigma_{x_2} = \sigma$



حال متغیر  $r, \theta$  را به صورت زیر انتخاب می کنیم:

$$\Rightarrow \begin{cases} r = \sqrt{x_1^2 + x_2^2} \\ \theta = \arctan \frac{x_2}{x_1} \end{cases}$$

در واقع متغیر به صورت  $z = x_1 + jx_2$  را تقریب می کنیم.

حال می خواهیم PDF مربوط به  $r, \theta$  است.

فکاست یک یک است یعنی هر  $x_1, x_2$  یک  $z$  یا یک  $r, \theta$  می دهد برعکس

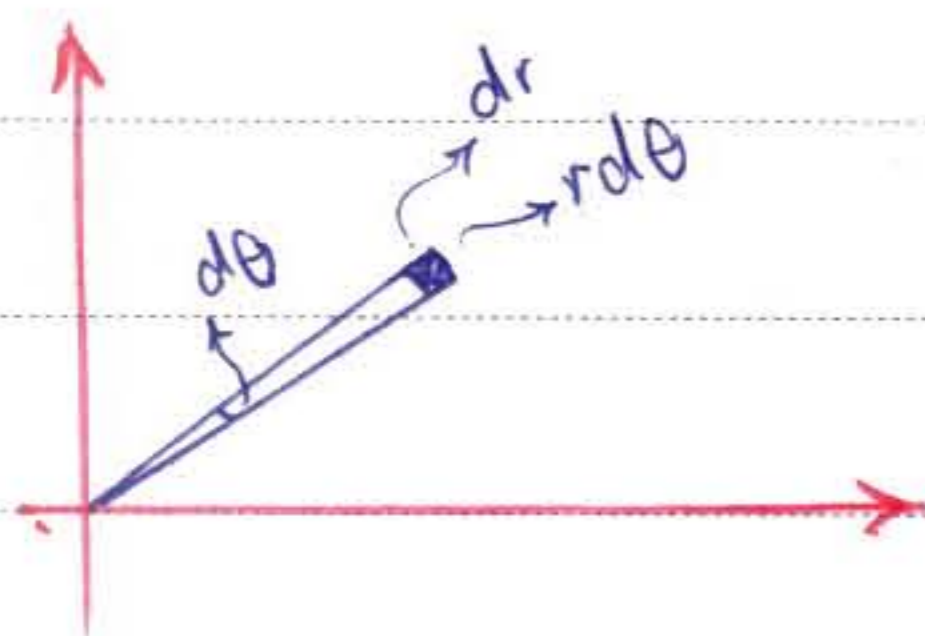
پس اگر به احتمال  $1/2$  ،  $x_1 \approx 1$  ،  $x_2 \approx 2$  باشد آنگاه به احتمال  $1/2$  ،  $r \approx \sqrt{5}$  ،  $\theta \approx \arctan 2$  و برعکس.

به شرط اینکه  $x_1, x_2, r, \theta$  در روابط فوق صدق کنند:

$$P(x_1, x_2) dx_1 dx_2 = P(r, \theta) dr d\theta$$

حال ارتباط بین المان های سطح را بدست می آوریم.

$$dx_1 dx_2 = r dr d\theta$$



Subject:

Year. Month. Date. ( )

$$dx_1 dx_2 = r dr d\theta$$

$$P(x_1, x_2) = P(x_1) P(x_2)$$

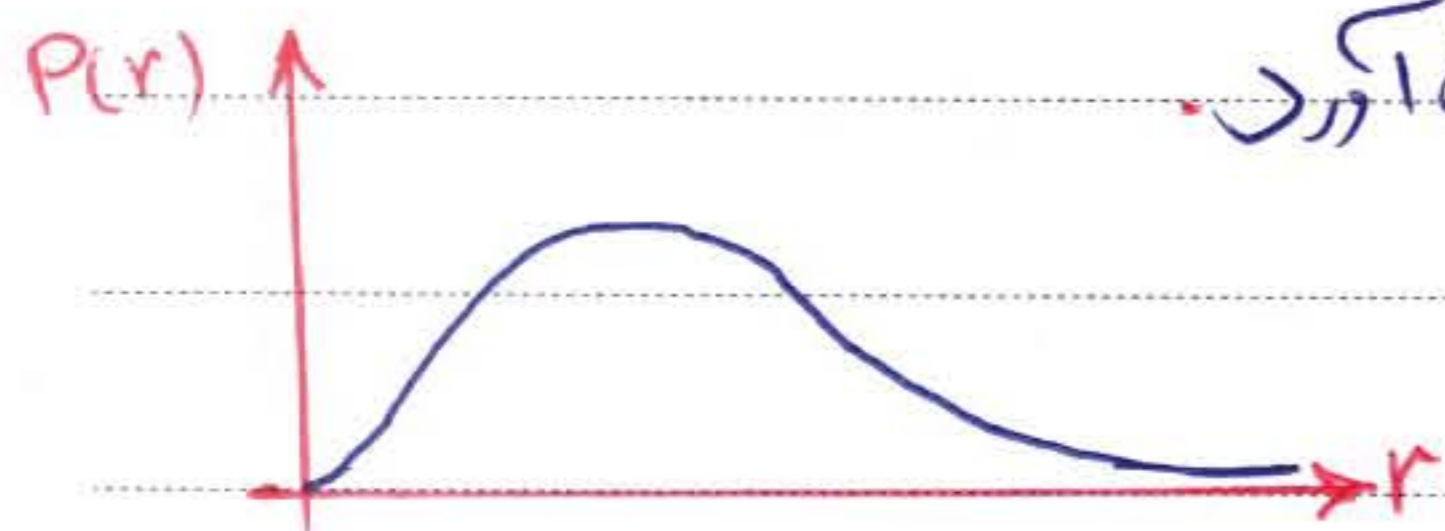
$$\Rightarrow P(x_1, x_2) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x_1^2}{2\sigma^2}} \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x_2^2}{2\sigma^2}} = \frac{1}{\sigma^2 2\pi} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(x_1^2 + x_2^2)}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{r^2}{2\sigma^2}} r dr d\theta = P(r, \theta) dr d\theta \Rightarrow P(r, \theta) = \frac{r}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{r^2}{2\sigma^2}}$$

$$P(\theta) = \int_0^\infty P(r, \theta) dr = \frac{1}{2\pi}$$

$$P(r) = \int_0^{2\pi} P(r, \theta) d\theta = \int_0^{2\pi} \frac{r}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{r^2}{2\sigma^2}} d\theta = \frac{r}{\sigma^2} e^{-\frac{r^2}{2\sigma^2}}$$

تکلیف: mean, mode, media تابع توزیع رالی را بدست آورد.



مصادیق: زن تیراوردن  $x$ ,  $y$  هر کدام دارای PDF گوسی هستند زیرا بینهایت عامل در محل آنها تأثیر دارند و در نتیجه دارای توزیع گوسی هستند بنابراین  $r$  حاصل دارای توزیع رالی،  $\theta$  دارای توزیع یکنواخت است.

اگر بتوانیم اثبات کنیم که  $P(x, y) = P(x)P(y)$  را داریم آنگاه می توانیم بگوییم  $x$  و  $y$  مستقل از هم هستند. برای اثبات رابطه فوق  $P(x)$ ,  $P(y)$  را از روی اشتغال گیری بدست آورد و بعد مقایسه می کنیم که آیا حاصل ضربشان برابر با  $P(x, y)$  است یا نه.

اگر رابطه  $E\{xy\} = E\{x\}E\{y\}$  برقرار باشد آنگاه می توانیم بگوییم  $x$  و  $y$  ناهمبسته هستند.

نشانی دهید که اگر دو متغیر تصادفی مستقل از هم باشند، حتماً ناهمبسته هم هستند ولی عکس قضیه صادق نیست. برای متغیرهای تصادفی گوسی

اثبات می شود که اگر دو متغیر گوسی ناهمبسته باشند آنگاه مستقل نیز هستند.

Subject :

Year . Month . Date . ( )

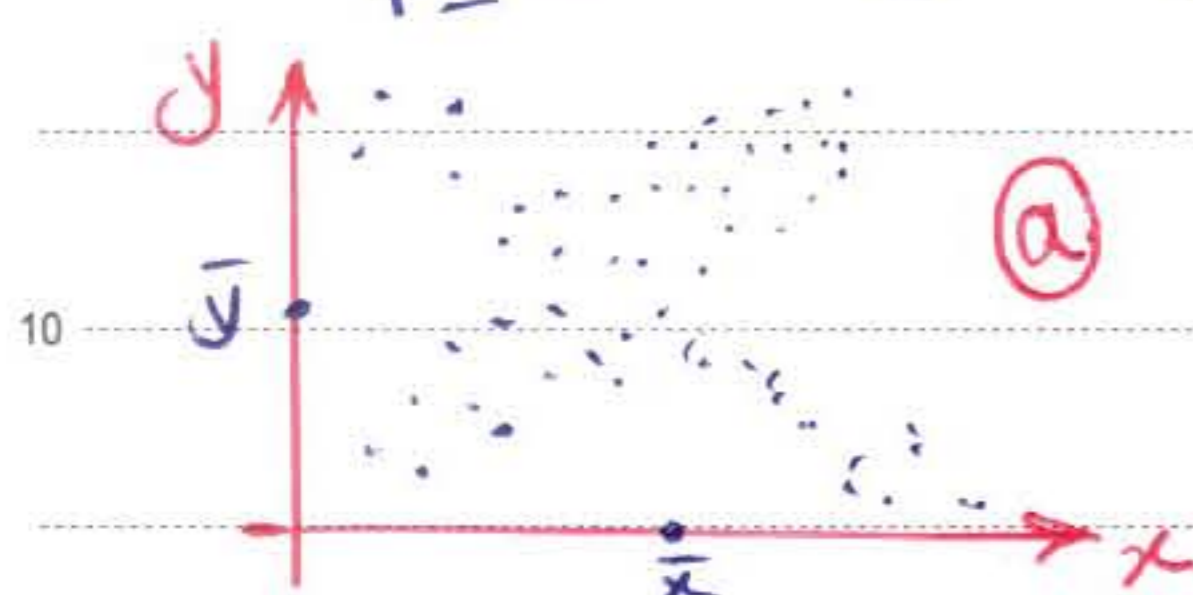
علت اینکه سراغ ناهمبسته بودن می رویم اینست که شرایط برقراری استقلال بسیار سخت است و معمولاً حاصل نمی شود.

$$\text{Cov}(x, y) \triangleq E\{(x - \bar{x})(y - \bar{y})\} = \bar{xy} - \bar{x}\bar{y}$$

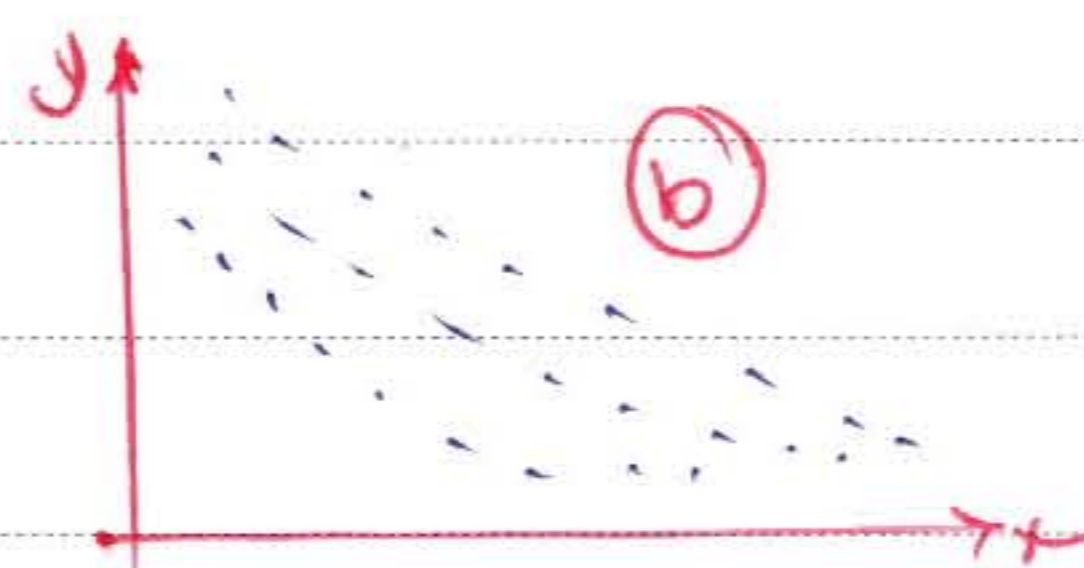
دو متغیر تصادفی  $x$  و  $y$  را انتخاب می کنیم.

$$\begin{cases} x = \text{معدل دیرستان} \\ y = \text{تعداد احتمالات خوب در زمان دکتری} \end{cases}$$

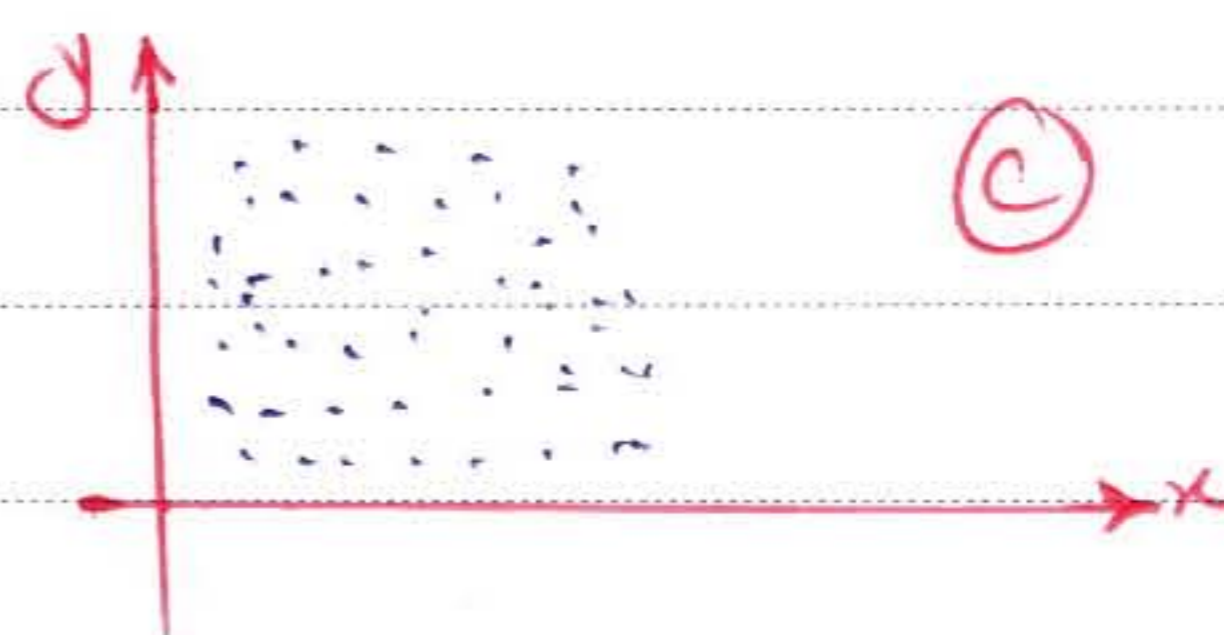
همه فرد این افراد  $x$  و  $y$  دارد. برای هر فرد در صفحه  $x$  و  $y$  یک نقطه داریم.



$$\begin{cases} x = \text{تعداد غیبت ها در کلاس} \\ y = \text{معدل} \end{cases}$$



$$\begin{cases} x = \text{نمره کفایت} \\ y = \text{معدل دیرستان} \end{cases}$$



a: بین  $x$  ها معدل گرفته و بین  $y$  ها نیز معدل می گیریم. نتیجه مقابل را داریم.

$$\begin{cases} x > \bar{x} \\ y > \bar{y} \end{cases} \rightarrow \text{در اکثر موارد}$$

بنابراین در اکثر موارد  $(x - \bar{x})(y - \bar{y})$  عددی مثبت است.

و در نتیجه  $\text{Cov}$  نیز مثبت است یعنی اگر  $x$  رو با افزایش است

$$\begin{cases} x < \bar{x} \\ y < \bar{y} \end{cases} \rightarrow \text{در اکثر موارد}$$

به احتمال خیلی زیاد  $y$  نیز رو با افزایش است.

$$E\{(x - \bar{x})(y - \bar{y})\} < 0$$

b:

$$E\{(x - \bar{x})(y - \bar{y})\} = 0$$

c:

Subject:

Year: Month: 9 Date: 3 ( )

حکیم چهاردهم

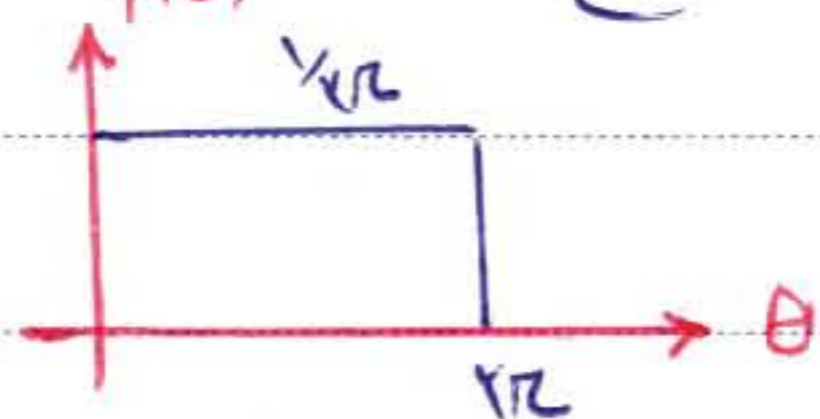
در صورتی که بتوانیم دو تابع  $x$  و  $y$  از هم مستقل هستند اگر هر دو تابع از  $x$  و  $y$  نامیسته باشند.

مثال:

دو متغیر تصادفی  $x$  و  $y$  به صورت زیر در نظر می گیریم که  $\theta$  یک توزیع یکنواخت دارد. می خواهیم ثابت کنیم که  $x$  و  $y$  مستقل نیستند و نامیسته می باشند.

$$x = \cos \theta$$

$$y = \sin \theta$$



$$\bar{x} = E\{\cos \theta\} = \int_0^{2\pi} \cos \theta p(\theta) d\theta = 0$$

$$\bar{y} = E\{\sin \theta\} = \int_0^{2\pi} \sin \theta p(\theta) d\theta = 0$$

$$\overline{xy} = E\{\sin \theta \cos \theta\} = \frac{1}{4} E\{\sin 2\theta\} = \frac{1}{4} \int_0^{2\pi} \sin 2\theta p(\theta) d\theta = 0$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \bar{xy} &= \bar{x} \bar{y} \\ \Rightarrow \cos \theta (\sin \theta) &= 0 \end{aligned}$$

تحقیق کنید که دو متغیر مستقل نیستند.

$$x^2 + y^2 = 1 \quad \Leftarrow \quad x, y \text{ لا قیادی ایجاب می کنند} \quad \Leftarrow \quad \text{دو متغیر مستقل نیستند}$$

$$f(x, y) \neq f(x) f(y) \quad \text{PDF مربوط به } x, y \text{ را بدست می آوریم سپس نشان می دهیم که}$$

دانشه باشیم

برای اینکه معیاری از بزرگی یا کوچکی ضریب کواریانس را به صورت زیر تعریف می کنیم:

اثبات کنید:

$$-1 \leq \rho = \frac{\text{cov}(x, y)}{\sigma_x \sigma_y} \leq 1$$

اگر  $\rho = 1$  باشد آنگاه رابطه ی بین  $x$  و  $y$  کاملاً خطی می شود

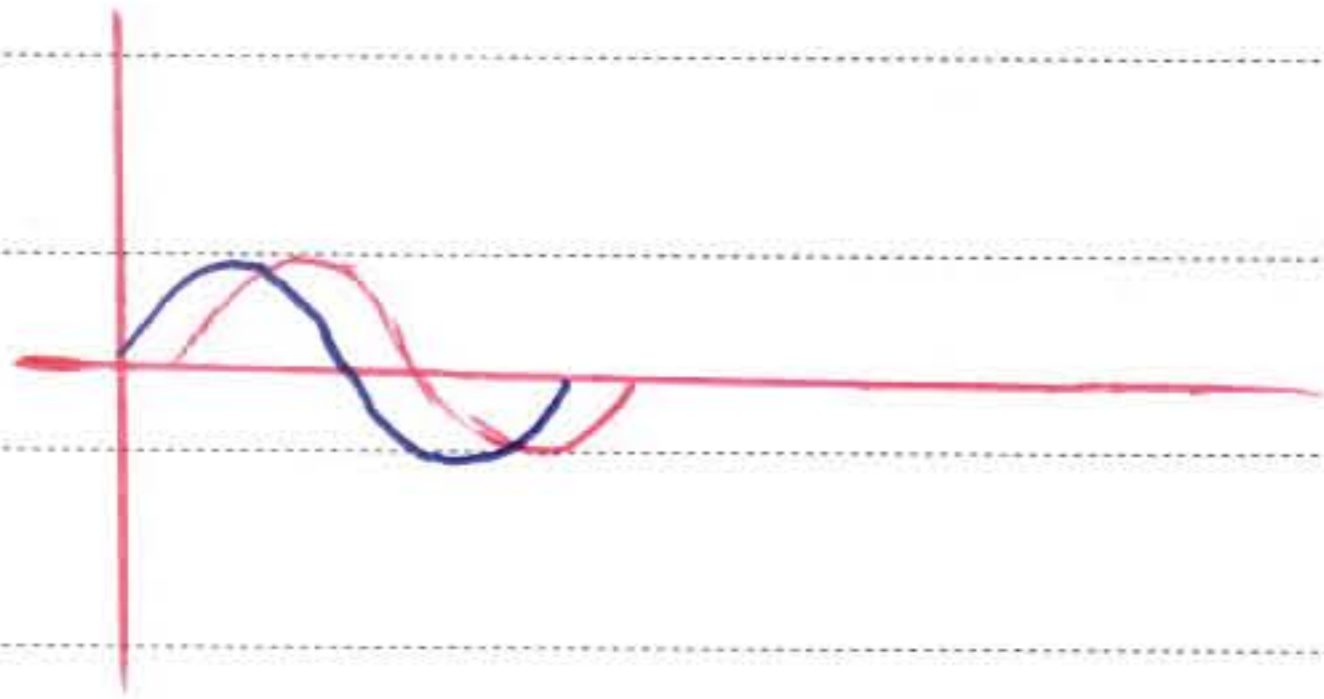
$$|\rho| \leq 1 \Rightarrow \begin{cases} |\rho| \rightarrow 1 : \text{بین } x \text{ و } y \text{ رابطه ای خطی ایجاد می شود} \\ |\rho| \rightarrow 0 : \text{ } x \text{ و } y \text{ نسبت نامیسته بودن می روند} \end{cases}$$

Subject :

Year . Month . Date . ( )

## فرآیندهای تصادفی (فرآیندهای استوکاستیک) :

$$\cos(\omega t + \theta)$$



فرض کنیم سیگنال مقابل توسط اسلاتور تولید شده است.

$\theta$  نیز دارای توزیع به صورت  $P(\theta)$  می باشد.

5 با توجه به مقدار  $\theta$  ما می توانیم به نیت سیگنال تولیدی

دانشه باشیم. به این سیگنال ها خانواده می گویم و به هر کدام از

توابع یک تابع نمونه یا Sample Function می گویم.

به مجموعه نیز خانواده یا Ensemble می گویم.

10 مقدار تابع در لحظه  $t$  به صورت  $\cos(\omega t + \theta)$  است.

## فرآیند

فرآیند استوکاستیک یک تابع زمانی است که در هر لحظه از زمان یک متغیر تصادفی می دهد.

15 یک فرآیند استوکاستیک به صورت  $x(t, S)$  نشان می دهیم.

- اگر مقدار  $S$  برای ما معلوم شود. آنگاه  $x(t, S)$  یک تابع معلوم می شود.

- اگر  $t$  مشخص کنیم آنگاه  $x(t, S)$  یک متغیر تصادفی می دهیم یعنی  $x(t, S)$  متغیر تصادفی است.

20 - اگر  $t$  و  $S$  را هر دو معلوم کنیم. باین عدد می دهیم.

فرآیند استوکاستیک در مینستیک فرآیندی است که اگر در یک لحظه مقدار تابع را بداییم می توانیم تابع را به طور کامل

مشخص کنیم. مثلاً در مورد تابع  $\cos(\omega t + \theta)$  اگر مقدار  $\theta$  را در یک لحظه بداییم می توانیم تابع را

به طور مشخص بدست آوریم.

Subject:

Year. Month. Date. ( )

برای نمایش مقدار dc از نمایش  $\langle g(t) \rangle$  استفاده می‌کنیم

$$\langle g(t) \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} g(t) dt$$

برای توابع متناوب  $\lim$  برداشت می‌شود و بهای  $T$  نیز  $T$  قرار می‌گیرد.

مقدار متوسط  $x(t, s)$  برابر میانگین آماري تمام dc های توابع مختلف است.

فرض می‌کنیم فرآیند تصادفی  $x(t, s)$  داریم که  $s$  دارای توزیع  $p(s)$  است.

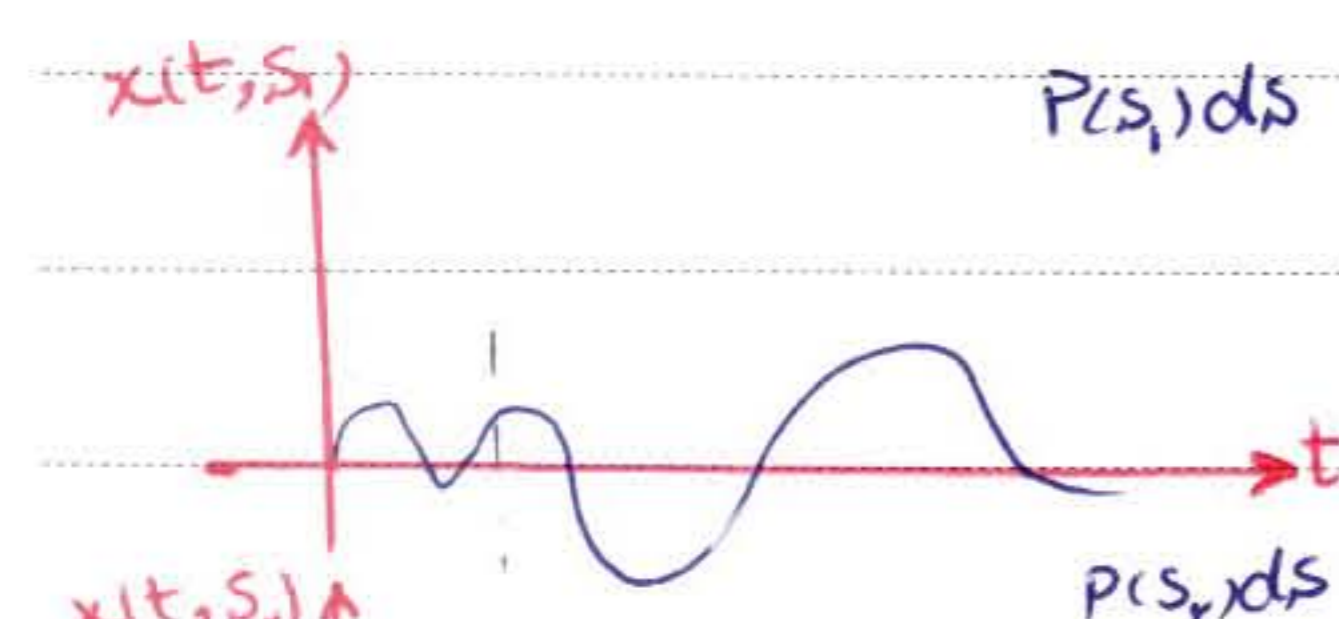
احتمال	تابع نمونه	مقدار dc
$p(s_1) ds$	$x(t, s_1)$	$\langle x(t, s_1) \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t, s_1) dt$

$p(s_r) ds$	$x(t, s_r)$	$\langle x(t, s_r) \rangle$
-------------	-------------	-----------------------------

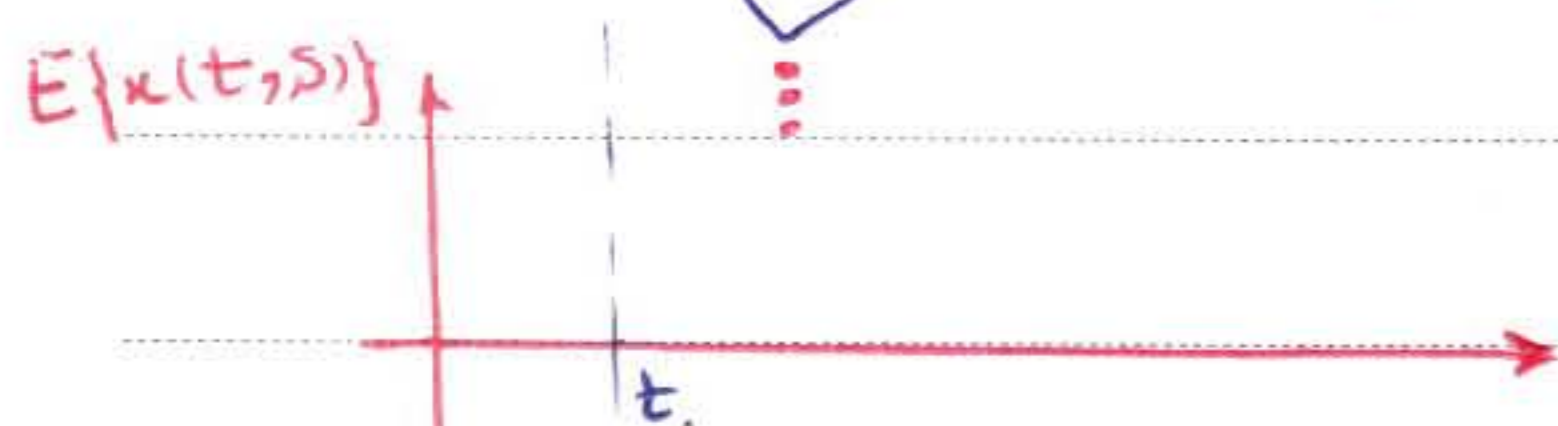
$p(s_n) ds$	$x(t, s_n)$	$\langle x(t, s_n) \rangle$
-------------	-------------	-----------------------------

$$\overline{d.c} \triangleq E \{ \underbrace{\langle x(t, s) \rangle}_{\text{تابع } s \text{ است}} \} = E \left\{ \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t, s) dt \right\} = \int_{\text{کجا}} \left[ \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t, s) dt \right] p(s) ds$$

می‌توان گفت امید dc ها برابر با dc تابع امید می‌باشد. یعنی:



در لحظه  $t$  از تمام مقدار متغیرها معدل گرفته، در  $E\{x(t, s)\}$  قرار می‌دهیم.



$\overline{d.c} \leftarrow dc$  تابع معدل  
معدل همه dc های ممکن

Subject:

Year: Month: Date: ( )

$$E \left\{ \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t, s) dt \right\} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \left[ \int_{\mathcal{S}} x(t, s) p(s) ds \right] dt$$

$$= \langle E \{ x(t, s) \} \rangle$$

$$E \{ \langle x(t, s) \rangle \} = \langle E \{ x(t, s) \} \rangle$$

همواره می توانیم جای امید و  $dc$  را عوض کنیم.

$E \{ x(t, s) \}$  دیگر تابعی استوار کانسلی نیست.

**مثال:** فرض کنید  $x(t) = \cos(\omega t + \theta)$  مفروض است.  $E \{ x(t) \}$  را در حالت های زیر بدست آورید.

(الف)  $\theta$  متغیر تصادفی با PDF یکنواخت بین  $0$  تا  $2\pi$

(ب)  $\theta$  یک متغیر تصادفی با PDF یکنواخت بین  $0$  تا  $\pi$

$dc$  تابع را در هر دو حالت محاسبه کنید.

$$E \{ x(t) \} = \int_{\mathcal{S}_{\theta}} \cos(\omega t + \theta) p(\theta) d\theta$$

$$\theta \in [0, 2\pi] \Rightarrow \int_0^{2\pi} \cos(\omega t + \theta) \times \frac{1}{2\pi} d\theta = 0$$

$$\theta \in [0, \pi] \Rightarrow \int_0^{\pi} \cos(\omega t + \theta) d\theta = -\frac{1}{\omega} \sin \omega t$$

چون به همی فارهای موجود استال کنیافت اندلایم پس  $E \{ x(t) \}$  مختل صفر شد.

$$d.c = \langle E \{ x \} \rangle = \begin{cases} 0 & \text{حالت اول} \\ 0 & \text{حالت دوم} \end{cases}$$

Subject:

Year. Month. Date. ( )

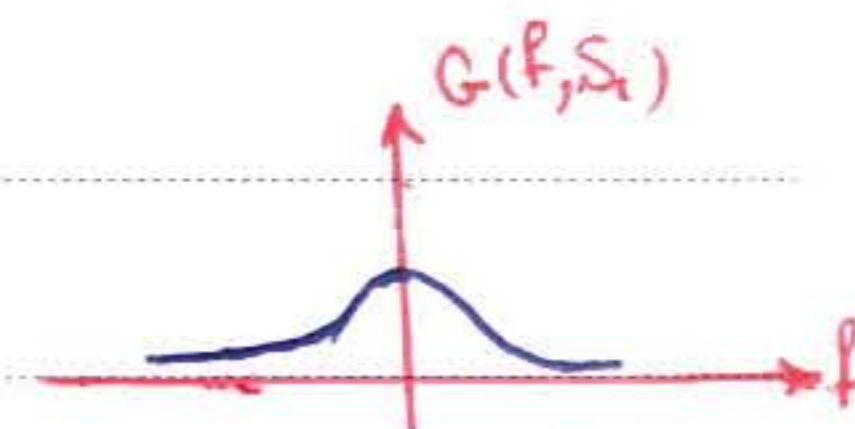
$$x(t): \text{تابع از جنس توان} \Rightarrow G(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} |X_T(f)|^2$$

$x(t, s)$

$p(s_i)ds$

$x(t, s_i)$

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{|X_T(f, s_i)|^2}{T} = G(f, s_i)$$

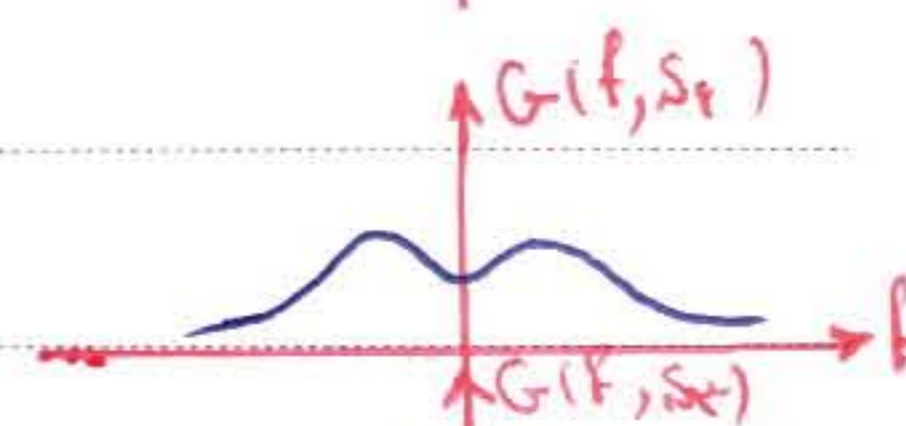


5

$p(s_r)ds$

$x(t, s_r)$

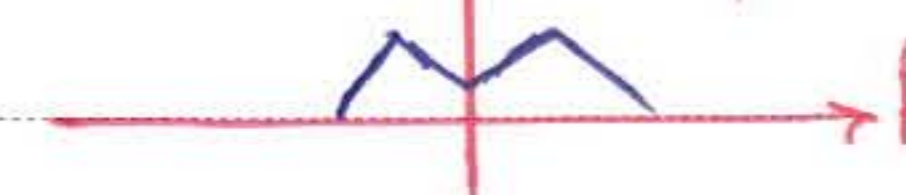
$G(f, s_r)$



$p(s_r)ds$

$x(t, s_r)$

$G(f, s_r)$



$$G(f) = E\{G(f, s)\}$$

10

$$G(f) = E\{G(f, s)\} = E\left\{\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{|X_T(f, s)|^2}{T}\right\}$$

15 چون نمی دانیم کدام SF رخ می دهد پس ارتباط چگالی توان را معادل گرفته و به عنوان تابع چگالی طیف توان معرفی می کنیم.

20

25

Subject :

Year . Month . 9 Date . 8 ( )

$$x(t, s)$$



$$E\{x(t, s)\}$$

تابع مقابل دترمینستیک می باشد.

$$E\{x(t, s)\} = \int_{s_0} x(t, s) p(s) ds$$

معدل آماری

$$\langle x(t, s) \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t, s) dt$$

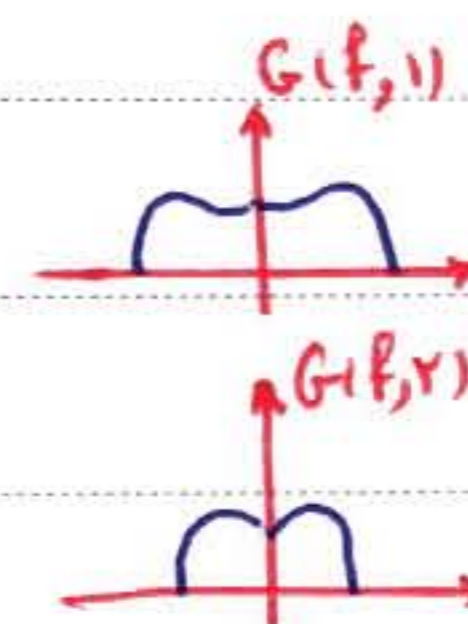
تابع تصادفی - معدل ریاضی

در معدل فوق اصلاً قابل مقایسه نمی باشند.

$$\overline{dc} \triangleq E\{(dc)_s\} = E\{\langle x(t, s) \rangle\} = \langle E\{x(t, s)\} \rangle$$

dc - این نمونه

$$x(t, s) \quad G(f, s) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{|X_T(f, s)|^2}{T}$$



تابع همگانی توان:

$$G(f) = E\{G(f, s)\} = E\left\{\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} |X_T(f, s)|^2\right\}$$

$$\bar{P} = \int_{f=-\infty}^{\infty} G(f) df$$

\* توان معدل همه توان ها است

تابع همگانی توان ، تابع همگانی توان امید نیست

توان برابر با توان نیست.

$$\bar{P} = \int_{f=-\infty}^{\infty} G(f) df = \int_{f=-\infty}^{\infty} \left( E\left\{\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} |X_T(f, s)|^2\right\} \right) df$$

$$\Rightarrow \bar{P} = E\left\{\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{f=-\infty}^{\infty} |X_T(f, s)|^2 df\right\} = E\left\{\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x_T^2(t, s) dt\right\} = E\{P_s\}$$

Subject:

Year. Month. Date. ( )

$$P' = E\{x(t, \Delta)\} \text{ توان سیگنال } = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} (E\{x(t, \Delta)\})^2 dt$$

$$\neq \langle E\{x^2(t, \Delta)\} \rangle$$

علت تفاوت ناشی از تفاوت  $E\{x^2\}$  با  $(E\{x\})^2$

مطلوبست محاسبه توان آماری سیگنال های AM, DSB,  $E\{g_d(t)g_r(t)\} = g_d(t)E\{g_r(t)\}$  فرض کنید توان متوسط آماری پیام برابر  $P_m$  است.

$$DSB(t) = A_c m(t) \cos 2\pi f_c t$$

$$P_{DSB} = \langle E\{A_c^2 m^2(t) \cos^2 2\pi f_c t\} \rangle = \langle A_c^2 \cos^2 2\pi f_c t E\{m^2(t)\} \rangle$$

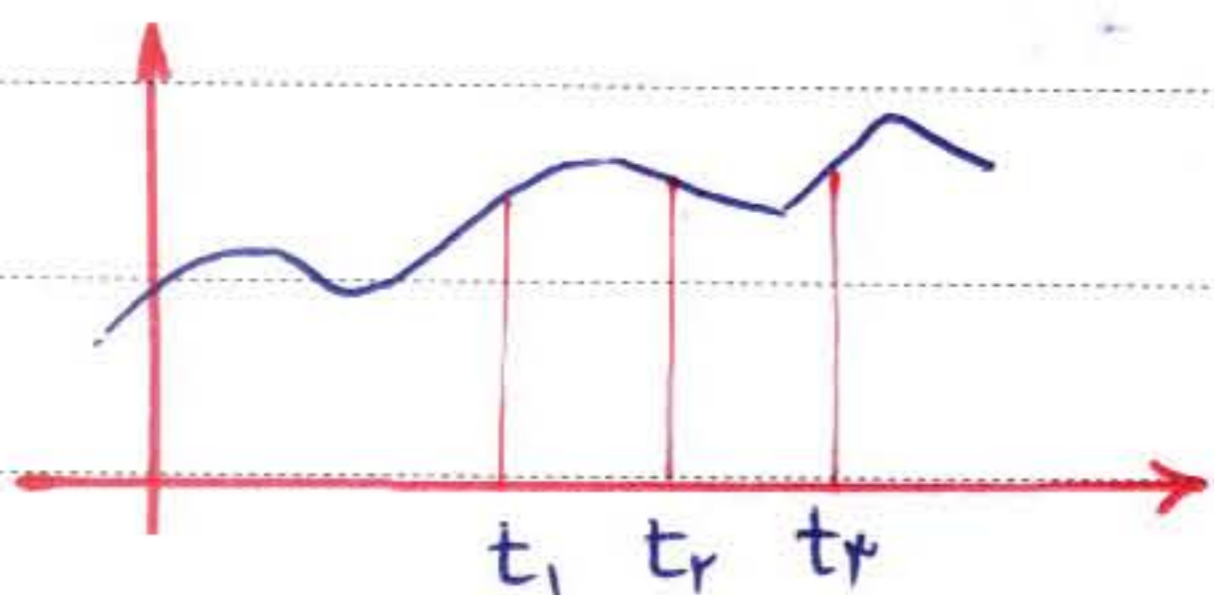
فرآیندهای ایستای Stationary

فرآیندی است که در آن داشته باشیم

$$E\{f(x(t_1), x(t_2), x(t_3), \dots, x(t_N))\} = E\{f(x(t_1+\lambda), \dots, x(t_N+\lambda))\}$$

آزمایشی که توابع  $f$  ممکن و هر دسته از لحظه های  $t_1, t_2, \dots, t_N$  و هر  $\lambda$  حقیقی رابطه بالا برقرار باشد آنگاه سیگنال را ایستا از مرتبه  $N$  می گویند.

معنی اگر در شکل مقابل نواصل  $t_1, t_2$  ثابت باشد آنگاه با جابجایی مبدأ تغییر در خصوصیات آماری سیگنال بوجود نمی آید.



$$E\{x(t)\} = cte$$

$$E\{x^2(t)\} = cte$$

$$E\{x(t_1)x(t_2)\} = E\{x(t_1+\Delta)x(t_2+\Delta)\}$$

Subject :

Year . Month . Date . ( )

WSS : Wide Sense Stationary

شرطها  $\rightarrow \begin{cases} E\{x(t)\} = cte \\ E\{x(t_1)x(t_2)\} = f(t_1 - t_2) \end{cases}$

آر شرایط فوق برقرار باشند، می‌تویم فرکانس در مفهوم وسیع ایستای است.

مثال: تحقیق کنید آیا فرکانس زیر ایستای است یا خیر، که در آن  $\theta$  متغیری تصادفی در بازه  $[0, 2\pi]$  با PDF یکنواخت است؟

$$x(t) = A_0 \cos(\omega_0 t + \theta)$$

شرط اول برقرار  $= 0$   $E\{x(t)\} = \int_{-\pi}^{\pi} x(t, \theta) P(\theta) d\theta = \int_{-\pi}^{\pi} A_0 \cos(\omega_0 t + \theta) \times \frac{1}{2\pi} d\theta = 0$

$$E\{x(t_1)x(t_2)\} = E\{A_0^2 \cos(\omega_0 t_1 + \theta) \cos(\omega_0 t_2 + \theta)\}$$

$= \int_{-\pi}^{\pi} A_0^2 \cos(\omega_0 t_1 + \theta) \cos(\omega_0 t_2 + \theta) P(\theta) d\theta = \frac{A_0^2}{2} \cos \omega_0 (t_1 - t_2)$  شرط دوم برقرار

مثال: مسأله‌ی بالا را برای حالتی که  $0 < \theta < \pi$  است بررسی کنید.

$$E\{x(t)\} = \int_0^{\pi} A_0 \cos(\omega_0 t + \theta) \frac{1}{\pi} d\theta = -\frac{A_0}{\pi} \sin \omega_0 t$$

امیر  $x_1, x_2$  احصا کنید.

Subject:

Year.      Month.      Date.      ( )

مثال ۳: برای مسأله قبل  $E\{x(t_1)x(t_2)\}$  را بدست آورید.

تابع همبستگی متقابل  $x(t_1)$  و  $y(t_2)$ : Cross Correlation Function: CCF :

$$E\{x(t_1)y(t_2)\} = R_{xy}(t_1, t_2)$$

$$R_{xy}(t_1, t_2) = \iint_{\substack{\alpha, \beta \\ x(t_1), y(t_2)}} P(\alpha, \beta) \alpha(t_1) \beta(t_2) d\alpha d\beta$$

Subject: حکیم دینا فردوس  
 Year: 9 Month: 10 Date: 10 ( )

فرض کنیم  $x(t)$  و  $y(t)$  دو فرایندی استوکاستیک باشند، آنگاه تعریف زیر را داریم:

$$E \{x(t_1)y(t_2)\} = R_{xy}(t_1, t_2) \quad \text{تابع همبستگی متقابل در لحظه های } t_1, t_2$$

در لحظه  $t_1$  از  $x$  نمونه‌گیری می‌کنیم و دیدیم زیاد است این یعنی با فرض  $R_{xy}(t_1, t_2)$  بالا در لحظه  $t_2$  نیز زیاد است.

$$E \{x(t_1)x(t_2)\} = R_{xx}(t_1, t_2)$$

حال کار فوق را برای یک سیگنال انجام می‌دهیم:

به تابع فوق را تابع خودهمبستگی می‌گویند.

**Auto Correlation Function**

فرض کنید می‌دانیم  $E \{x(t_1)x(t_1+5)\}$  زیاد است اگر در لحظه  $t_1$ ،  $x$  زیاد است آنگاه می‌دانیم بیش می‌کشد که در ۵ ثانیه بعد نیز  $x$  زیاد خواهد بود.

معیار بزرگی که بودن را با استاندارد از مقدار  $\mu$  بدست می‌آوریم.

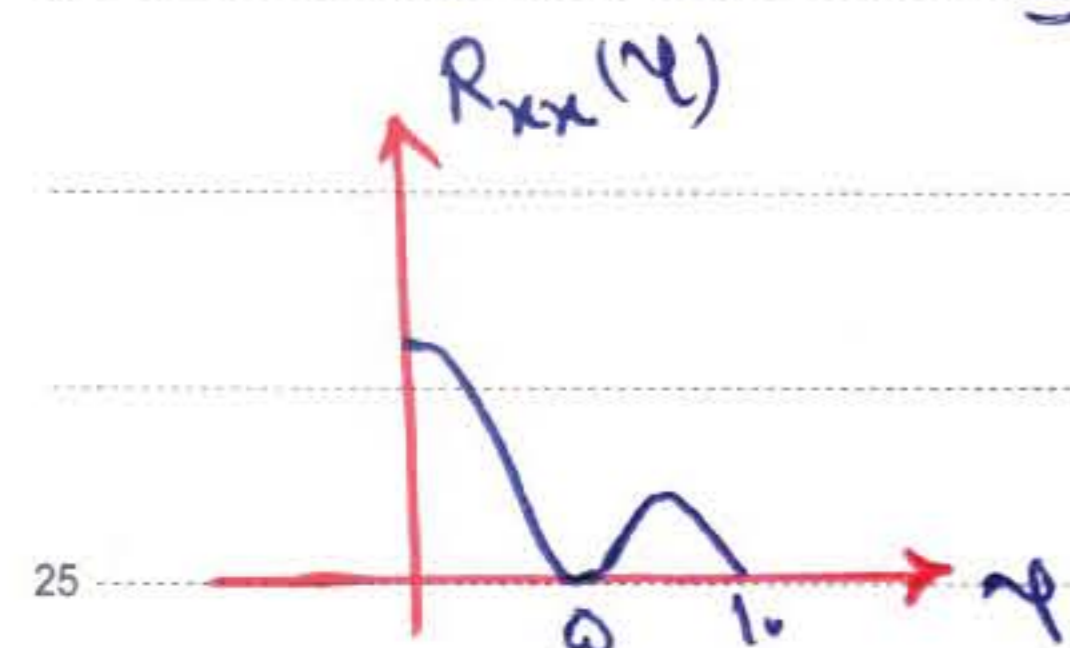
$$E \{x(t+\tau)x(t)\} = R_{xx}(t+\tau, t)$$

اگر تابع در مفهوم وسیع اینست باشد آنگاه  $R_{xx}$  فقط تابع  $\tau$  خواهد بود، یعنی داریم:

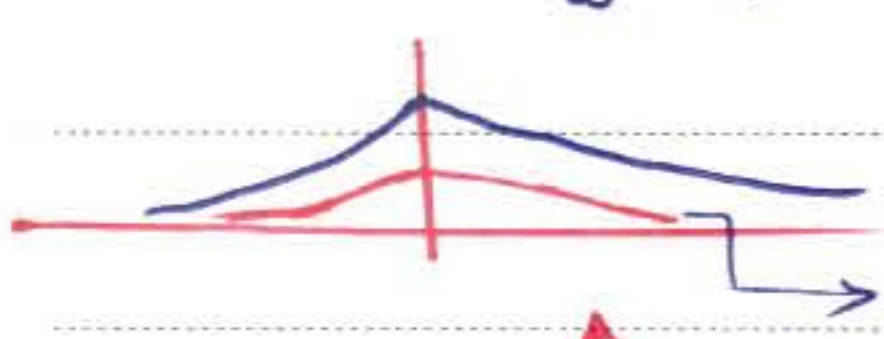
$$R_{xx}(t+\tau, t) = R_{xx}(\tau)$$

$R_{xx}$  مقدار متوسط حاصل ضرب دو نمونه از سیگنال به فاصله  $\tau$  ثانیه از هم است.

اگر فرایند اینست باشد آنگاه  $R_{xx}(t_1, t_2)$  تابع دو متغیر خواهد بود.



در فواصل ۵ و ۱۰ ثانیه  $R_{xx}$  می‌توان هیچ به



بر خلاف تابع PDF تابع  $R_{xx}$  هر چه جابجایی از هم زیاد شود رندم تر است.

رندم ترین فرایند فرایندی است که تابع خودهمبستگی آن یک ضرب باشد.

Subject:

Year. Month. Date. ( )

حالتی که مقدار  $R_{xx}(\tau)$  برای فرکانس  $\omega = 0$  رخ می دهد.

خواص تابع همبستگی فرکانس:

۱-  $R_{xx}(\tau)$  تابع زوجی از  $\tau$  است. چرا؟  $\leftarrow$  های دو فرکانس را عوض کنیم اثبات می شود.

۲- اگر  $x(t)$  متناوب باشد با دوره تناوب  $T_0$ ، آنگاه  $R_{xx}(\tau)$  هم با همان دوره تناوب

$$= x(t_0 + t + \tau)$$

متناوب خواهد بود.

$$R_{xx}(\tau) = E\{x(t+\tau)x(t)\} = R_{xx}(\tau + T_0) \Rightarrow R_{xx} \text{ متناوب با دوره } T_0$$

۳-  $|R_{xx}(\tau)| \leq R_{xx}(0)$  زیرا هر لحظه با خود همبستگی را دارد.

$$(E\{PQ\})^2 \leq E\{P^2\}E\{Q^2\} \rightarrow \text{چرا؟}$$

$$\begin{aligned} P &= x(t+\tau) \\ Q &= x(t) \end{aligned} \Rightarrow [E\{x(t+\tau)x(t)\}]^2 \leq E\{x^2(t)\}E\{x^2(t+\tau)\}$$

$$\Rightarrow R_{xx}^2(\tau) \leq R_{xx}^2(0) \Rightarrow |R_{xx}(\tau)| \leq |R_{xx}(0)|$$

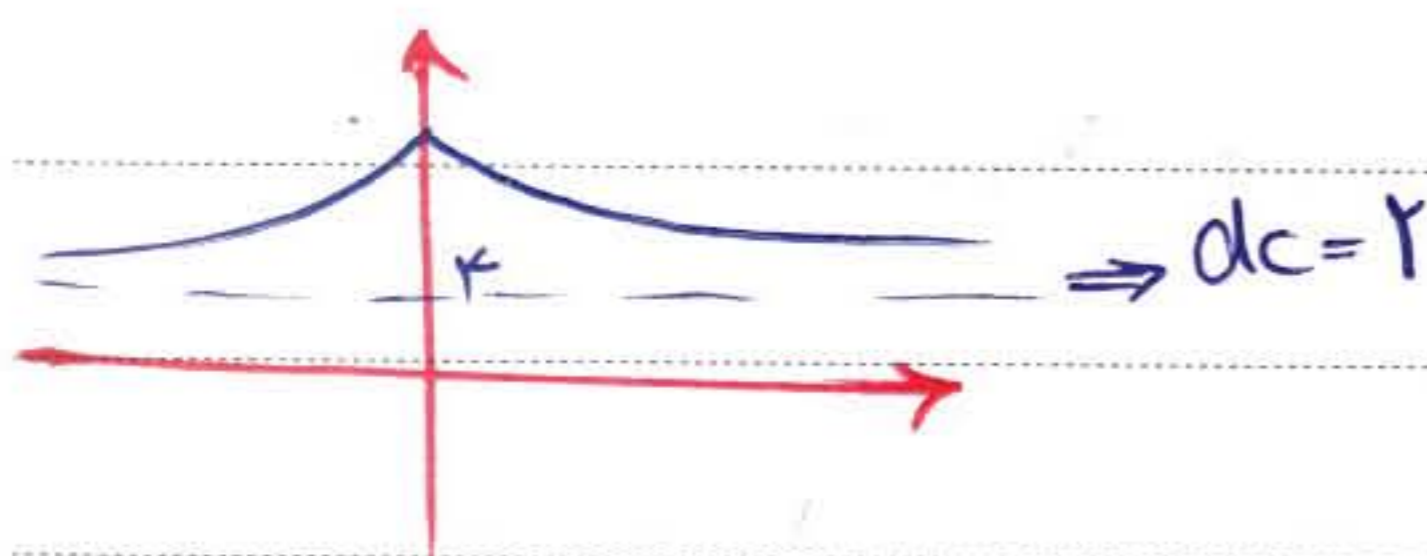
برای هر فرکانسی برای محاسبه توان داریم:

$$P = \langle E\{x^2(t)\} \rangle \xrightarrow{\text{فرکانس ایستای}} E\{x^2(t)\} = R_{xx}(0)$$

$$P = R_{xx}(0)$$

$$\lim_{\tau \rightarrow \infty} R_{xx}(\tau) = (dc)^2$$

۵- برای فرکانس ایستای و غیر متناوب:



$$E\{x(t+\tau)x(t)\} = R_{xx}(\tau)$$

۲۵ اگر بسط متناوب دهیم آنگاه رفتارش با رفتار خیلی فیلتر متناوب است.

اما اگر متناوب باشد امکان دارد رفتار مشابه باشد.

Subject :

Year . Month . Date . ( )

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \text{COV} \{x(t) x(t+T)\} = 0 \Rightarrow \lim_{T \rightarrow \infty} E \{x(t) x(t+T)\} = \lim_{T \rightarrow \infty} E \{x(t)\} E \{x(t+T)\}$$

$\underbrace{\lim_{T \rightarrow \infty} E \{x(t)\}}_{dc} \underbrace{E \{x(t+T)\}}_{dc}$   
 چون تابع ایستایان است.

$$\Rightarrow \lim_{T \rightarrow \infty} R_{xx}(T) = (dc)^2$$

۹- تابع خود همبستگی و جدالی طیف توان فرکانس زوج نوری هستند، یعنی:  $R_{xx}(T) \rightarrow G(f)$   
 قضیه فوق را قضیه وینر-کینچین (Wiener-Kinchin)

از اهمای که قبلاً گفتیم  $G(f)$  محاسبه نمی شود بلکه با روش فوق آن را بدست می آوریم.

قضیه فوق هم برای فرکانسهای ایستایان و هم غیر ایستایان برقرار است

حال این قضیه را برای فرکانسهای ایستایان اثبات می کنیم:

$$G(f) = E \left\{ \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} |X_T(f, s)|^2 \right\} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} E \{ |X_T(f, s)|^2 \}$$

با فرض اینکه می توانیم جای دو عملگر عوض کنیم.

در اینجا فرض بر ایستایان فرکانس حقیقی می نه هست.

$$X_T(f, s) \rightarrow x_T(t, s)$$

$$X_T(f, s) = \int_{-\infty}^{\infty} x_T(t, s) e^{-j2\pi f t} dt = \int_{-T/2}^{T/2} x(t, s) e^{-j2\pi f t} dt$$

\* نکته ای از تبدیل نوری نیست بلکه تبدیل نوری قطعه ایست.

$$X_T^*(f, s) = \int_{-\infty}^{\infty} x_T(\lambda, s) e^{j2\pi f \lambda} d\lambda = \int_{-T/2}^{T/2} x(\lambda, s) e^{j2\pi f \lambda} d\lambda$$

$$|X_T(f, s)|^2 = \int_{t=-T/2}^{T/2} \int_{\lambda=-T/2}^{T/2} x(t, s) x(\lambda, s) e^{-j2\pi f (t-\lambda)} dt d\lambda$$

$$\Rightarrow G(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{t=-T/2}^{T/2} \int_{\lambda=-T/2}^{T/2} R_{xx}(t-\lambda) e^{-j2\pi f (t-\lambda)} dt d\lambda$$

$$\xrightarrow{t-\lambda=\tau} G(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \left[ \int_{t=-T/2}^{T/2} \int_{\tau=-T}^T R_{xx}(\tau) e^{-j2\pi f \tau} dt d(t-\tau) \right]$$

Subject:

Year:      Month:      Date:      ( )

$$\int_{t=-T/2}^{T/2} \int_{\tau=-T}^T R_{xx}(\tau) e^{j\pi f \tau} d\tau d(t-\tau) = T \int_{-T/2}^{T/2} R_{xx}(\tau) e^{j\pi f \tau} d\tau \quad \text{مساوی}$$

$$\Rightarrow G(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{xx}(\tau) e^{j\pi f \tau} d\tau \Rightarrow R_{xx}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} G(f) e^{-j\pi f \tau} df$$

5

10

15

20

25

Subject: ۱۸ جلسه چهارم  
۹/۱۵

Date: .....

$x(t)$  اگر استان نباشد.  $R_{xx}(t+\tau, t) = f(t, \tau)$

$$R_{xx}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} R_{xx}(t+\tau, t) dt \longleftrightarrow G(f) *$$

$$T \rightarrow \infty$$

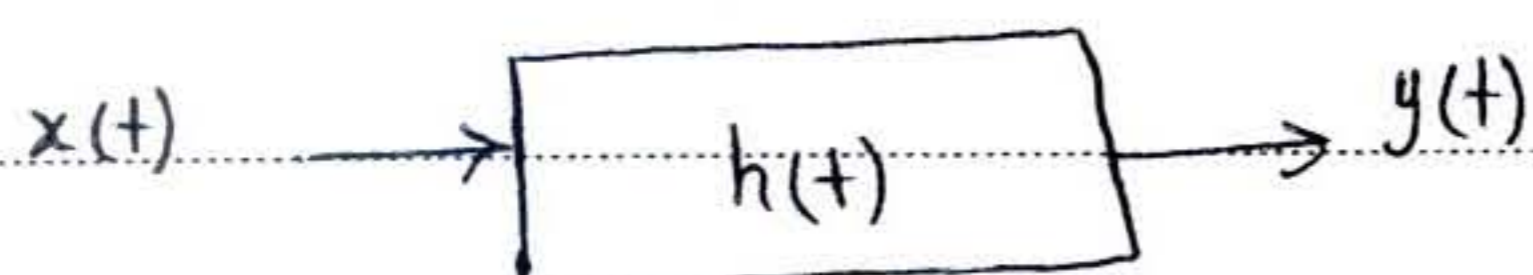
نابیند. (\*)

$$G_x(f)$$

$$R_{xx}(\tau)$$

LTI

روابط آماری ورودی و خروجی یک سیستم LTI:



$$R_{yx}(t+\tau, t) = E\{y(t+\tau)x(t)\} = ?$$

$$R_{yy}(t+\tau, t) = E\{y(t+\tau)y(t)\} = ?$$

$$E\{y(t)\} = ?$$

$$G_y(f) = ?$$

$$y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(\lambda) x(t-\lambda) d\lambda$$

$$* R_{yx}(t+\tau, t) = E\{y(t+\tau)x(t)\} = E\left\{x(t) \int_{-\infty}^{+\infty} h(\lambda) x(t+\tau-\lambda) d\lambda\right\}$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} E\{x(t+\tau-\lambda)x(t)\} h(\lambda) d\lambda = R_{xx}(\tau) * h(\tau)$$

$$R_{xx}(\tau-\lambda)$$

$$* R_{yx}(\tau) = R_{xx}(\tau) * h(\tau)$$

مردانم:  $R_{yx}(\tau) = R_{xy}(-\tau)$  چون زمان آنها هم باید قرینه شود.

Subject: .....

Date: .....

$$* E \{ y(t+z) y(t) \} = E \left\{ y(t+z) \int_{-\infty}^{+\infty} x(t-\lambda) h(\lambda) d\lambda \right\}$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} E \{ y(t+z) x(t-\lambda) \} h(\lambda) d\lambda$$

$$R_{yx}(z+\lambda)$$

$$R_{xx}(z) * h(z)$$

↑

$$\lambda \rightarrow -\lambda \quad = \int_{-\infty}^{+\infty} R_{yx}(z-\lambda) h(-\lambda) d\lambda = R_{yx}(z) * h(-z)$$

$$\Rightarrow R_{yy}(z) = R_{xx}(z) * h(z) * h(-z)$$

$$* E \{ y(t) \} = E \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} h(\lambda) x(t-\lambda) d\lambda \right\} = \bar{x} \underbrace{\int_{-\infty}^{+\infty} h(\lambda) d\lambda}_{H(0)} = \bar{y}$$

$E \{ x(t-\lambda) \} = \bar{x}$

$$\bar{y} = H(0) \bar{x}$$

پس اگر ورودی ایستای باشد خروجی هم ایستای است. (LTI)

$$\therefore G_y(f) = |H(f)|^2 G_x(f)$$

$$-j \operatorname{sign}(f)$$

$$x(t) \rightarrow \boxed{\frac{1}{\pi t}} \rightarrow y(t) = \hat{x}(t)$$

$$G_y(f) = ? \quad (\text{مثال})$$

$$R_{xx}(z)$$

$$R_{yy}(z)$$

$$G_x(f)$$

$$G_y(f) = ?$$

$$\therefore G_y(f) = G_x(f) | -j \operatorname{sign} f | = G_x(f)$$

$$\therefore R_{\hat{x}\hat{x}}(\tau) = R_{xx}(\tau)$$

$$R_{\hat{x}x}(\tau) = R_{xx}(\tau) * \frac{1}{\pi\tau} = R_{xx}(\tau)$$

$$R_{x\hat{x}}(\tau) = R_{\hat{x}x}(-\tau) = -R_{\hat{x}x}(\tau)$$

$$\therefore R_{x\hat{x}}(\tau) \text{ تابع فردی است.}$$

$$R_{\hat{x}x}(0) = 0 \Rightarrow E\{x(t)\hat{x}(t)\} = 0$$

$$R_{yx}(\tau) \longleftrightarrow G_{yx}(f) \quad \text{هیچ تغییر فیزیکی ندارد.}$$

$$\Rightarrow G_{yx}(f) = G_x(f) H(f)$$

$$\text{برای هر} \quad R_{yx}(0) = E\{x(t)y(t)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} G_{yx}(f) df$$

$$\therefore R_{yx}(0) = \int_{-\infty}^{+\infty} G_x(f) H(f) df$$

$$E\{\hat{x}(t)\} = E\left\{x(t) * \frac{1}{\pi t}\right\} = E\left\{\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\pi\lambda} x(t-\lambda) d\lambda\right\}$$

$$= \bar{x} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\pi\lambda} d\lambda = 0$$

برای ایستادن

مثال) برای سگنالهای AM و DSB و SSB توان متوسط امکاری را بدست آورید. (بر حسب

توان پیام)

Subject: .....

Date: .....

$$\bar{p} = \{ \langle x^2(t) \rangle \}$$

$$p = \int_{-\infty}^{+\infty} \text{انرژی طیف توان}$$

(۲) تابع خود همبستگی را دادند معیاران درصورت رابدهست می آوریم.

(۳) فعل فوق

$m(t)$

$P_m$

DC بیا را صرف می کنیم.

$$DSB(t) = A_c m(t) \cos 2\pi f_c t$$

دیر استان سی.

$$\bar{p} = \langle E \{ A_c^2 m^2(t) \cos^2 2\pi f_c t \} \rangle = \langle A_c^2 \cos^2 2\pi f_c t \underbrace{E \{ m^2(t) \}}_{P_m} \rangle$$

$$= P_m \langle A_c^2 \cos^2 \omega_c t \rangle \Rightarrow P_{DSB} = \frac{A_c^2}{2} P_m$$

$$y(t) = x(t) \cos(\omega_0 t + \theta)$$

مثال  $p(\theta) \rightarrow$  متغیر تصادفی  $\theta$

نشان دهد توان  $y(t)$  نصف توان  $x(t)$  است.

$$AM(t) = A_c (1 + \mu m(t)) \cos 2\pi f_c t$$

چون  $m(t)$  استان است  $g(t)$  و هم استان است.

$$P_{AM} = \frac{1}{2} P_g \Rightarrow P_g = \langle E \{ A_c^2 [1 + 2\mu m(t) + \mu^2 m^2(t)] \} \rangle$$

$$= \langle A_c^2 + A_c^2 \mu^2 P_m \rangle = A_c^2 (1 + \mu^2 P_m)$$

$$\Rightarrow P_{AM} = \frac{A_c^2 (1 + \mu^2 P_m)}{2}$$

$P_o$

Subject:

Year. Month. Date. ( )

از روش دیگر خودم حل کنم.

$$P_{AM} = A_c^2 (1 + \mu^2 P_m) / 2 = \frac{A_c^2}{2} + \mu^2 P_m \frac{A_c^2}{2}$$

بازی!

$$= P_c + a \frac{A_c^2}{2} = P_c + a P_c \quad 0 < a < 1$$

بیش از ۵۰٪ انرژی صرف ارسال حامل می شود.

① راه اول: واضح است که توان آن نصف توان DSB است.

SSB:

$$P_{SSB} = \frac{A_c^2}{2} P_m$$

② معولی:

$$SSB(t) = \frac{A_c}{2} [m(t) \cos 2\pi f_c t + \hat{m}(t) \sin 2\pi f_c t]$$

$$P_{SSB} = \langle E \{ m^2 \cos^2 2\pi f_c t + \hat{m}^2(t) \sin^2 2\pi f_c t + 2 \sin 2\pi f_c t m(t) \hat{m}(t) \} \rangle$$

$$\times \frac{A_c^2}{2}$$

$$\Rightarrow P_{SSB} = \frac{A_c^2}{2} \langle \cos^2 2\pi f_c t P_m + \sin^2 2\pi f_c t P_m \rangle$$

$$= \frac{A_c^2}{2} P_m$$

$$f_d = 50 \text{ kHz}$$

$$f_c = 100 \text{ MHz}$$

در FM خان:

$$FM = A_c \cos(2\pi f_c t + \phi(t))$$

$$f_c \gg f_d$$

PM

$$P_{FM} = P_{PM} = \frac{A_c^2}{2}$$

دس با تقریب خیلی خوب ←

P4PCO

Subject: جلسه هجدهم

Year: Month: 9 Date: 17 ( )

## نویز یا اغتشاش:

هر سیگنال الکتریکی ناخواسته که همراه سیگنال ما در سیستم وجود دارد را نویز می گویند.

منابع:

۱- طبیعی

- از درون: می توان از این برد نقطه باید رفتار آن را ساخت. نویز حرارتی

- از بیرون: تخلیه الکتریکی قابل کنترل در دست ما نیست.

- از درون: سلف های انزله نشده

- از بیرون: پمپ ترانس در نزدیکی آنتن

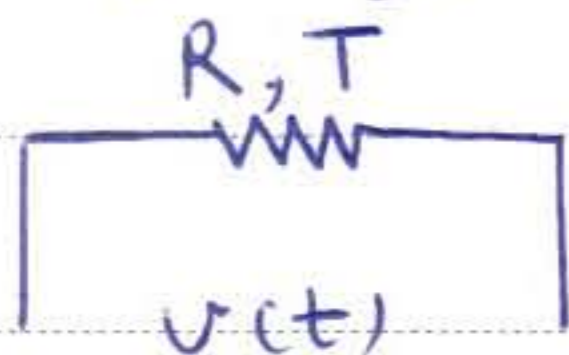
ساخته دست بشر

نویز حرارتی: هر فلزی در هر درجه حرارتی الکترون آزاد از خود سطح می کند این منبع نویز طبیعی از درون است

اگر مقاومت  $R$  در درجه حرارت  $T$  قرار بگیرد الکترون های آزاد آن شروع به حرکت می کنند و در نتیجه ولتاژی در دو سر آن وجود دارد. این ولتاژ نتیجه حرکت بی نهایت الکترون است و در نتیجه انتظار داریم این ولتاژ فرآیندی تصادفی و نویسی باشد (بذلیل تئوری حد مرکزی)

چون احتمال راست رفتن و چپ رفتن فرق نمی کند پس امید فرآیند نیز صفر است و از آنجا باید شرایط محیطی ثابت است. پس فرآیند ایستای نیز است.

$$E\{u\} = \bar{u} = 0$$



$$= \frac{(u - \bar{u})^2}{2\sigma^2}$$

$$P(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(u - \bar{u})^2}{2\sigma^2}}$$

به نویز فوق نویز حرارتی می گویند

حال می خواهیم توان نویز را محاسبه کنیم

$$P = E\{u^2(t)\} = \bar{u}^2$$

$$\sigma^2 = \bar{u}^2 - (\bar{u})^2 = \bar{u}^2$$

توان مصرفی در مقاومت  
! امی

اگر تودوم را اثر ندادیم زیرا ایستای است.

جایی

$$G(f) = \frac{2Rhf|f|}{e^{\frac{hf|f|}{kT}} - 1} \quad \left[ \frac{W}{\Omega \cdot Hz} \right]$$

مقاومت یک امی

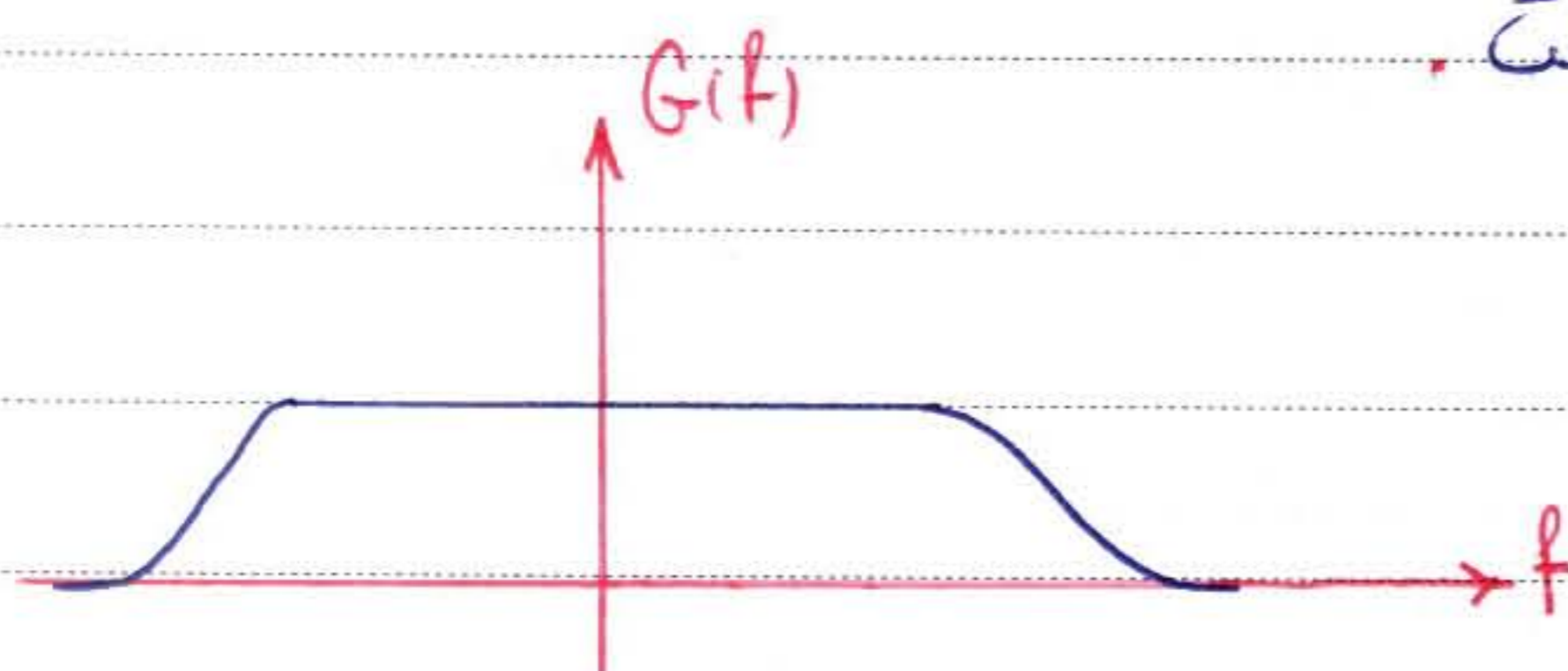
$$h = 4.42 \times 10^{-34} \text{ ژول} \quad \text{ثابت پلانک} \quad k = 1.37 \times 10^{-23} \text{ ژول} \quad \text{ثابت بولتزمن}$$

Subject :

Year . Month . Date . ( )

$$P = \sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} G(f) df = \frac{2}{\pi} \frac{(\pi kT)^2}{h} R$$

نویز غالب در سیستم های مخابراتی از نوع فوق است .



5

$$f < 10^{12} \rightarrow \frac{hf}{kT} < 0.1$$

در بازه های  
نامتناهی کنیم

$$G(f) = 2RkT$$

10

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots$$

همین تابع فوق در بازه  $-\infty$  تا  $+\infty$  انتگرال گیری می کنیم زیرا ایندیت می شود و رابطه فوق تنها برای بازه ای خاص برقرار است .

$$G(f) = 2RkT$$



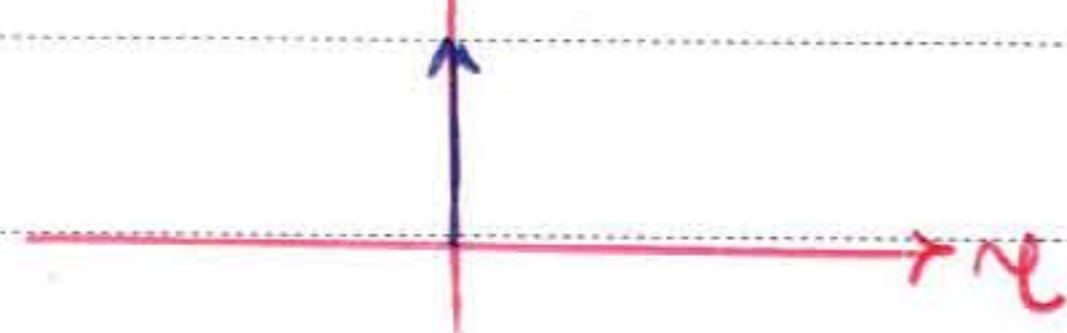
چون همه ی فرکانس ها در یکبالی اندازه حضور دارند .

به فرکانس فرکانسی سفید می گویند .

15

به نویز از جنس فوق نویز سفید گوسی می گویند ، و چون با سیگنال جمع می شود به آن نویز سفید گوسی جمع می شود .

$$P_{nw}(\omega)$$



می گویند .  
حال تابع خود هم بستگی نویز سفید را می کشیم :

رندم ترین فرکانس قابل تصور است زیرا

20

به جای  $\omega$  در  $P_{nw}$  صفر می گذاریم و نیاز  $G(f)$  در کل اعداد انتگرال می گیریم (با دلیل تئری استفاده شده)

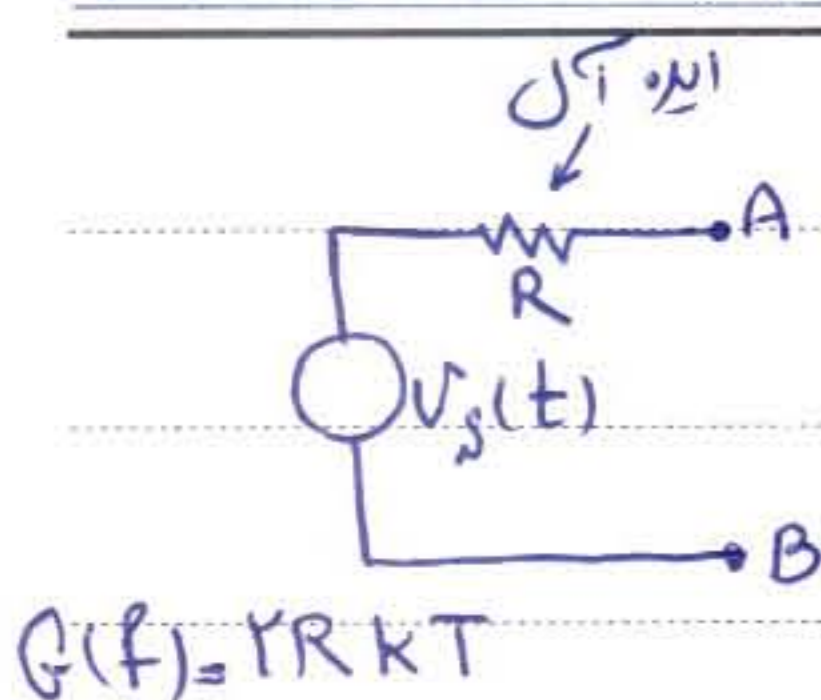
$$G(f) = 2RkT = \frac{N_0}{2}$$

منابع ترین داریم :

25

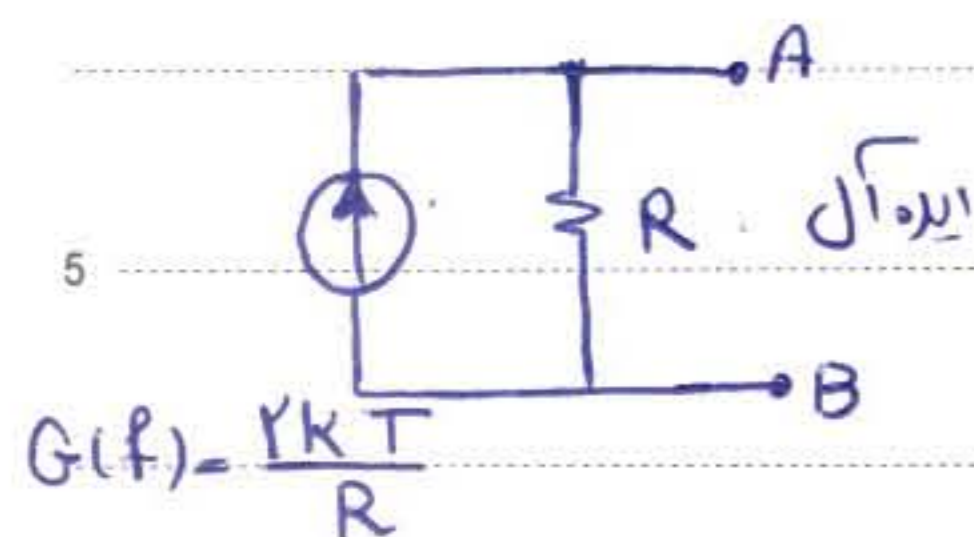
Subject :

Year . Month . Date . ( )



بنابرین از این به بعد هر مقاومت را بصورت مقابل مدل می کنیم

بامدل ترین به صورت مقابل، متاوستی داریم کا ایده آک است.



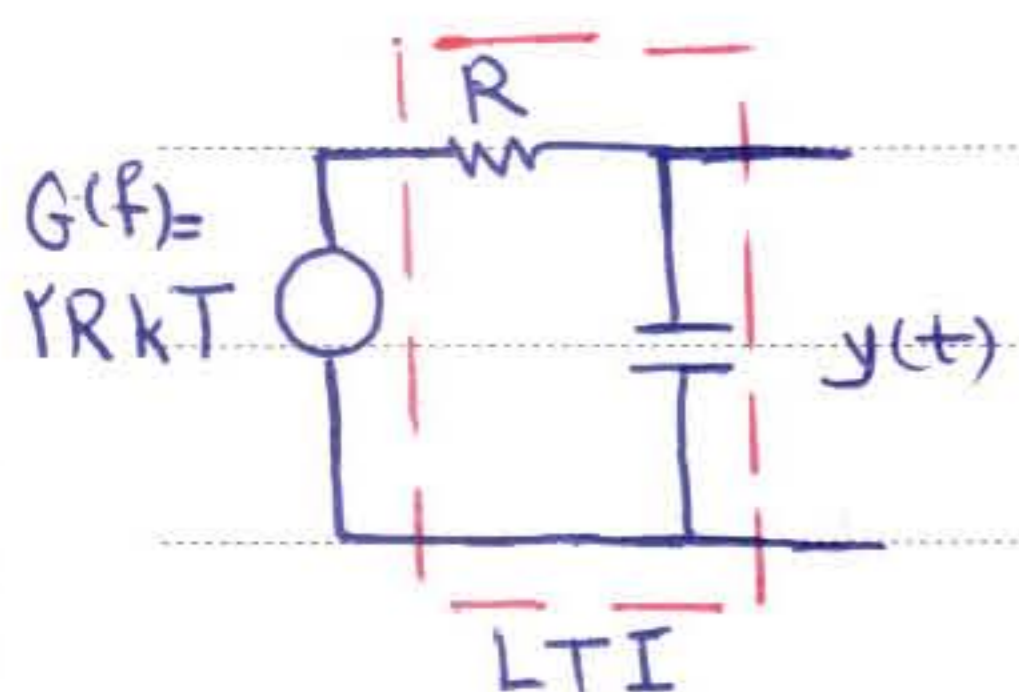
مثال: شبکه زیر در T درجه کلوین تردد دارد. خازن عاری از بار است. مطلوب است محاسبه

(۱) همگانی ضریب توان فرکانس  $y(t)$

(۲) تابع خود همبستگی فرکانس  $y(t)$

(۳) PDF مربوط به  $y$

(۴) احتمال آنکه  $y$  در لحظه  $t$  از  $t_0$  ولت بیشتر باشد.

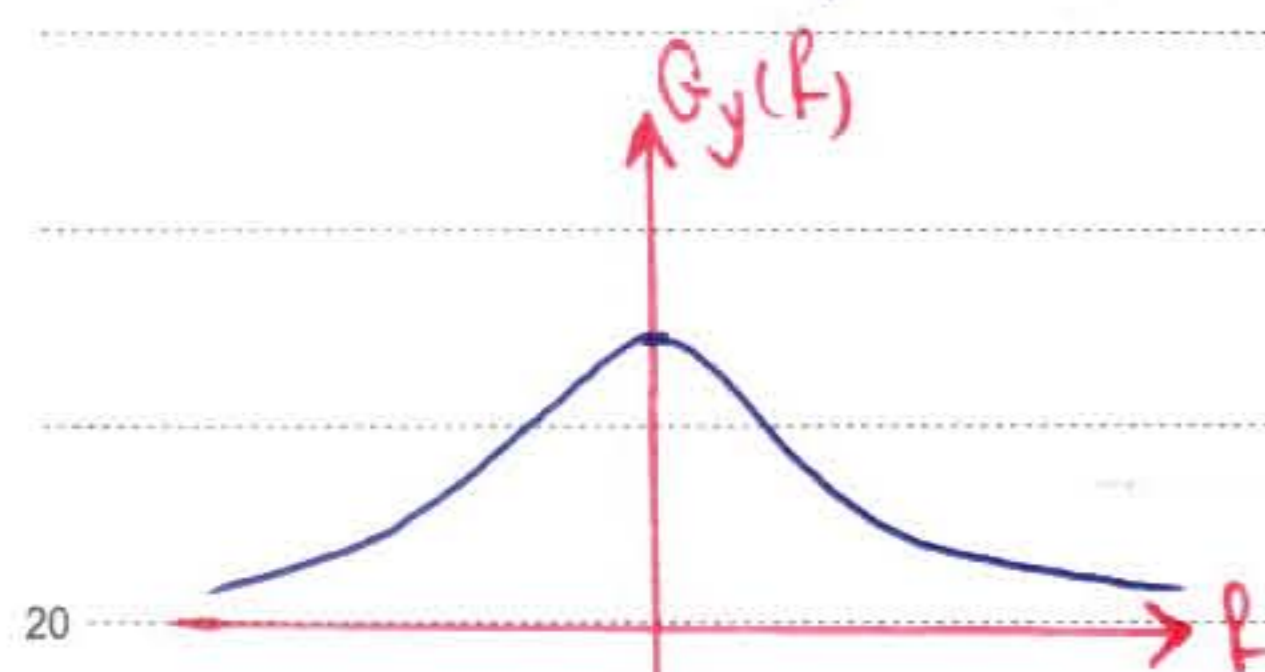


$$G_y(t) = |H(f)|^2 G_x(t)$$

$$H(f) = \frac{1}{1 + j\pi RC f} \Rightarrow |H(f)|^2 = \frac{1}{1 + \pi^2 R^2 C^2 f^2}$$

$$\Rightarrow G_y(t) = \frac{2RkT}{1 + \pi^2 R^2 C^2 f^2}$$

ورودی نویز سفید بود اما خروجی نویز رنگی است.



$$R_{yy}(\tau) \leftrightarrow G_y(f)$$

$$\Rightarrow R_{yy}(\tau) = \frac{kT}{C} e^{-\frac{|\tau|}{RC}}$$

$$P_y = R_{yy}(0) = \frac{kT}{C}$$

اگر در خروجی مقاومت یک اهمی قرار دهیم با مقدار نویز انرژی در لحظه مصروف می شود.

خازن کمتر نویز بیشتری ایجاد می کند.

مقاومت دو کاری کند هرچه بیشتر باشد نویز بیشتر شده و از طرف دیگر فیلتر بارکتیری شود پس این دو هم دیگر را خنثی می کنند.

Subject:

Year: Month: Date: ( )

PDF نویسی است زیرا اولاً نویسی بردارانی سیستم LTI بوده است.

$E\{y\} = 0$  است زیرا  $E\{x\} = 0$  است.

هرچه C بیشتر باشد توان نویز کمتر است.

$$P(y) = \frac{1}{\sigma_y \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{y^2}{2\sigma_y^2}}$$

$$\sigma_y^2 = E\{y^2\} - (E\{y\})^2 = P_y = \frac{kT}{C}$$

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{kT}{C}}$$

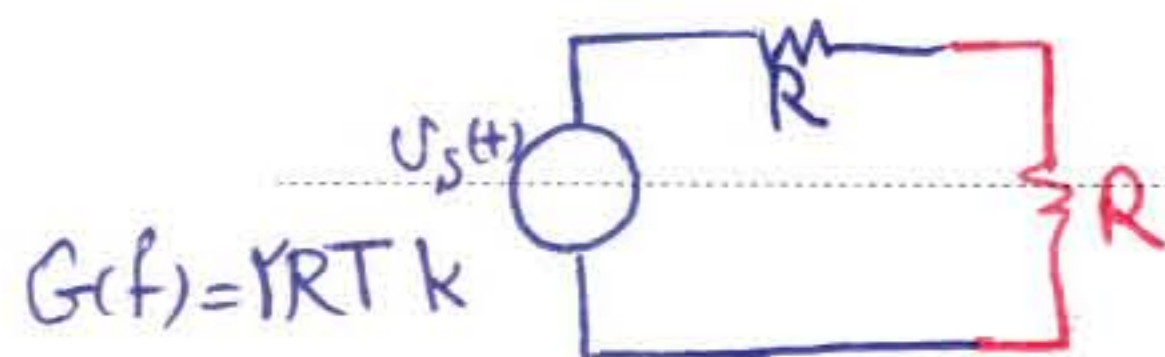
$$P\{y < 10^{-4}\} = \int_{-\infty}^{10^{-4}} p(y) dy = f(T, C)$$

در سیستم های مختاراتی می خواهیم حد اکثر توان به بار برسد

فرض کنید یک منبع نویز داریم:

حال می خواهیم اگر مدار را به یک مقاومت تطبیق داده شود اصل کسب

حداکثر توان به آن می رسد.



$$P_a = E\{\langle v(t) i(t) \rangle\}$$

مقدار مقابل حداکثر توانی است که می تواند به یک بار داده شود.

$$= E\left\{\left\langle \frac{v_s^2(t)}{4R} \right\rangle\right\} = \frac{1}{4R} E\{v_s^2(t)\} \Rightarrow P_a = \frac{1}{4R} \int_{-\infty}^{\infty} 1/2 R k T df = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{kT}{4} df$$

$$\Rightarrow G_a(f) = \frac{kT}{4}$$

یکای مقابل متداری است که در بار تطبیق داده شده در حال مصرف است.

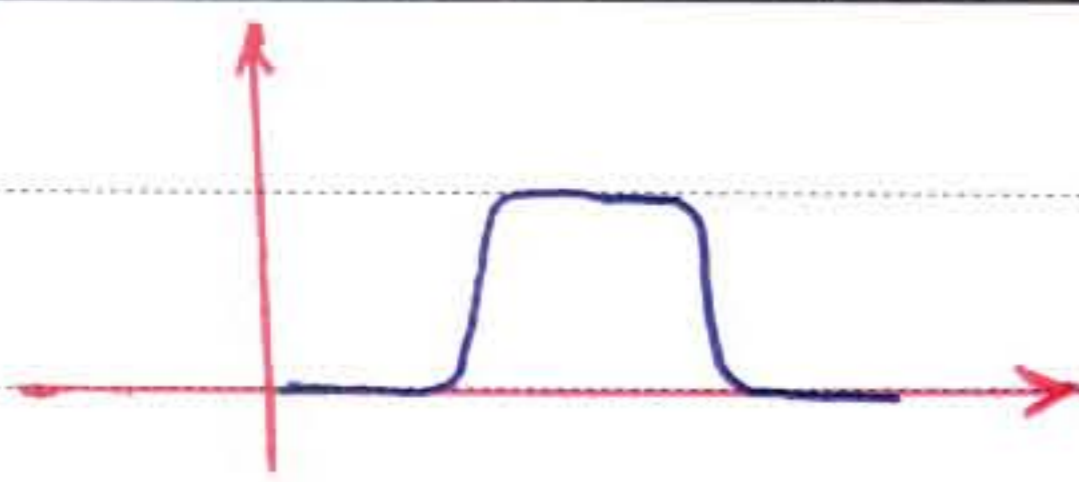
یکای توان در دسترس: تحویل داده شده به مقاومت تطبیق داده شده.

بنابراین این یکای به معلومت بستگی ندارد.

یکی از منابع اصلی نویز تقویت کنند. های طبقه ی اول هستند که دارای گین بسیار بالا هستند.

Subject :

Year . Month . Date . ( )



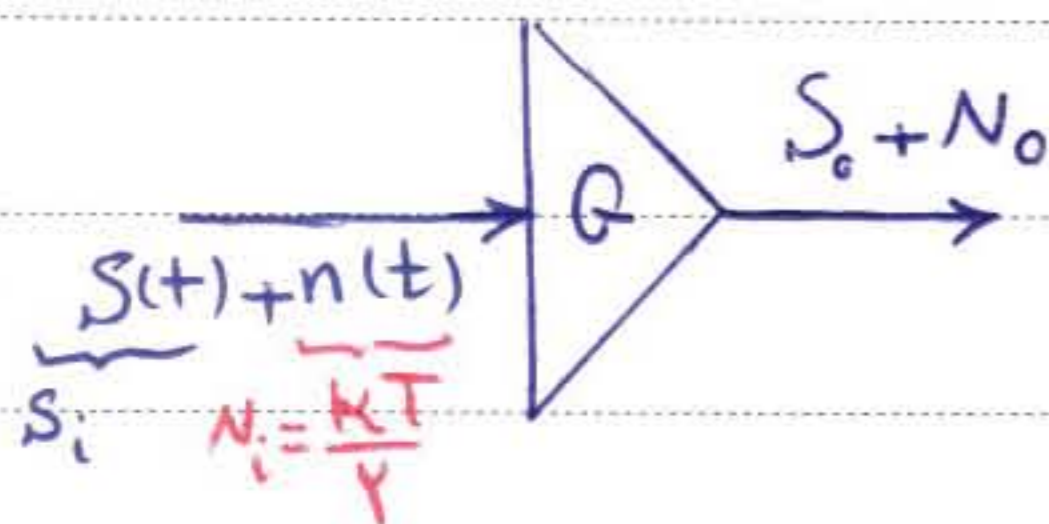
هر تقویت کننده یک عرض باند دارد.

در مخابرات منظور از ایده آل بودن تقویت کننده اینست که تقویت کننده نویز ایجاد نکند.

5

فرض کنید یک منبع نویز داریم.

حالا می خواهیم مدالی بسازیم و نویز در خروجی را بدست آوریم.



10

ما یک نسبت  $(\frac{S}{N})_i$  و یک نسبت  $(\frac{S}{N})_o$  داریم و می خواهیم بدانیم که هر تقویت کننده نیز نویز ایجاد می کند.

پس  $(\frac{S}{N})_i > (\frac{S}{N})_o$  بنا به تعریف داریم :

$$\frac{(\frac{S}{N})_i}{(\frac{S}{N})_o} = F \Rightarrow (\frac{S}{N})_o = \frac{1}{F} (\frac{S}{N})_i$$

بنابراین می خواهیم  $F$  تا حد مقدور کوچکتر باشد. به تقویت کننده های دارای  $F$  کوچک LNA می گویند.   
 که در طبقه اول گیرنده ها استفاده می شوند.

20

25

Subject: جلسه نوردهم  
Year: 9 Month: 9 Date: 29 ( )

# Noise Equivalent Bandwidth

عرض باند معادل نویز

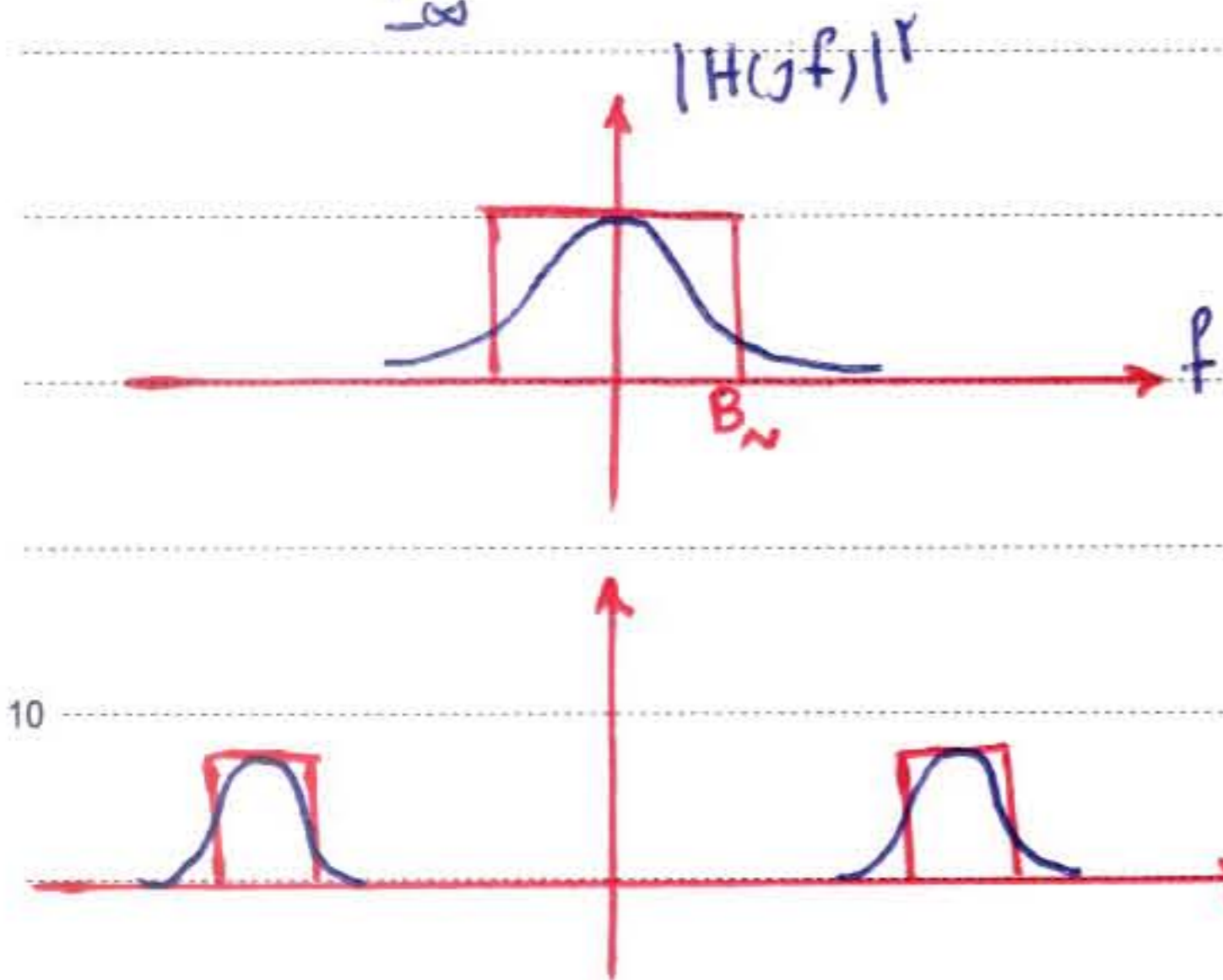
توان نویزی ورودی داریم  $N_i$

$$\frac{N_0}{f} \rightarrow H(jf) \rightarrow N_i$$

$$N_i = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{N_0}{f} |H(jf)|^2 df$$

می خواهیم عرض باند فیلتر ایده آل را بگوئیم بدست آوریم تا توان نویز خروجی در حالت یکسان باشد

پس هر شکلی که عرض باند معادل نویز دارد



توان نویزی ورودی داریم  $N_i$

$$\frac{N_0}{f} \rightarrow \text{ایده آل} \rightarrow N_r$$

$$N_r = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{N_0}{f} |H(jf)|_{\max}^2 df = N_0 |H(jf)|_{\max}^2 B_N$$

$$N_i = N_r \Rightarrow N_0 \int_{-\infty}^{\infty} |H(jf)|^2 df = N_0 |H(jf)|_{\max}^2 B_N \Rightarrow B_N = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} |H(jf)|^2 df}{|H(jf)|_{\max}^2}$$

بنابراین اگر نویز را به فیلتری ایده آل وارد کنیم تا عرض باند  $B_N$  را دارد توان نویز خروجی در هر دو حالت برابر است.

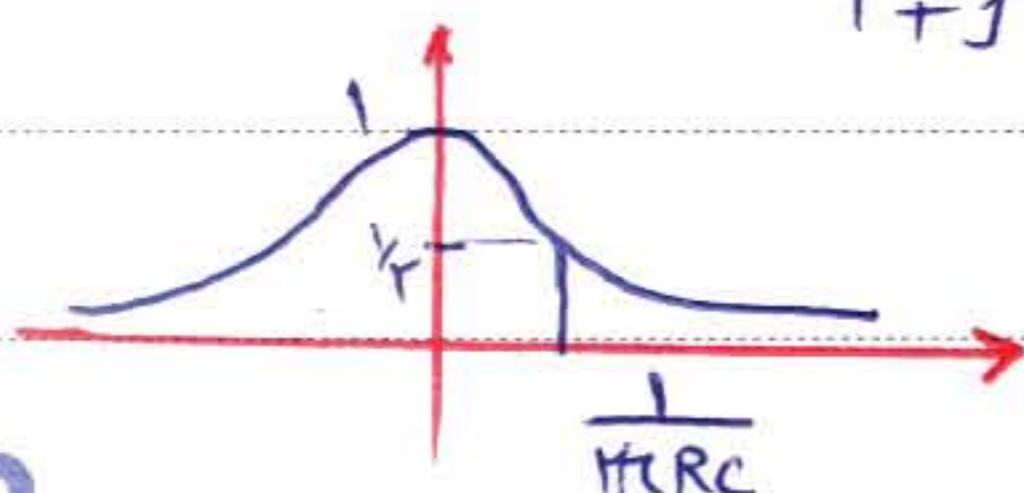
اگر فیلتر از ابتدا ایده آل می بود عرض باند نویزی خود عرض باند فیلتر می شد.

مثال:

برای فیلتر متقابل عرض باند معادل نویزی عرض باند ۲۵dB را با هم مقایسه کنید

علت استفاده از  $H(jf)$  تأکید بر تقارن هرجی است.

$$H(jf) = \frac{1}{1 + j2\pi RCf} \Rightarrow |H(jf)|^2 = \frac{1}{1 + 4\pi^2 R^2 C^2 f^2}$$



Subject:

Year. Month. Date. ( )

$$B_N = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \frac{df}{1 + f_{RC}^2 f_{RC}^2} = \frac{1}{f_{RC}}$$

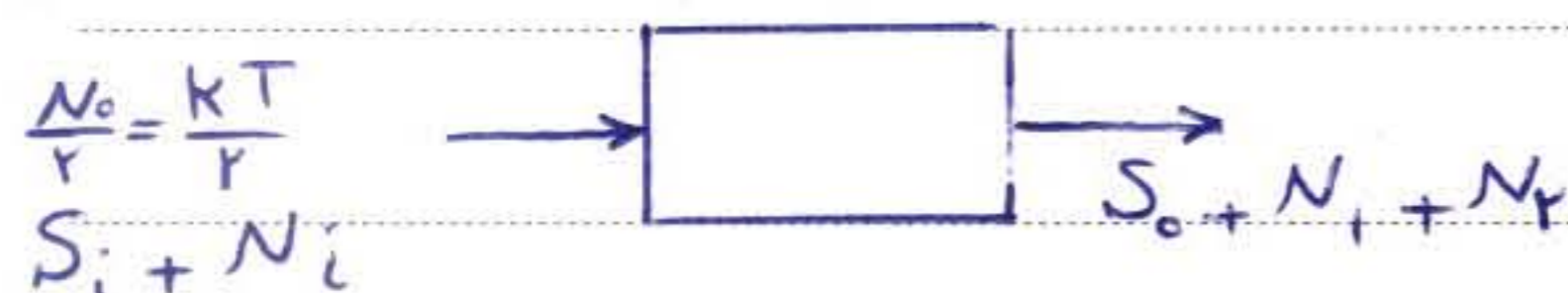
$$\text{بهای باند ۳dB} = \frac{1}{f_{RC}}$$

$$\text{بهای باند معادل نویزی} = \frac{1}{f_{RC}}$$

فرض کنید یک تقویت کننده داریم

عض باند معادل نویزی  $B_N$  است و  $|H(j\omega)|^2 = |H(j\omega)|_{\max}^2 = G$

با فرض منطبق بودن طبقه نویز با جدالی  $\frac{kT}{P}$  به تقویت کننده می رسد



$$\frac{N_o}{P} = \frac{kT}{P} \Rightarrow N_o = kT \Rightarrow N_i = kT G B_N \Rightarrow N_r = kT B_N$$

$$\left(\frac{S}{N}\right)_o = \frac{S_o}{N_o} = \frac{G S_i}{kT G B_N + N_r} = \frac{G S_i}{G (kT B_N + \frac{N_r}{G})} = \frac{S_i}{k B_N (T + \frac{N_r}{k B_N G})}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{S}{N}\right)_o = \frac{S_i}{\underbrace{k B_N T}_{N_i} (1 + \frac{N_r}{k B_N G T})} \Rightarrow \left(\frac{S}{N}\right)_o = \left(\frac{S}{N}\right)_i \times \frac{1}{1 + \frac{N_r}{k B_N G T}}$$

$$\Rightarrow \frac{\left(\frac{S}{N}\right)_i}{\left(\frac{S}{N}\right)_o} = 1 + \frac{N_r}{k B_N G T}$$

$$N_o = k G B_N \left( T + \underbrace{\frac{N_r}{k G B_N}}_{T_N} \right)$$

$T_N$ : درجه حرارت معادل نویز

می توان فرض کرد که دلیل نویز تقویت کننده دمای محیط از  $T$  به  $T_N$  افزایش یافته است

Subject:

Year. Month. Date. ( )

$$T_N = T + \frac{N_r}{k G B_N}$$

بررسی حضور صیانت آماری مؤلفه های تک فرکانس ایستگاه و نویز و میانگین:

آیا  $n_i(t)$  و  $n_q(t)$  ایستگاه هستند؟  
 آیا  $n_i(t)$  و  $n_q(t)$  نویز هستند؟  
 آیا  $n_i(t)$  و  $n_q(t)$  ناهمبسته هستند؟  
 میگای مفید توان  $n_i(t)$  و  $n_q(t)$  چگونه هستند؟  
 فرکانس  $f_c$  را در بازوی فرکانسی  $n(t)$  انتخاب می کنیم.

$$n_i(t) = n(t) \cos 2\pi f_c t + \hat{n}(t) \sin 2\pi f_c t$$

$$n_q(t) = \hat{n}(t) \cos 2\pi f_c t - n(t) \sin 2\pi f_c t$$

$$E\{n_i(t)\} = \cos 2\pi f_c t E\{n(t)\} + \sin 2\pi f_c t E\{\hat{n}(t)\} = 0$$

بهترین ترتیب

$$\Rightarrow E\{n_q(t)\} = 0$$

پس اگر سگنالی ایستگاه امپد صفری داشته باشد مؤلفه های آن هم امپد صفری دارند.  
 $n_i$  و  $n_q$  نویز هستند زیرا ترکیب خطی دو فرکانس نویز است.  $n(t)$  بنابر فرض نویز است،  $\hat{n}(t)$  نیز نتیجه عبور  $n(t)$  از سیستمی خطی است پس نویز می باشد.

حال می خواهیم ایستگاه بودن را بررسی کنیم:

$$E\{n_i(t)n_i(t-\tau)\} = E\{[n(t)\cos 2\pi f_c t + \hat{n}(t)\sin 2\pi f_c t][n(t-\tau)\cos 2\pi f_c(t-\tau) + \hat{n}(t-\tau)\sin 2\pi f_c(t-\tau)]\}$$

$$= \cos 2\pi f_c t \cos 2\pi f_c(t-\tau) \underbrace{E\{n(t)n(t-\tau)\}}_{\substack{\text{ایستگاهی فرکانس } n \\ R_{nn}(\tau)}} + \cos 2\pi f_c t \sin 2\pi f_c(t-\tau) \underbrace{E\{n(t)\hat{n}(t-\tau)\}}_{R_{n\hat{n}}(\tau)} + \sin 2\pi f_c t \cos 2\pi f_c(t-\tau) \underbrace{E\{\hat{n}(t)n(t-\tau)\}}_{R_{\hat{n}n}(\tau)} + \sin 2\pi f_c t \sin 2\pi f_c(t-\tau) \underbrace{E\{\hat{n}(t)\hat{n}(t-\tau)\}}_{R_{\hat{n}\hat{n}}(\tau)}$$

مبتداً داریم

$$\Rightarrow \begin{cases} R_{nn}(\tau) = R_{\hat{n}\hat{n}}(\tau) \\ R_{n\hat{n}}(\tau) = -R_{\hat{n}n}(\tau) = R_{nn}(\tau) \end{cases}$$

با تبدیل حاصل ضرب به حاصل جمع، استفاده از روابط مقابل نشان داده می شود که:

Subject:

Year. Month. Date. ( )

$$E\{n_i(t)n_i(t-\tau)\} = R_{nn}(\tau) \cos 2\pi f_c \tau + \hat{R}_{nn}(\tau) \sin 2\pi f_c \tau$$

پس نسبت به تابع  $t$  نبود و فرکانس  $n_i$  نرا کبیری ایستادن است.

$$\Rightarrow R_{n_i n_i}(\tau) = R_{nn}(\tau) \cos 2\pi f_c \tau + \hat{R}_{nn}(\tau) \sin 2\pi f_c \tau$$

$$R_{n_i n_q}(\tau) = R_{n_i n_i}(\tau)$$

5 نشان دهید:

$$P_{n_i} = R_n(0) = P_n = P_{n_q}$$

پس  $n_i$  و  $n_q$  با هم توان یکسانی دارند.

$$G_{n_i}(f) = \frac{1}{2} G(f+f_c) + \frac{1}{2} G(f-f_c) + F\{\hat{R}_{nn}(\tau) \sin 2\pi f_c \tau\}$$

10

$$\hat{R}_{nn}(\tau) \leftrightarrow G(f)\{-j \operatorname{Sgn}(f)\} \Rightarrow \hat{R}_{nn}(\tau) \sin 2\pi f_c \tau \leftrightarrow \frac{1}{2} G(f+f_c) \operatorname{Sgn}(f+f_c) - \frac{1}{2} G(f-f_c) \operatorname{Sgn}(f-f_c)$$

$$G_{n_i}(f) = \left[ \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \operatorname{Sgn}(f+f_c) \right] G_n(f+f_c) + \left[ \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \operatorname{Sgn}(f-f_c) \right] G_n(f-f_c)$$

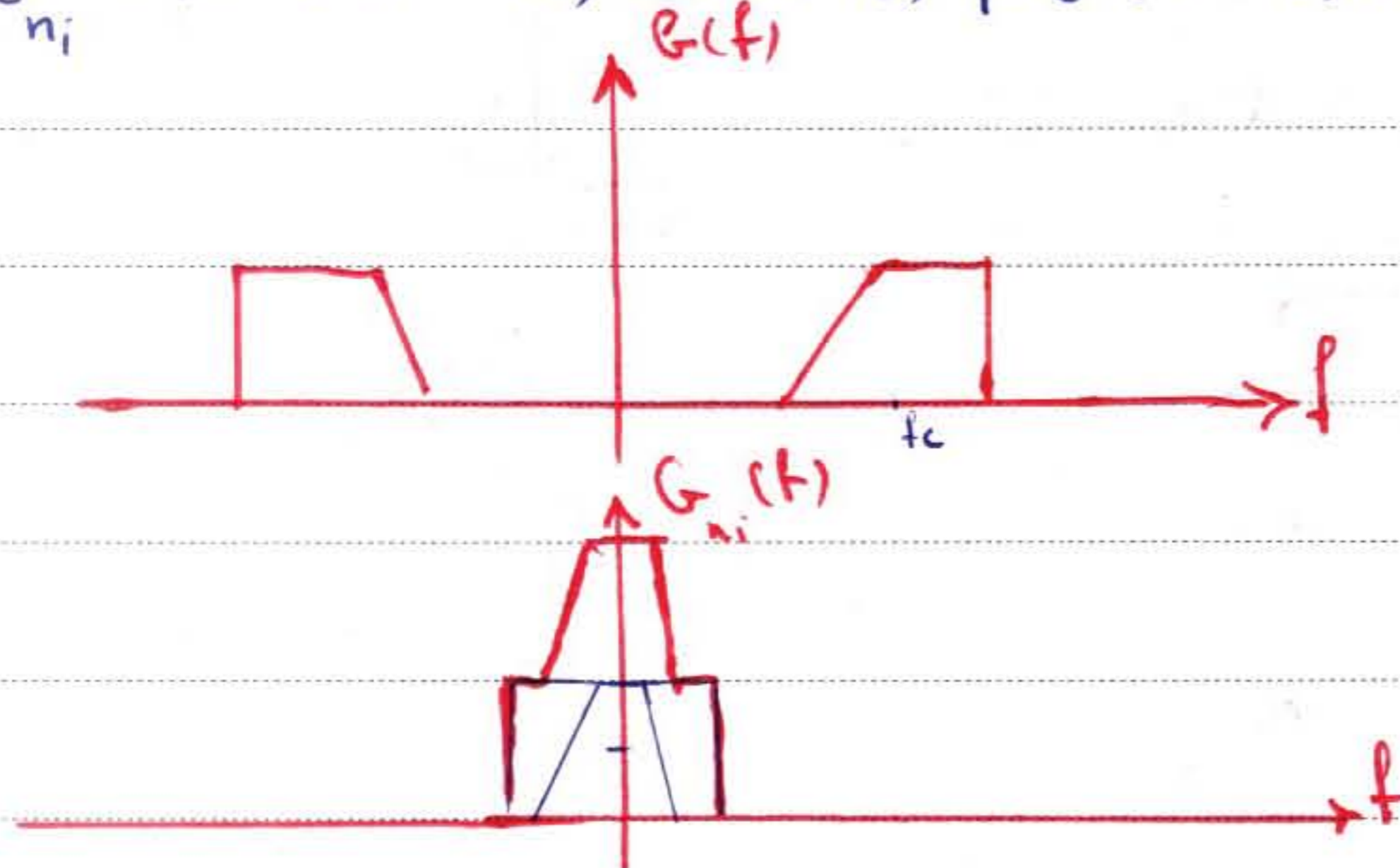
15

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \operatorname{Sgn}(x) &= u(x) \\ \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \operatorname{Sgn}(x) &= u(-x) \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$u(-f+f_c) = u(-f) \Big|_{f \rightarrow f-f_c}$$

$$\Rightarrow G_{n_i}(f) = G(f+f_c) u(f+f_c) + G(f-f_c) u(-(f-f_c))$$

20



25

$$G_{n_q}(f) = G(f+f_c) u(f+f_c) + G(f-f_c) u(-(f-f_c))$$

نشان دهید:

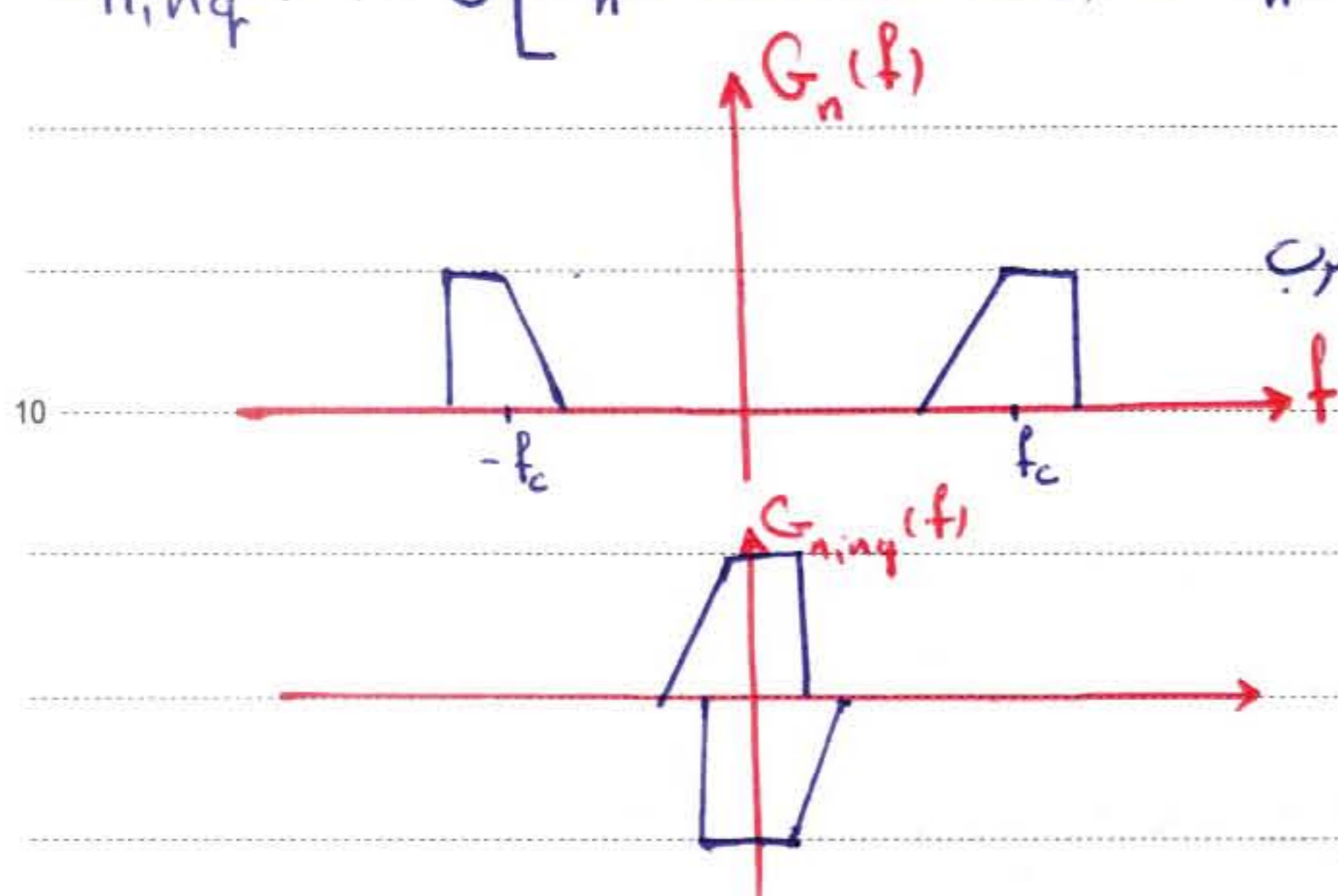
Subject: جلسه دهم  
 Year: Month: 10 Date: 1 ( )

حال می‌خواهیم رابطه بین  $n_i$  و  $n_q$  را بدست آوریم و ببینیم آیا با هم همبستگی دارند یا خیر.

$$E\{n_i(t)n_q(t-\tau)\} \xrightarrow[\text{سود}]{\text{اثبات}} f(\tau) = R_{n_i n_q}(\tau)$$

تابع همبستگی احتمال توان  $R_{n_i n_q}(\tau) \longleftrightarrow G_{n_i n_q}(f)$

$$G_{n_i n_q}(f) = \int [G_n(f+f_c)u(f+f_c) - G_n(f-f_c)u(f-f_c)]$$



در این حالت الزاماً مجموع صفر نیست پس امید حاصل ضرب الزاماً صفر نیست

وقتی امید توقع صفر است که نویز اصلی در اطراف یک نقطه متقارن باشند و ماهمان

در شکل مقابل  $n_i$  و  $n_q$  ناهمبسته هستند ولی انرژی را

مقداری در هر دو می‌زمان شیفته‌ایم دیگر اصلاً ناهمبسته نمی‌شوند.

\* ثابت کشیده‌ای  $\tau = 0$ ، حتماً  $R_{n_i n_q}(\tau) = 0$  می‌باشد در مورد

بنابراین  $n_i$  و  $n_q$ ، حتماً ناهمبسته هستند چون  $\tau = 0$  ولی  $n_i(t)$  و  $n_q(t-\tau)$  و  $R_{n_i n_q}(\tau)$  فقط وقتی صفر است که متقارن گفته شود و اینها با هم

همراه  
 بنابراین  $n_i$  و  $n_q$  ناهمبسته هستند ولی  $n_i$  و  $n_q$  یکی شیفته داده شود نمی‌توانند ناهمبسته باشند مگر اینکه حالت تقارن ایجاد شود.

Subject:

Year. Month. Date. ( )

$$Z(t) = x(t) + y(t)$$

$$R_{ZZ}(t_v, t_r) = E\{(x(t_v) + y(t_v))(x(t_r) + y(t_r))\} = R_{xx}(t_v, t_r) + R_{yy}(t_v, t_r) + R_{xy}(t_v, t_r) + R_{yx}(t_v, t_r)$$

بنابراین دیدیم که در حالت کلی اگر فرآیندی مجموع دو فرآیند باشد آنگاه تابع خود همبستگی آن مجموع تابع های خود همبستگی دو فرآیند نیست مگر اینکه همبستگی متقابل دو فرآیند صفر باشد.

وقتی مجموع دو فرآیند ایستاتیک، ایستاتیک است که تابع همبستگی متقابل دو فرآیند نیز ایستاتیک باشد. این حالتی اتفاق می افتد که  $x$  و  $y$  ورودی و خروجی یک سیستم LTI باشد.

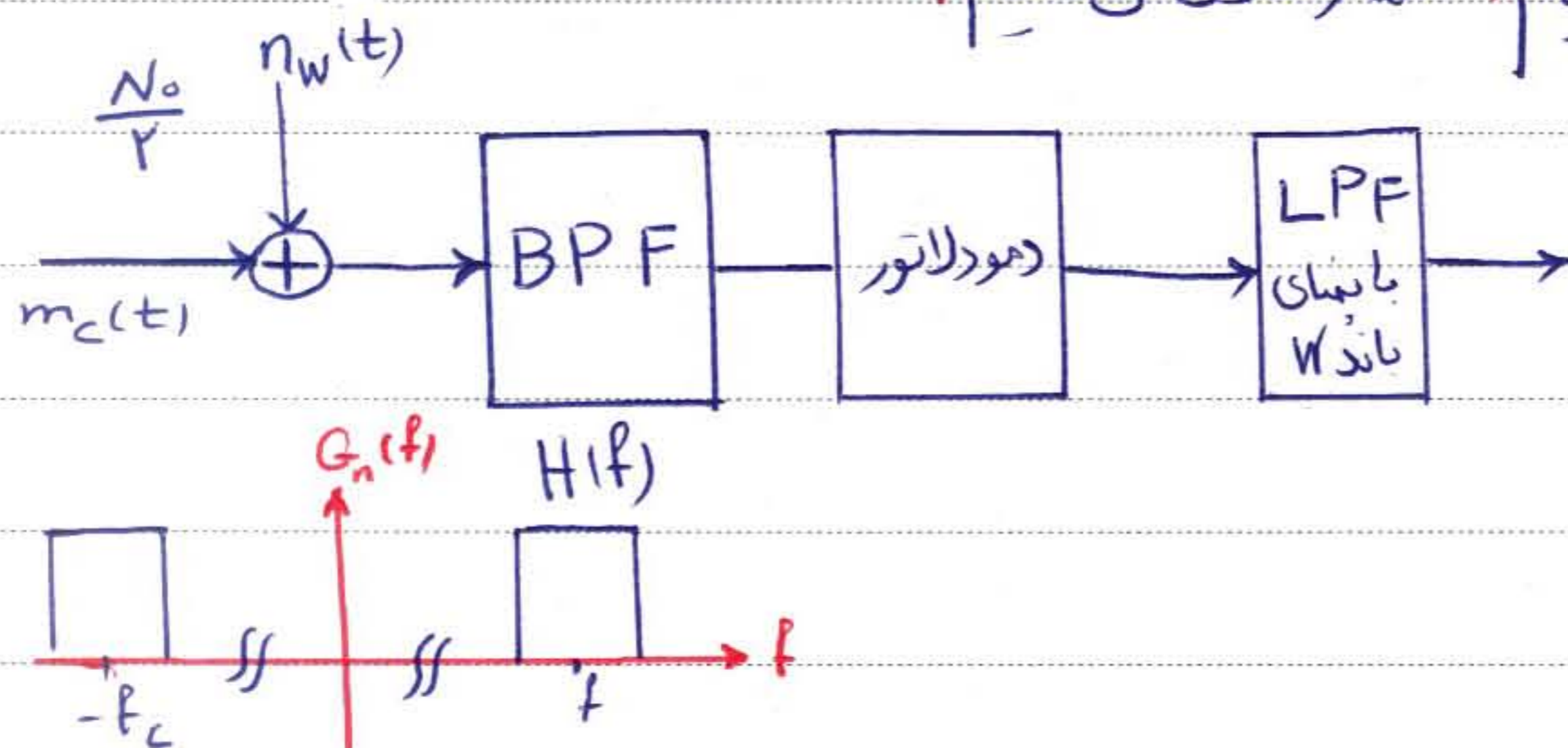
از ایستاتیک بودن  $x$  و  $y$  نمی توان با ایستاتیک بودن  $z$  دو فرآیند رسید.

اگر برای هر  $t_v, t_r$   $E\{x(t_v)y(t_r)\} = 0$  باشد آنگاه می توانیم بگوییم   
 \* همبستگی متقابل مجموع، مجموع خود همبستگی هاست.   
 \* ایستاتیک بودن دو فرآیند باعث ایستاتیک بودن مجموع می شود.

## عناصر مدل های مختلف در حضور AWGN

نویز سفید، زیاده ترین نویز موجود است. اکثر نویز های سیستم های مخابراتی از این نوع نویز است.

برای بررسی از مدل خلاصه شده زیر استفاده می کنیم خیلی عنصر هستند که تأثیر زیادی دارند اما چون این تأثیر یکسان است روی نویز و پیام، آنرا حذف می کنیم.



بلوک اول هم فیلتر هم تقویت کننده است اما چون هم سیگنال و هم نویز را تقویت می کند پس سیگنال به نویز اعوض نمی کند و آن را حذف نمی کنیم.

Subject:

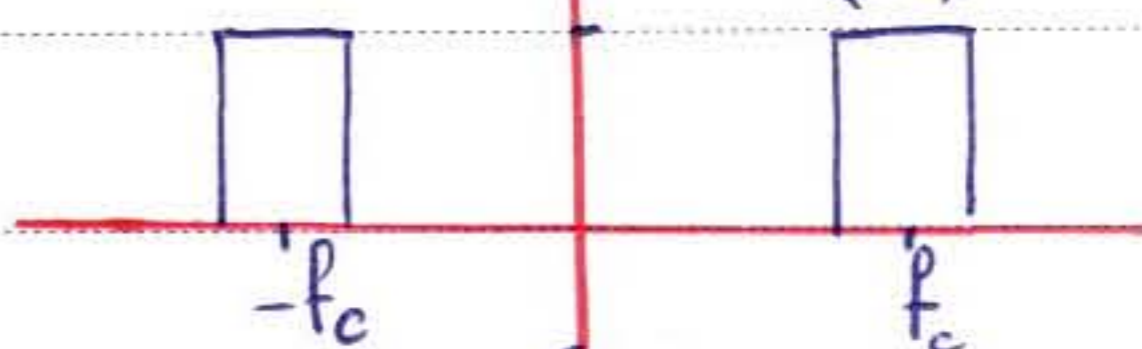
Year. Month. Date. ( )

DSB:

$$A_c m(t) \cos 2\pi f_c t \rightarrow A_R m(t) \cos 2\pi f_c t \Rightarrow \begin{cases} S_T = \frac{A_c^2 P_m}{2} \\ S_R = \frac{A_R^2 P_m}{2} \end{cases} \Rightarrow L = \frac{A_c^2}{A_R^2} \Rightarrow A_R^2 = \frac{A_c^2}{L}$$

$$N_R = 2N_o W$$

مقداری طیف توان بویژه در ورودی گیرنده

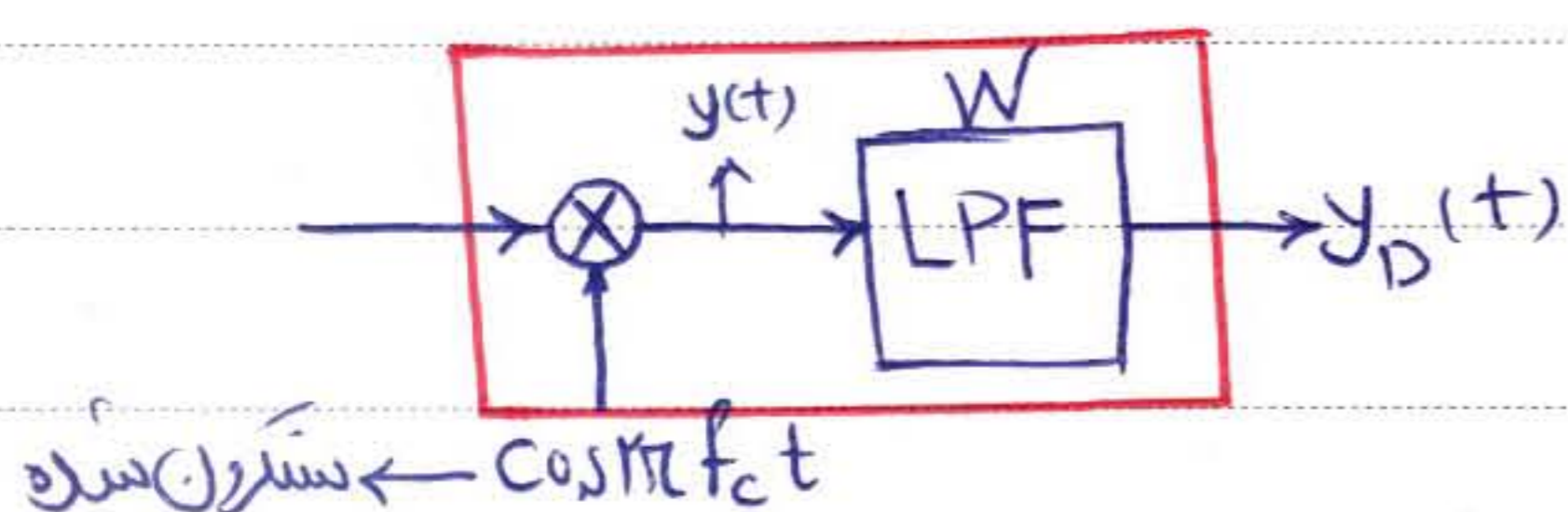


$$V(t) = m_c(t) + n(t) = A_R m(t) \cos 2\pi f_c t + n(t)$$

در  $V(t)$  می توان فرض کرد  $m(t)$  و  $n(t)$  مستقل از هم هستند زیرا هر کدام از یک منبع جداگانه هستند پس می آید.

$$\left( \frac{S}{N} \right)_R = \frac{A_R^2 P_m}{2N_o W}$$

در مورد دمودلاتر DSB داریم



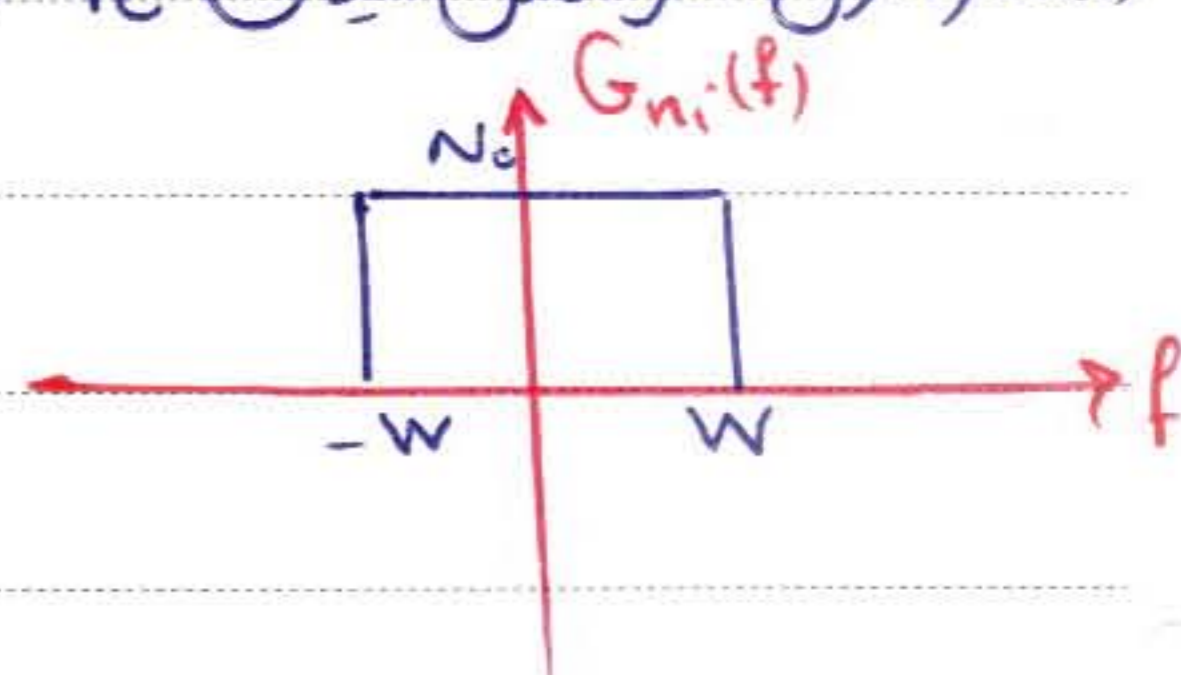
$n(t)$  را حول فرکانس میانی  $f_c$  و بارهای  $\sin$  و  $\cos$  تجزیه می کنیم

$$n(t) = n_i \cos 2\pi f_c t - n_q(t) \sin 2\pi f_c t$$

$$V(t) = [A_R m(t) + n_i(t)] \cos 2\pi f_c t - n_q(t) \sin 2\pi f_c t$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2\pi f_c t$$

$$\frac{1}{2} \sin 2\pi f_c t$$



$$y(t) = [A_R m(t) + n_i(t)] \cos^2 2\pi f_c t - n_q(t) \sin 2\pi f_c t \cos 2\pi f_c t$$

جملاتی از  $y(t)$  در  $\sin 2\pi f_c t$  ضرب می شوند دیگر از LPF عبور نمی کنند

$$y_D(t) = \frac{1}{2} A_R m(t) + \frac{1}{2} n_i(t)$$

می خواهیم توان سیگنال  $y_D(t)$  را بدست آوریم

بنابراین توان  $y_D(t)$  را می توان از دو فرکانس مستقل ساخته شده پس توان  $y_D(t)$  مجموع توان ها است

$$S_D = \frac{A_R^2 P_m}{2}$$

$$N_D = \frac{1}{2} P_{n_i} = \frac{1}{2} P_n = \frac{N_o W}{2}$$

$$\left. \begin{matrix} S_D = \frac{A_R^2 P_m}{2} \\ N_D = \frac{1}{2} P_{n_i} = \frac{1}{2} P_n = \frac{N_o W}{2} \end{matrix} \right\} \Rightarrow \left( \frac{S}{N} \right)_{D, DSB} = \frac{\frac{A_R^2 P_m}{2}}{\frac{N_o W}{2}} = \frac{A_R^2 P_m}{N_o W}$$

Subject :

Year .      Month .      Date .      ( )

$$\Rightarrow \left( \frac{S}{N} \right)_{D, DSB} = \frac{A_R^2 P_m}{2 N_0 W}$$

زیرا یکی از مؤلفه های نویز در این سیستم حذف شد  $\left( \frac{S}{N} \right)_{D, DSB} = 2 \left( \frac{S}{N} \right)_R$

از گوسی بودن نویز در اینجا استفاده ای نکردیم.

Subject:

جلسه بیست و یکم

Year:

Month:

10

Date: 4/1

$$E\{n_i(t) n_q(t)\} = R_{nn}(\tau) \sin \pi f_c \tau - \hat{R}_{nn}(\tau) \cos \pi f_c \tau = R_{n_i n_q}(\tau)$$

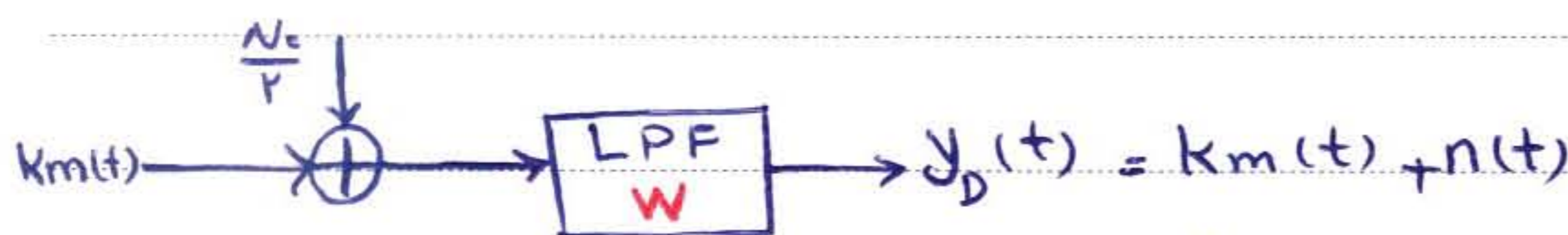
$$E\{n_i(t) n_q(t)\} = 0$$

$$\hat{R}_n(\tau) / \tau = 0 \quad \hat{R}_{nn}(\tau) = R_{nn}(\tau) * \frac{1}{\tau} \longleftrightarrow G_n(f) (-j \operatorname{sgn}(f))$$

$$\hat{R}_{nn}(0) = \int_{-\infty}^{\infty} \underbrace{G_n(f) (-j \operatorname{sgn}(f))}_{\text{فرد}} df = 0$$

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{D, DSB} = \frac{A_R^2 P_m}{N_0 W} = \frac{S_R}{N_0 W} \triangleq \gamma$$

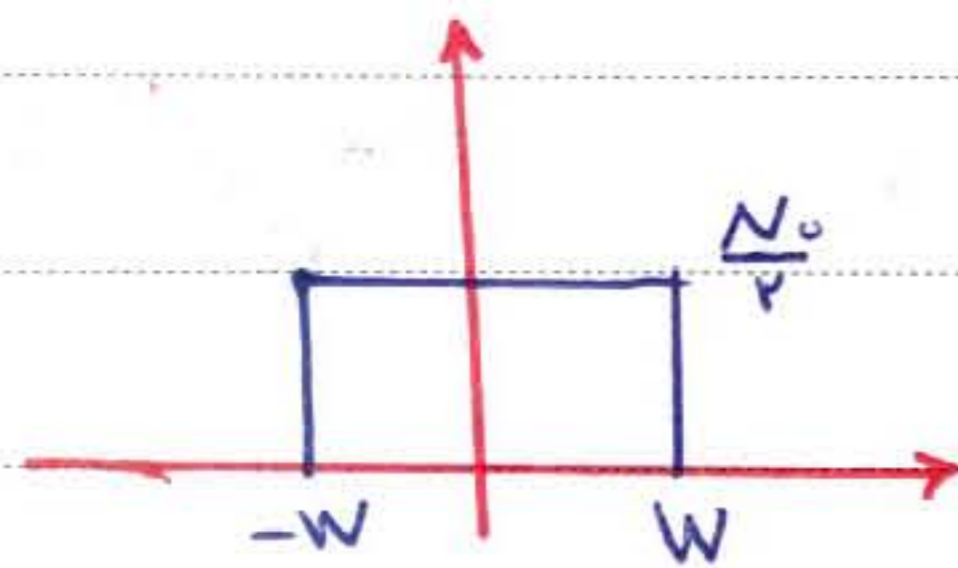
سیگنال به نویز در مختارات باند پایه



$$S_T = P_m$$

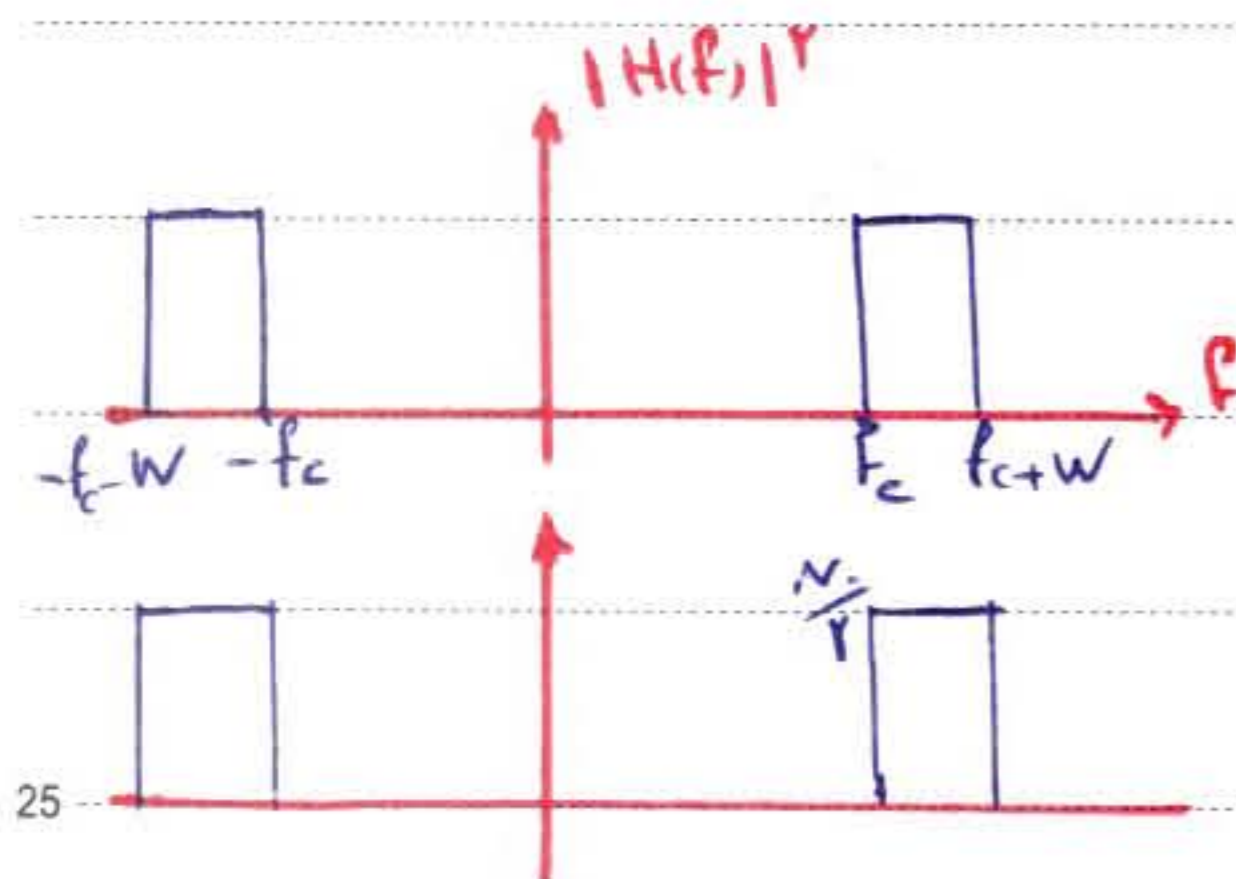
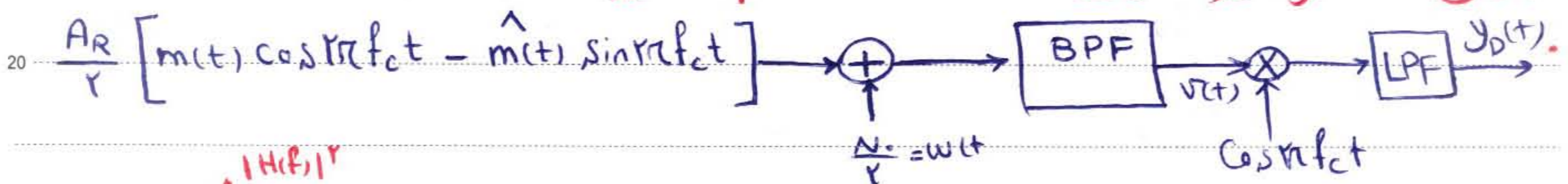
$$S_R = k^2 P_m$$

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{D, BB} = \frac{k^2 P_m}{N_0 W} = \frac{S_R}{N_0 W} = \gamma$$



$\gamma$  یعنی سیگنال به نویز مقصد گیر مدولاسیون انجام ندهیم

بررسی عملکرد مدولاسیون SSB در مختلاف مضمر AWGN



$$v(t) = \frac{A_R}{2} [m(t) \cos \pi f_c t - \hat{m}(t) \sin \pi f_c t] + n_i(t) \cos \pi f_c t - n_q(t) \sin \pi f_c t$$

$$y(t) = [A_R m(t) + n_i(t)] \cos \pi f_c t - [A_R \hat{m}(t) + n_q(t)] \sin \pi f_c t$$

$$\Rightarrow y_D(t) = \frac{1}{2} A_R m(t) + \frac{1}{2} n_i(t)$$

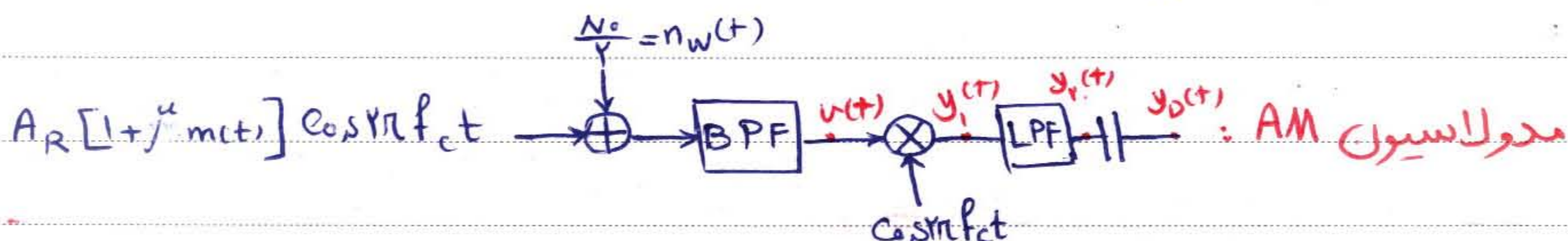
Subject:

Year. Month. Date. ( )

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{D,SSB} = \frac{\frac{1}{14} A_R^2 P_m}{\frac{1}{2} N_0 W} = \gamma$$

$$S_R = \frac{A_R^2 P_m}{2}$$

در اینجا در هر دو مدل آلودگی سیگنال با نویز همان  $\gamma$  است و علت اینست که سیگنال نویزی ضرب بشود. هم نسبتی از سیگنال و هم نسبتی از نویز را حذف می کند



$$y_1(t) = A_R [1 + \mu m(t)] \cos^2(2\pi f_c t) + n_i(t) \cos^2(2\pi f_c t) - n_q(t) \sin(2\pi f_c t) \cos(2\pi f_c t)$$

$$y_r(t) = \frac{1}{2} A_R [1 + \mu m(t)] + \frac{1}{2} n_i(t)$$

$$y_D(t) = \frac{1}{2} A_R \mu m(t) + \frac{1}{2} n_i(t)$$

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{D, \text{AM}} = \frac{A_R^2 \mu^2 P_m}{2 N_0 W} \rightarrow \left(\frac{S}{N}\right)_{D, \text{AM}} = \frac{\mu^2 P_m}{1 + \mu^2 P_m} \gamma$$

$$S_R = \frac{A_R^2}{2} (1 + \mu^2 P_m) \Rightarrow A_R^2 = \frac{2 S_R}{1 + \mu^2 P_m}$$

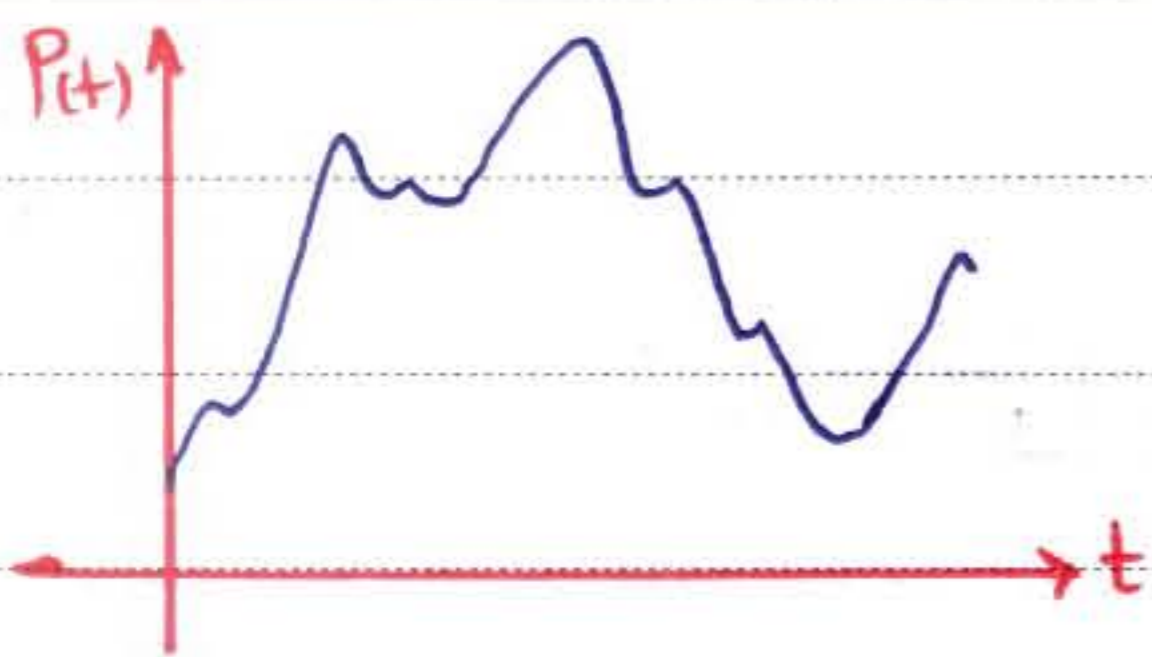
$$0 \leq a \leq 1 \Rightarrow \frac{a}{1+a} \leq \frac{1}{2}$$

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{D, \text{AM}} \leq \frac{\gamma}{2}$$

DSB	$\frac{S_R}{N_0 W}$	نویز یکسان، سیگنال یکسان، توان ارسالی یکسان، تقنین یکسان
SSB	$\frac{S_R}{N_0 W}$	سه مورد اول سیگنال با نویز فرقی نمی کند
BB	$\frac{S_R}{N_0 W}$	بنابراین هیچ اندیشه ای در زمینه ای مدولاسیون برای سیگنال با نویز نیست.
AM, سترن	$\leq \frac{1}{2} \frac{S_R}{N_0 W}$	سه مدولاسیون اول 3dB ارجحیت از لحاظ سیگنال با نویز نسبت به نویز دارند.

Subject :

Year . Month . Date . ( )



می‌خواهیم سیگنال به نوارهای را در مقصد بر حسب  $\lambda$  نوشتیم بر حسب Peak power با هم مقایسه می‌کنیم.

5 **DSB**:  $DSB(t) = A_c m(t) \cos 2\pi f_c t \Rightarrow P(t) = A_c^2 m^2(t) \cos^2 2\pi f_c t \Rightarrow P_p = A_c^2$   
 $\frac{A_c^2}{A_R^2} = 1 \Rightarrow A_R^2 = \frac{A_c^2}{1} = \frac{P_p}{1}$

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{D, DSB} = \frac{A_c^2 P_m}{2 L N_0 W} = \frac{P_p P_m}{2 L N_0 W}$$

10 **AM**:  $AM(t) = A_c (1 + \mu m(t)) \cos 2\pi f_c t \Rightarrow P(t) = A_c^2 (1 + \mu m(t))^2 \cos^2 2\pi f_c t \Rightarrow P_p = A_c^2$   
 $\Rightarrow A_c^2 = \frac{P_p}{1}$   
 $\Rightarrow A_R^2 = \frac{P_p}{1}$   
 $\left(\frac{S}{N}\right)_{D, AM} = \frac{\mu^2 P_p P_m}{8 L N_0 W}$

15 با این  $P_p$  های یکسان (ناتوان‌های متوسط ارسالی یکسان یا بول انرژی یکسان)، کانال یکسان، نوار یکسان سیگنال یکسان DSB با مقدار 9 dB مزیت نسبت به AM سنترون دارد.

**SSB**:  $\frac{A_c}{2} [m(t) \cos 2\pi f_c t - \hat{m}(t) \sin 2\pi f_c t]$

SSB، 13 dB، ارجحیت سیگنال با نوار نسبت به DSB دارد.

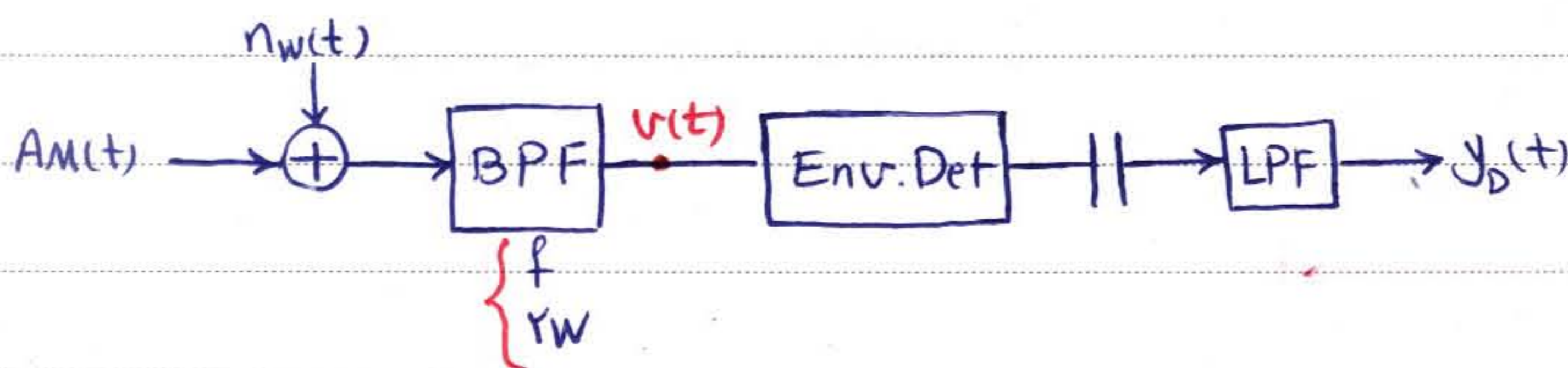
SSB، 9 dB، ارجحیت سیگنال با نوار نسبت به AM سنترون دارد.

20 تاکنون نوار جمع شونده داشتیم. حال می‌خواهیم مدولاسیون AM بوش را بررسی کنیم و خواهیم دید اگر سیگنال نسبت به نوار کم باشد باعث می‌شود نوار ضربه شوند. البته جاسیم که باعث می‌شود طبیعت سیگنال عوض شود.

25

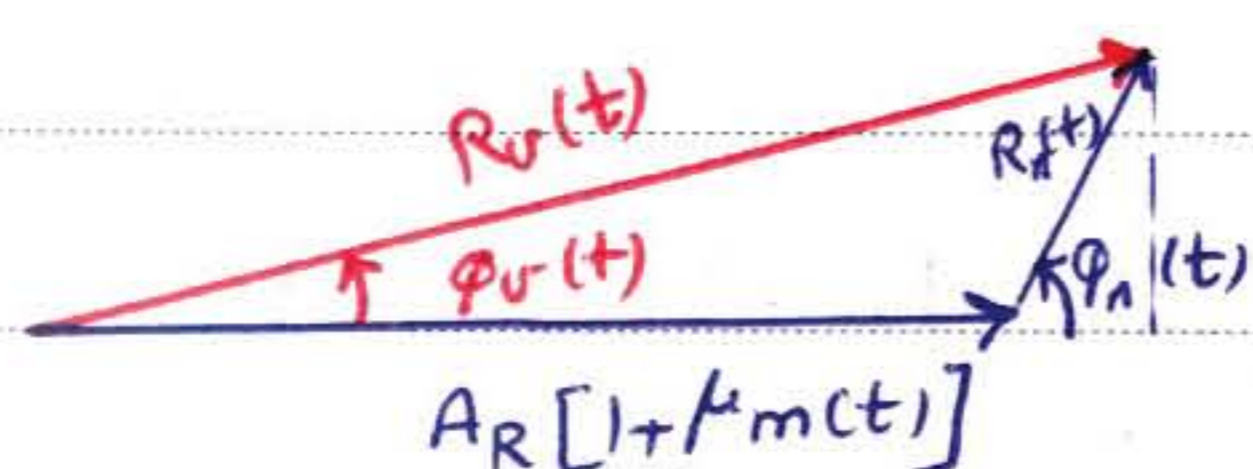
Subject:

Year. Month. Date. ( )



$$v(t) = A_R [1 + \mu_m(t)] \cos 2\pi f_c t + R_n(t) \cos(2\pi f_c t + \phi_n(t)) = R_v(t) \cos[2\pi f_c t + \phi_v(t)]$$

آنتن ساز پوش و سیله ای است که اگر  $[2\pi f_c t + \phi_n(t)]$  به آن برسد  $R_n(t)$  را با  $R_v(t)$  به هم برده  
برای رسیدن به شکل فوق نویز را به صورت قطعی تفکیک کنیم



$$R_v(t) = \sqrt{[A_R(1 + \mu_m(t)) + n_i(t)]^2 + n_q^2(t)}$$

1)  $\left(\frac{S}{N}\right)_R \gg 1$   $P\{A_R \gg R_n\} \approx 1$

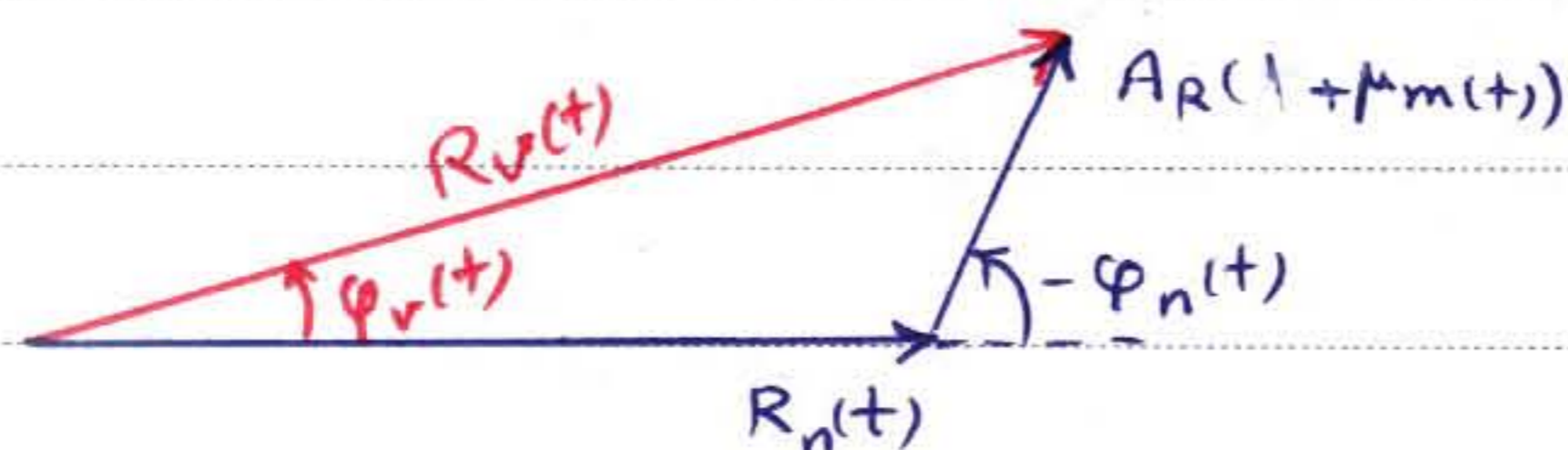
$\xrightarrow{\propto A_R}$   $\xrightarrow{\propto R_n}$

$$R_v(t) \approx A_R [1 + \mu_m(t)] + n_i(t)$$

$$\Rightarrow y_D(t) = \mu A_R m(t) + n_i(t) \Rightarrow \left(\frac{S}{N}\right)_{AM} = \frac{\mu^2 A_R^2 P_m}{2 N_0 W}$$

AM پوش را  $\gg 1$  (بزرگ)

برای سادگی این بار نویز را که دامنه بیشتری دارد مبدأ فاز را نظری بگیریم.



$$R_v(t) = \underbrace{R_n(t)}_{\text{نویز}} + \underbrace{A_R [1 + \mu_m(t)] \cos \phi_n(t)}_{\text{نویز رسدگینال در هم ضرب شده اند}}$$

در مدولاسیون های قبلی هر چه سیگنال را نویز را کم می کردیم آنگاه با هم نویز جمع شوند و خواهد بود.

Subject:

Year.      Month.      Date.      ( )

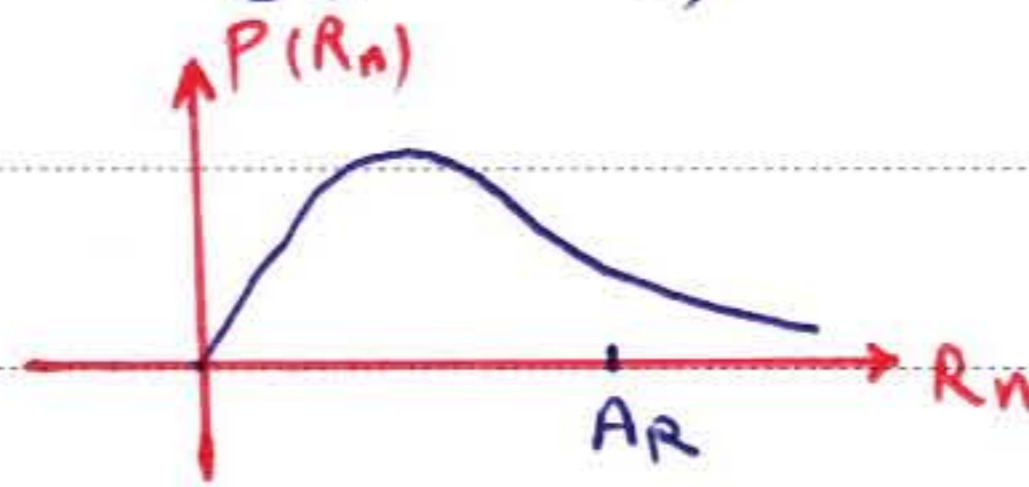
$$P\{R_n > A_R\} \leq 0.01$$

نیاز به دانش PDF  $R_n$  داریم:

$$R_n^2(t) = n_i^2(t) + n_q^2(t) \rightarrow$$

$$R_n \Rightarrow P(R_n) = \frac{R_n}{2N_0W} e^{-\frac{R_n^2}{2N_0W}}$$

$n_q, n_i$    
 مستقل   
 همبسته   
 $\sigma$  برابر   
 گاوسی

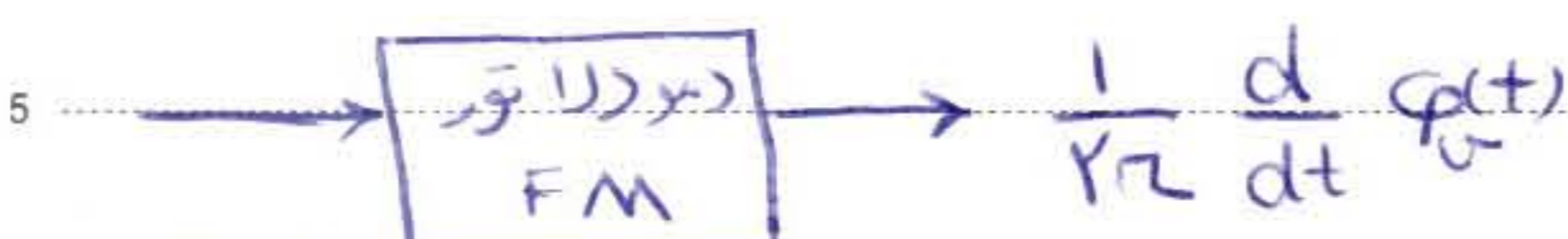
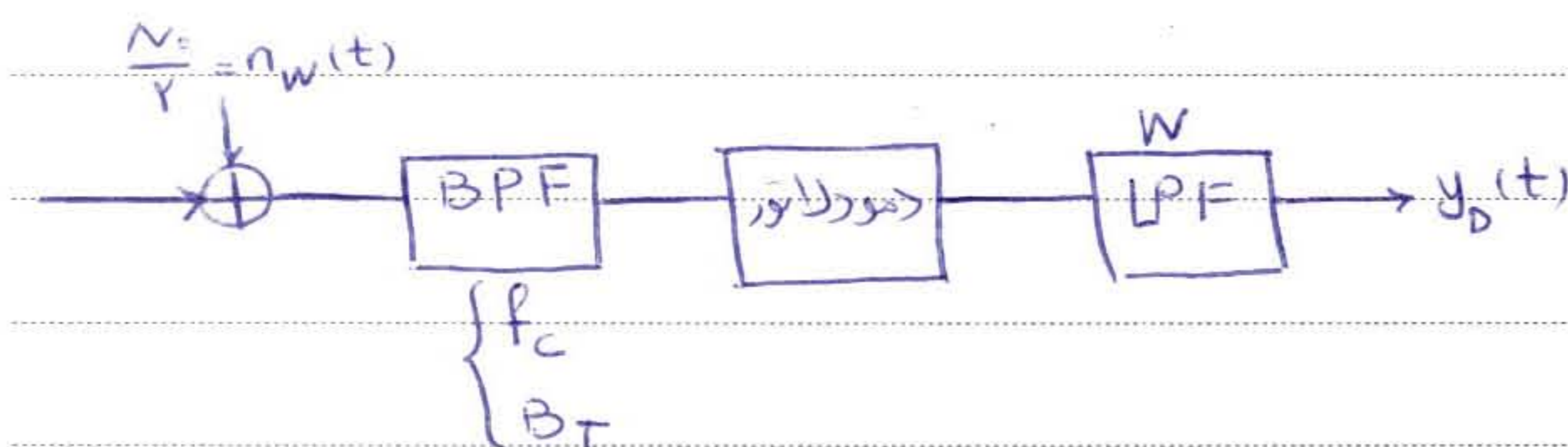


$$P\{R_n > A_R\} \leq 0.01 \Rightarrow \int_{A_R}^{\infty} P(R_n) dR_n \leq 0.01 \Rightarrow e^{-\frac{A_R^2}{2N_0W}} \leq 0.01$$

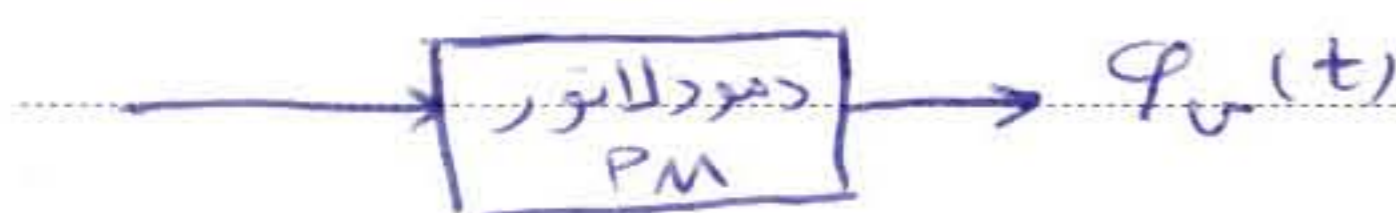
$$\Rightarrow \frac{A_R^2}{2N_0W} \geq 10 \Rightarrow \left(\frac{S}{N}\right)_R \geq 10 \Rightarrow \left(\frac{S}{N}\right)_{th} = 10$$

Subject: حل مسأله

Year: 10 Month: 10 Date: V

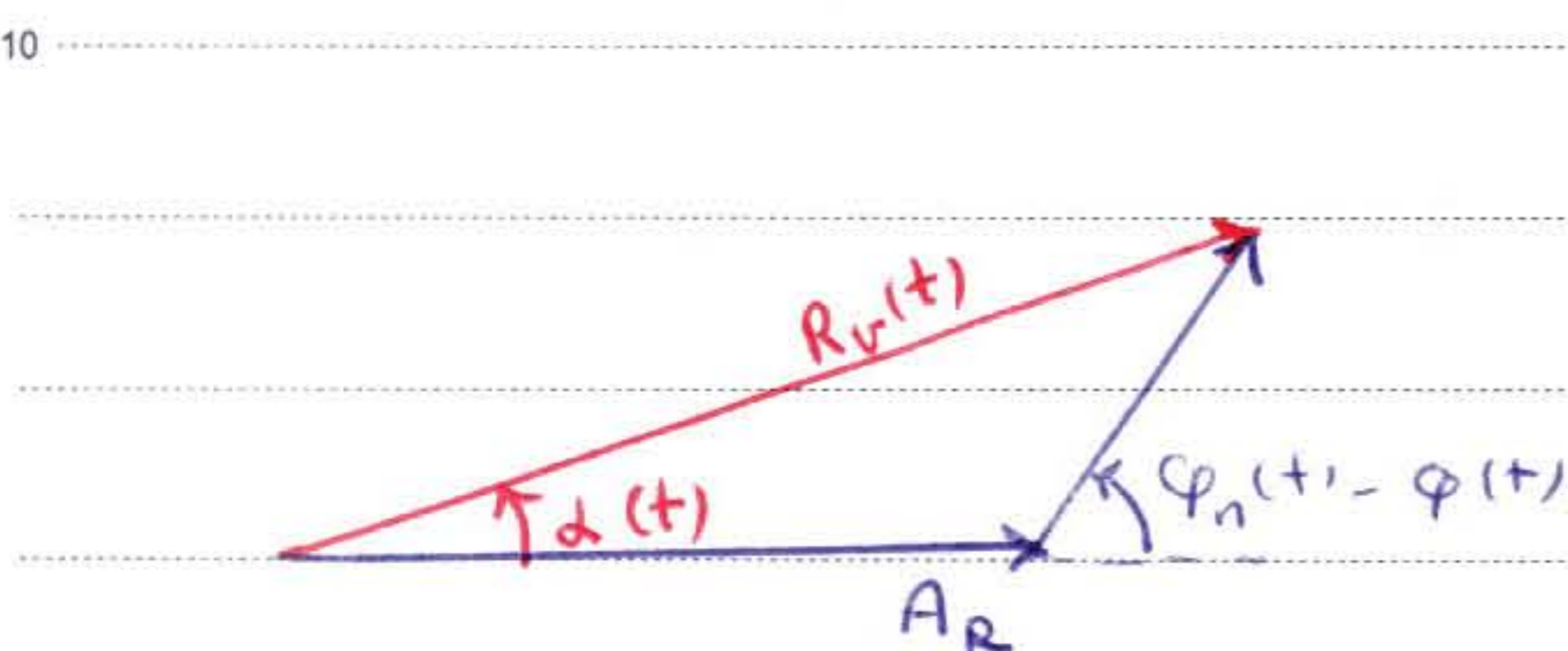


$$R_n(t) \cos[2\pi f_c t + \phi_n(t)]$$



$$2\pi f_c t + \phi(t) + \phi_n(t) - \phi(t)$$

$$v(t) = A_R \cos[2\pi f_c t + \phi(t)] + R_n(t) \cos[2\pi f_c t + \phi_n(t)] = R_n(t) \cos[2\pi f_c t + \phi(t)]$$



در اینجا زاویه  $\alpha(t)$  نامعلوم است.

$$\alpha(t) = \arctan \frac{R_n(t) \sin[\phi_n(t) - \phi(t)]}{A_R + R_n(t) \cos[\phi_n(t) - \phi(t)]}$$

در ذات آشنایی FM یک آشنایی یونس است، همانطور که دیدیم هر آشنایی یونس یک مقدار آشنایی برای بسط دینار دارد و بنابراین ما در آشنایی FM هر یک مقدار آشنایی داریم، برای رعایت آن باید شرط  $A_R \gg R_n$  را داشته باشیم.

$$\Rightarrow \alpha(t) = \arctan \frac{R_n(t) \sin[\phi_n(t) - \phi(t)]}{A_R} \approx \frac{R_n(t) \sin[\phi_n(t) - \phi(t)]}{A_R}$$

$$\Rightarrow \alpha(t) = \frac{1}{A_R} R_n(t) \sin[\phi_n(t) - \phi(t)]$$

حال می‌خواهیم چگایی طیف توان  $\alpha(t)$  را حساب کنیم.

$\phi(t)$  از باند پهن است،  $\phi_n(t)$  فرکانس پس تغییرات  $\phi(t)$  نسبت به  $\phi_n(t)$  است پس  $\phi(t) \approx \phi_n(t)$  را در مثال

$\phi(t) \approx \phi$  عددی ثابت در نظر می‌گیریم پس  $\phi_n(t) \approx \phi$

Subject:

Year. Month. Date. ( )

$$\alpha(t) = \frac{1}{A_R} [R_n(t) \sin \varphi_n(t) \cos \varphi - R_n(t) \cos \varphi_n(t) \sin \varphi(t)]$$

$$\Rightarrow \alpha(t) = \frac{1}{A_R} [n_q(t) \cos \varphi - n_i(t) \sin \varphi]$$

$$\Rightarrow \alpha(t) = \frac{\cos \varphi}{A_R} n_q(t) - \frac{\sin \varphi}{A_R} n_i(t)$$

اثبات تردیم  $n_q(t)$ ،  $n_i(t)$  مستقل هستند و در نتیجه  $G_\alpha(f)$  برابر مجموع کربالی های ضیف توان است.

$$G_\alpha(f) = \frac{\cos^2 \varphi}{A_R^2} G_q(f) + \frac{\sin^2 \varphi}{A_R^2} G_q(f) \Rightarrow G_\alpha(f) = \frac{1}{A_R^2} G_q(f)$$

فرض ها اولاً بالاتر از آستانه کاری کنیم  $(\frac{S}{N})_R \gg 1$  ثانیاً می توان از  $\varphi(t)$  را در مقابل  $\varphi_n(t)$  ثابت فرض کرد.

حال می خواهیم وارد نوع مدولاسیون بشویم.

$$S_R = \frac{A_R^2}{r} \Rightarrow A_R^2 = r S_R$$

$$\Rightarrow G_\alpha(f) = \frac{1}{r S_R} G_q(f)$$

در قسمت های قبل توان نویزه توان سیگنال بسکتی برداشت امار اینها این ارتباط وجود دارد.

PM:

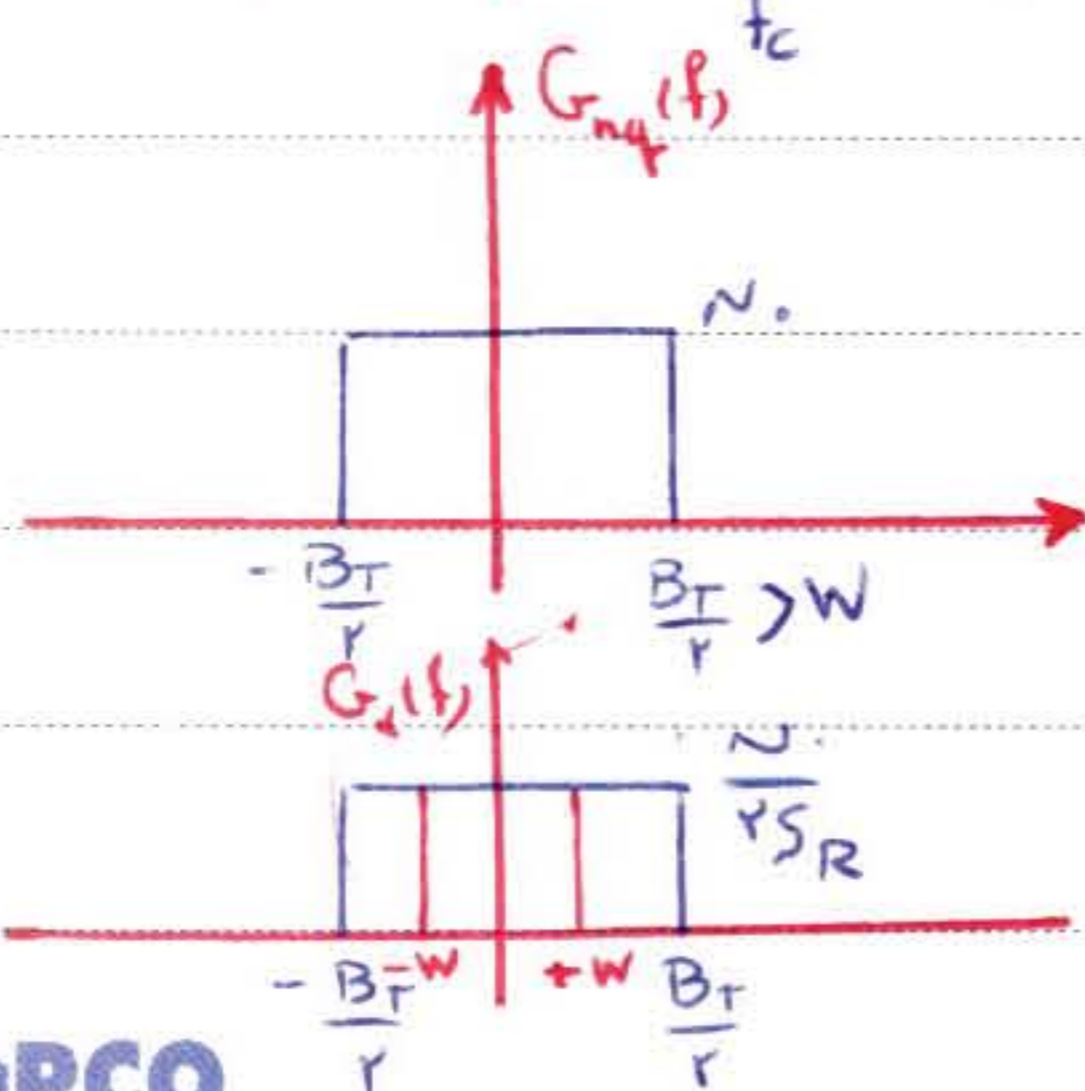
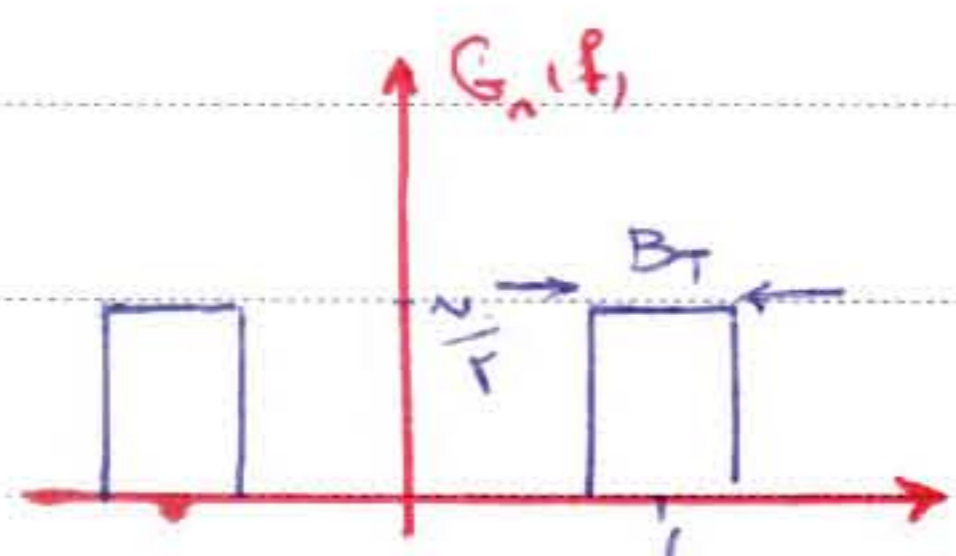
$$\varphi(t) = \varphi_m(t)$$

$$y(t) = \varphi_v(t)$$

$$y(t) = \varphi_m(t) + \alpha(t)$$

چون سیگنال نویز نا همبسته هستند پس می توان آنها را از مجموع کربالی توان ساخت.

بریزند از عبور از LPF



$$y_D(t) = \varphi_m(t) + \beta(t)$$

$$N_D = \frac{N \cdot W}{S_R} = \frac{1}{\delta} \Rightarrow \left(\frac{S}{N}\right)_{D, PM} = \varphi_m^2 \delta$$

$$S_D = \varphi_m^2 P_m$$

$$P_m = 1 \Rightarrow \left(\frac{S}{N}\right)_{D, PM} = \varphi_m^2 \delta$$

برای این تغییر سیگنال به نویز در این حالت  $\varphi_m^2$  است.

توان سیگنال علاوه بر تقویت خوراک نویز را نیز ضیف می کند.

Subject:

Year. Month. Date. ( )

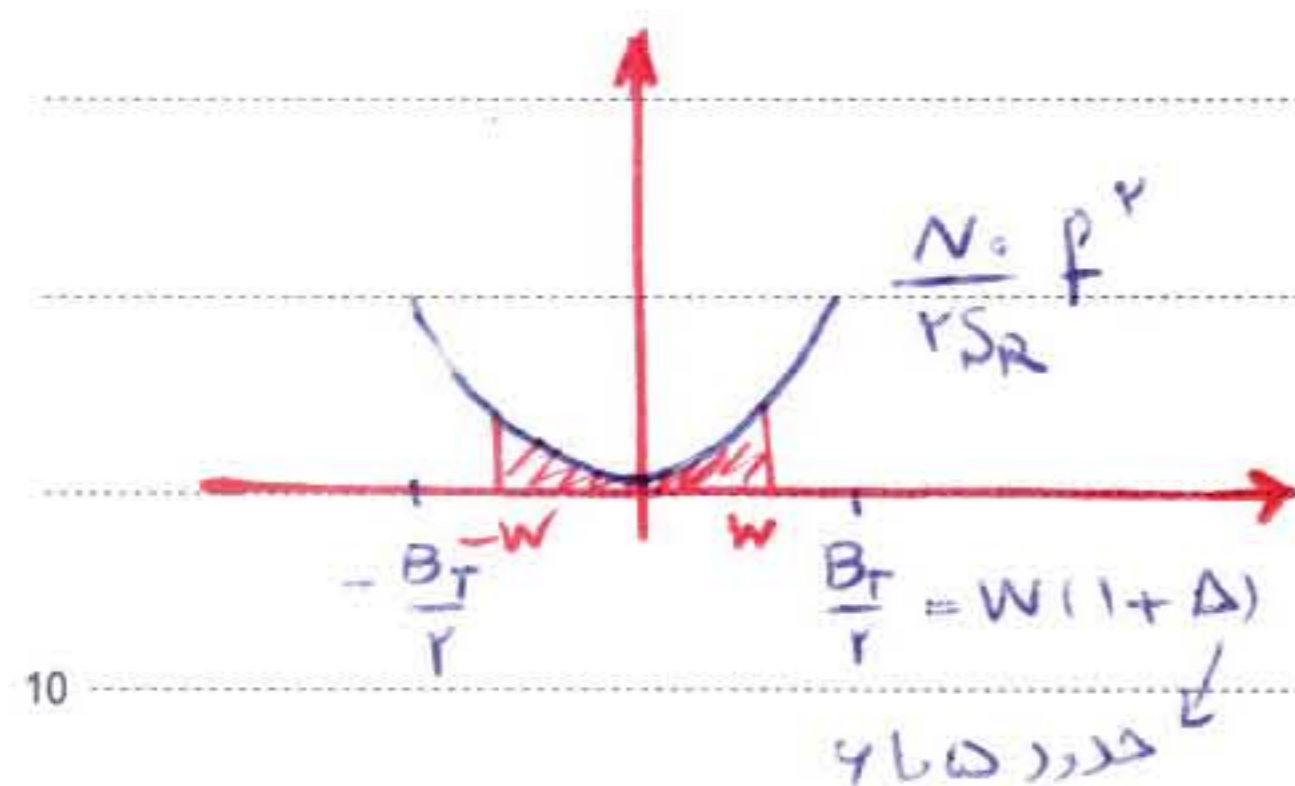
FM:  $\varphi(t) = 2\pi f_\Delta \int^t m(\lambda) d\lambda$

$$\left. \begin{aligned} y(t) &= \frac{1}{r_r} \frac{d}{dt} (\varphi_v(t)) \\ \varphi_v(t) &= \varphi(t) + \alpha(t) \end{aligned} \right\} \Rightarrow y(t) = f_\Delta m(t) + \frac{1}{r_r} \frac{d}{dt} (\alpha(t))$$

برای تبدیل فرکانس به دامنه زمان

$$\frac{1}{f_r r_r} (f_r r_r f_r) G_\alpha(f) = \frac{f_r}{r_r S_R} G_\alpha(f)$$

(جوابی می توان بود در خروجی دمودلاتور FM)



اگر اندکی بازوی فیلتر LPF زیاد شود مقدار نویز بیشتری در این حالت عبور می کند حال اینکه در حالت قبل اینگونه نبود.

$$N_D = \int_{-W}^{+W} \frac{N_0}{r_r S_R} f^2 df = \frac{N_0}{S_R} \frac{W^3}{3} = \frac{W^3}{3\delta} \Rightarrow \left(\frac{S}{N}\right)_D = \frac{f_\Delta^2 P_m \gamma}{W^3} = 3\beta^2 P_m \gamma$$

$$S_D = f_\Delta^2 P_m$$

فرض ها اولاً از بیشترین نویز  $\left(\frac{S}{N}\right)_R$  از آستانه مطمئن باشیم.

$$\beta_T = 2W(1 + \beta)$$

در اینجا بسدنیال به نویز با توان دوم بهای باند زیاد می شود.

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{FM} = 3\beta^2 P_m \frac{S_R}{N_0 W}$$

برای یک نویز معین و پیام معین (دسته مادریست) ما می توانیم با تغییر  $\beta$  در بسدنیال نویز را بهبود بخشیم. هرچه  $\beta$  را زیاد کنیم بسدنیال به نویز بهتری می گیریم. اگر بهای باند را خیلی زیاد کنیم آنگاه نویز بیشتری به ورودی دمودلاتور می رسد. این یعنی بسدنیال به نویز با حد آستانه پایین نزدیک می شود و دیگر روابط فوق برقرار نخواهند بود.

Subject :

Year . Month . Date . ( )

$$\frac{S_R}{N_R} \gg 10$$

$$N_R = N_0 B_T = 2N_0 W (1 + \beta)$$

$$\therefore \frac{S_R}{N_R} = \left( \frac{S_R}{2N_0 W (1 + \beta)} \right) \gg 10 \Rightarrow \frac{S_R}{N_0 W} \gg 20(1 + \beta) \Rightarrow \gamma_{th} = 20(1 + \beta)$$

$$\Rightarrow \left( \frac{S}{N} \right)_D \gg 40 \beta^2 (1 + \beta) P_m$$

با حداقل توان ممکن ارسالی  $\left( \frac{S}{N} \right)_D = 50^{dB}$  را بدست آورده

نامگذاری فوق را لاگاریتمی تبدیل شده و تبدیل با بونیز در سر دمردلاتور دقیقاً ۱۰ خواهد بود

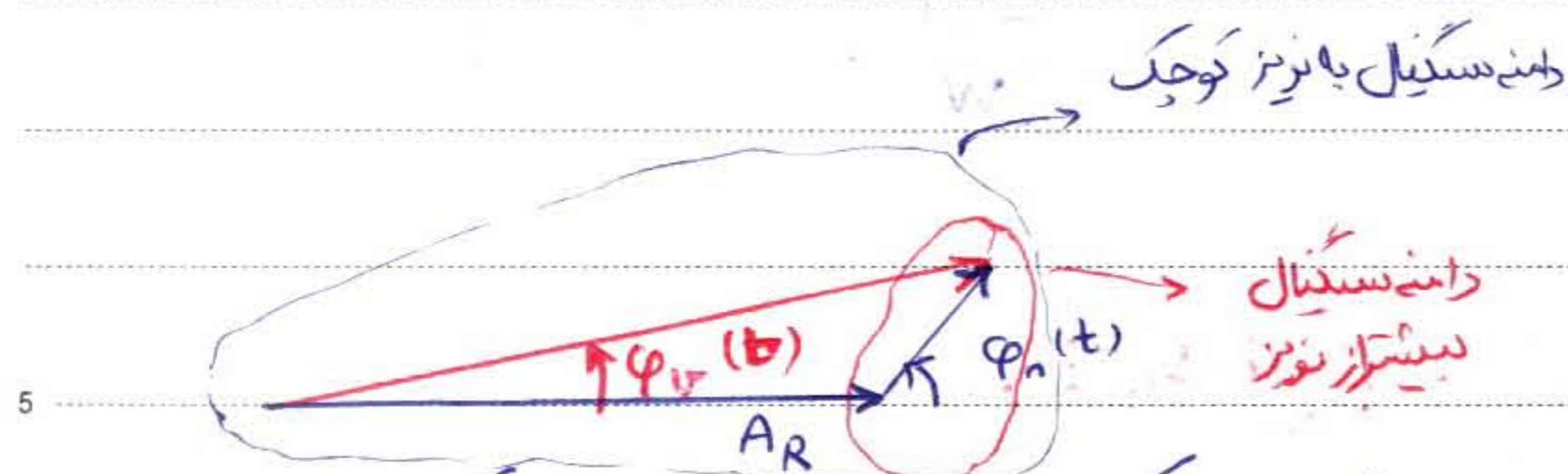
$$\Rightarrow 2W(1 + \beta) = 220 \text{ kHz}$$

$\beta$  بدست می آید، از روی آن حساب می کنیم

و بهای در دسترس  $180 \text{ kHz}$  است از روی  $18 \text{ kHz}$   $\beta'$  بدست آورده و بقیه مساله را با آن حل می کنیم.

Subject: حکیم دبست و نسوم  
 Year: Month: 10 Date: 8

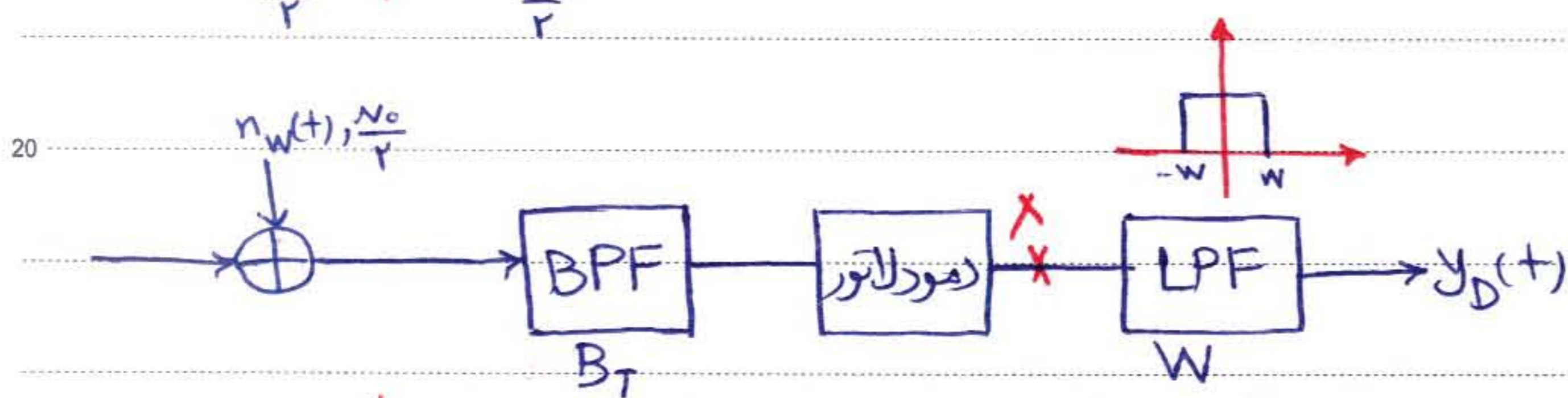
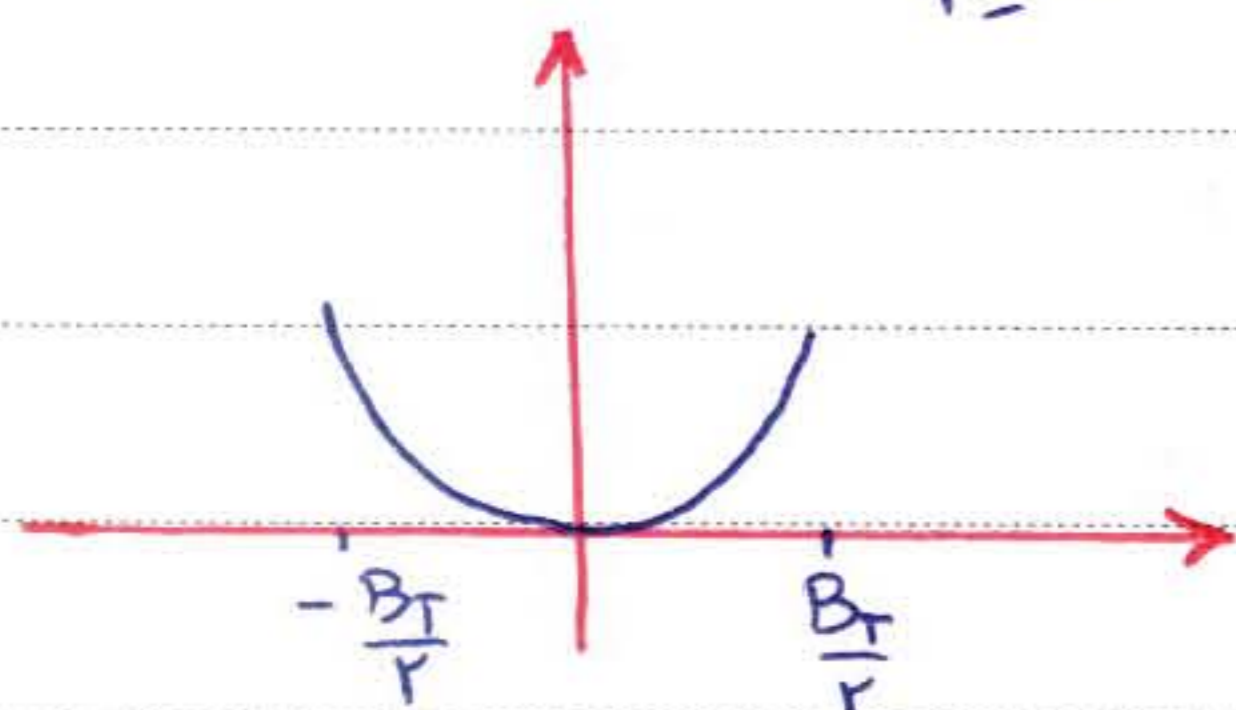
$$\text{دستگاه سیگنال} \Rightarrow A_R \cos(2\pi f_c t) + R_n(t) \cos(2\pi f_c t + \varphi_n(t)) = v(t)$$



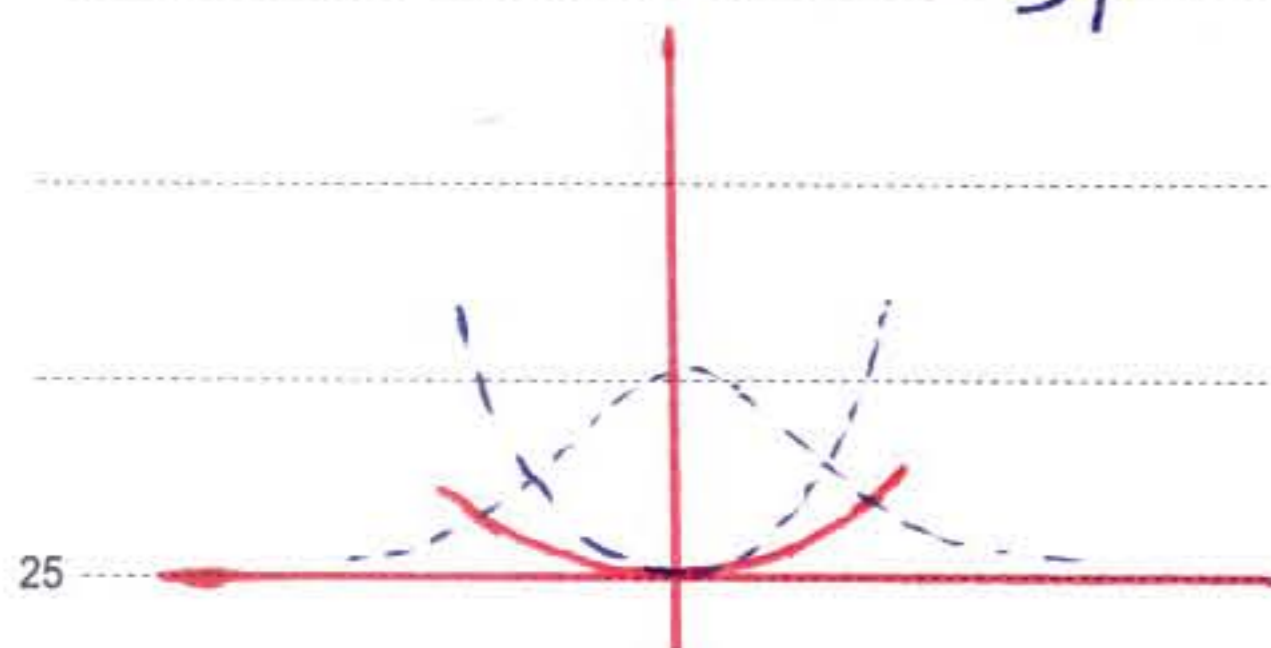
بردار مربوط به نویز در هر لحظه هم زاویه هم اندازه اش تغییر می کند بنابراین هر جا این دو تغییر کنند می توانیم ناحیه ای را بکشیم که  $\varphi_n(t)$  در آن تغییر می کند. حال اگر  $R_n(t)$  کوچک باشد این ناحیه کوچک است. تغییرات  $\varphi_n(t)$  نمی تواند زیاد شود اما اگر دامنه فرکانس سیگنال زیاد تر شود آنگاه ناحیه بزرگ تر شده و امکان دارد با تغییر اندک زمان  $\varphi_n(t)$  زیاد تغییر می کند و امکان دارد در بعضی مواقع ضرباهای را نیز ایجاد کند که مطلوب نمی باشد.

نویز FM متناسب با عکس توان سیگنال است. در این روش یک موج هسته سیگنال را می خواهیم با موج دیگر بر روی یک موج FM متناسب با عکس توان سیگنال است. در این روش یک موج هسته سیگنال را می خواهیم با موج دیگر بر روی یک موج FM متناسب با عکس توان سیگنال است. در این روش یک موج هسته سیگنال را می خواهیم با موج دیگر بر روی یک موج FM متناسب با عکس توان سیگنال است.

همانطور که دیدیم در یکای طیف توان نویز در خروجی دموولاتور FM داریم. هر چه فرکانس کار بالا رود انرژی نویز عبوری زیاد می شود.



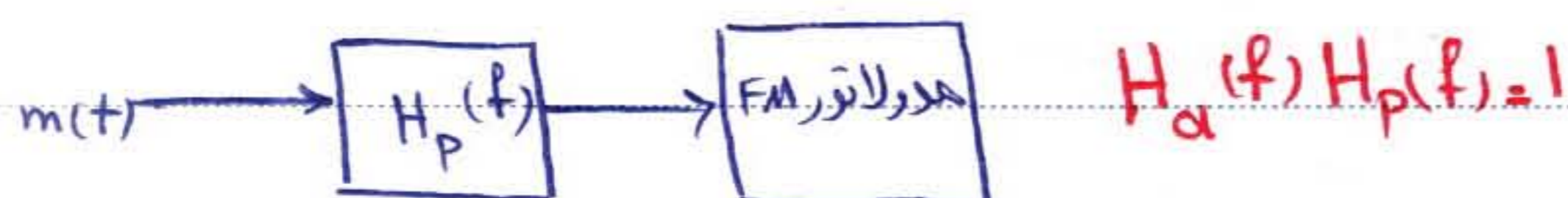
اگر در سطح  $X$  یک فیلتر RC ساده قرار دهیم آنگاه داریم اما این فیلتر سیگنال را نیز ضعیف می کند.



برای رفع این مشکل در فرکانس های بالا پیام تقویت می شوند و بنابراین با فیلتر RC این پیام ها حالت عادی خود را بازیگر در نویز ضعیف می شود به این عمل در فرستنده تأکید کرد و در گیرنده تأکید کرد که سیگنال را بگیرد. مثال های کتاب کار لاسون را حل کنید.

Subject :

Year . Month . Date . ( )



5

تأخیرهای در مورد سیگنال یعنی کنیم همین خود را بر تأخیر می بینیم

$$(N_D)_{\text{بناشد}} = \int_{-W}^W \frac{N_0 f^2}{2 S_R} |H_d(f)|^2 df \ll (N_D)_{\text{بدون تأخیر}}$$

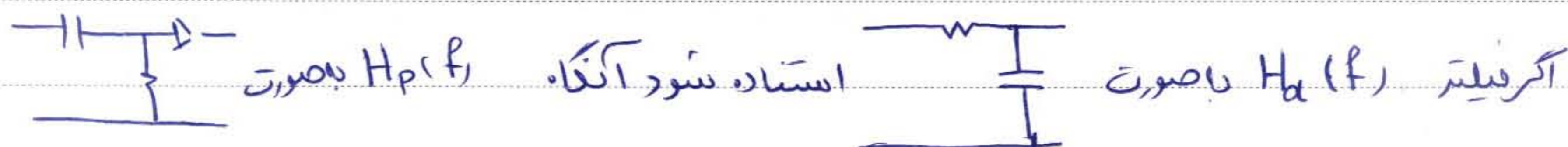
10

$$(S_D)_{\text{بناشد}} = (S_D)_{\text{بدون تأخیر}}$$

$$\frac{(S/N)_D_{\text{بناشد}}}{(S/N)_D_{\text{بدون تأخیر}}} = \frac{(N_D)_{\text{بدون تأخیر}}}{(N_D)_{\text{بناشد}}} \gg 1$$

پس در آن مدولاسیون FM هم تأخیر کرد و تأخیر کرد و تأخیر کرد و هم آستانه رعایت شده است

15



خواهد بود

20

در مدولاسیون خطی با افزایش دامنه عرض باند تغییر نمی کرد ولی در مدولاسیون غیر خطی با افزایش دامنه عرض باند زیادی شود، پس با افزایش دامنه مسکنال فرکانس های بالا تقویت می شوند

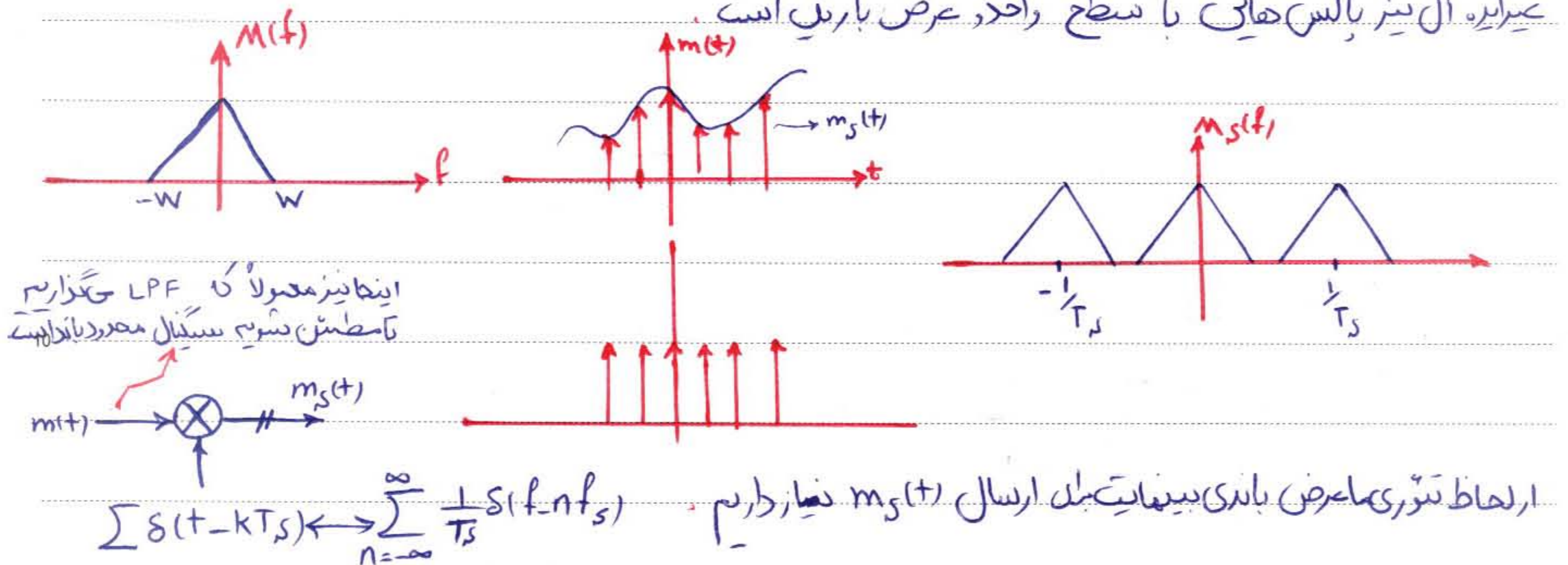
25

Subject :

Year . Month . Date . ( )

اساس ذخیره دیتال تقریباً نمونه برداری است. یعنی به جای یک سیگنال نمونه هایی از آن را ارسال می کنیم.

لازمه بحث band limited بودن سیگنال است. فرض کنیم  $m(t)$  سیگنالی با باند محدود با عرض باند  $W$  باشد. سیگنال  $m(t)$  را وارد نمونه گیری کنیم. نمونه گیری این عمل ضرب در قطعه ضربیه بود. و نمونه گیری غیرایده آل نیز بالاس های با سطح واحد عرض باند یک است.



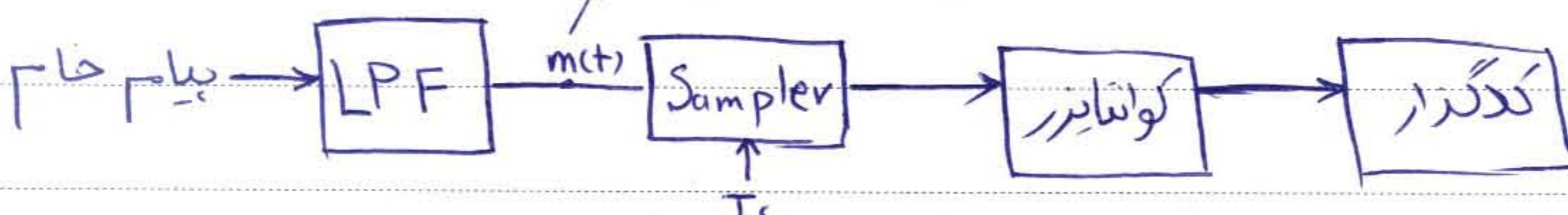
نرخ نمونه برداری ناکوئیست

$$\Rightarrow f_s \geq 2W$$

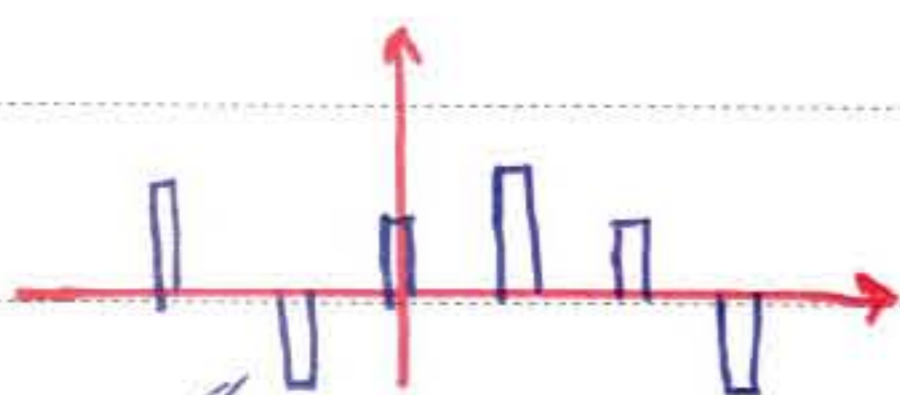
معرفی سیستم PCM: Pulse Code Modulation

یک ATD در بخش فرستنده و یک DTA در بخش گیرنده داریم.

پیام محدود باند با عرض باند  $W$  هرگز



در نمونه گیری غیرایده آل نیز به جای ضربیه بالاس های باریک را داریم و فقط در  $m_s(f)$  سطح  $m(f)$  های نسبت یافته متفاوت است.



PCM در باینری عددی مثل  $Q$  انتخاب کرده بازه  $[1, -1]$  را به  $Q$  قسمت تقسیم کرده و مقادیر خردی نمونه گیری را به نزدیکترین مقدارش گرد می کنیم. به این عمل که توسط کوانتایزر انجام می شود کوانتیزه کردن می گوئیم. اگر مثلاً ۸ تنوع داشته باشیم آنگاه با سه بیت باینری می توانیم این مقادیر را با دقت کامل مشخص کنیم. کدگذار رشته ای  $(q = 2^k)$   $k$  تایی را مشخص کرده و ارسال می کند که  $k$  تایی اول مشخص کننده اولین نمونه بود. در  $k$  تایی دوم مشخص کننده دومین نمونه را به همین ترتیب می باشد.

Subject:

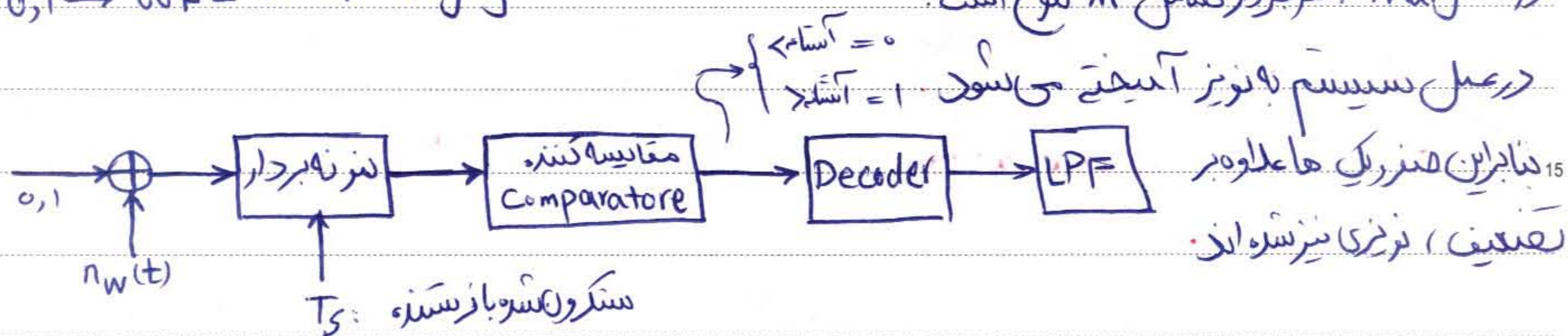
Year. Month. Date. ( )

بنابراین ATD عبارتست از یک نمونه بردار، کوآنتایزر و نگذاشته. چون هر نمونه با یک رشته‌ای فرستاده شد که در آن دو تنوع است با آن binary PCM گفته می‌شود. در Mary PCM، رابطی  $q = M^k$  خواهیم داشت. پس سیگنال آنالوگ وارد شد و در خروجی یک رشته‌ای صفر یک خارج شد. هر چه عرض بانوی پیام بیشتر شود، سیگنال دیجیتال که از خروجی ATD می‌آید فرکانس بیشتری از لحاظ نمونه برداری دارد.

در سست گیرنده آنچشم است. Timing است که این تصحیه با کلاک سنکرون شده در فرستنده و گیرنده حل می‌شود.



$0,1 \rightarrow \text{OOK} = \text{on off keying}$

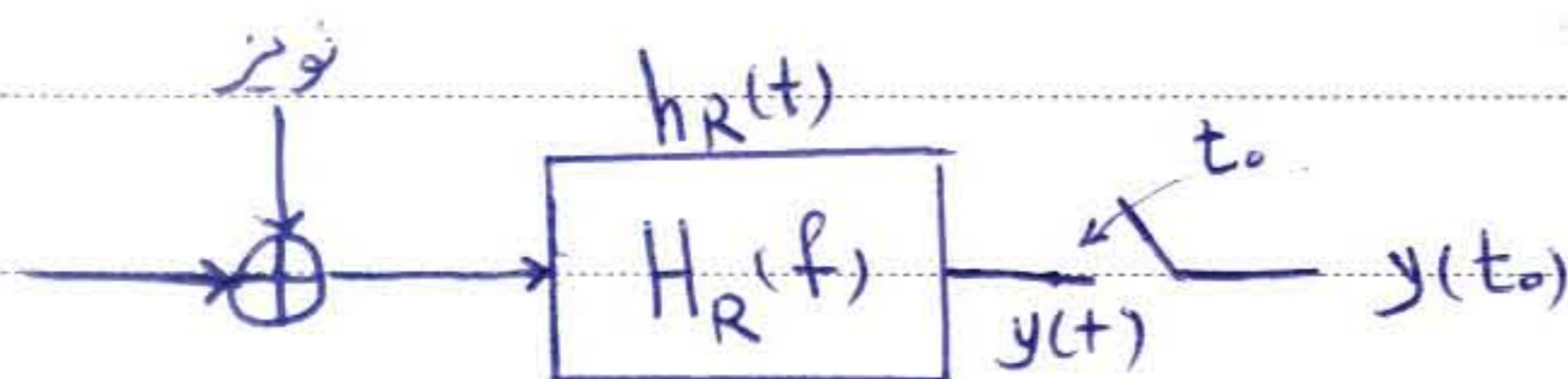


بهترین سطح آستانه ۰.۵ است با فرض احتمال صفر یک بودن برابر باشد و تأثیر نویز از نوع AWGN باشد. در اینجا خطا داریم. زیرا امکان دارد

گیرنده‌ای بهینه گیرنده‌ای است که بهترین آستانه را داشته باشد یعنی آستانه طوری انتخاب شد که کمترین خطا را داریم.

حال می‌خواهیم در خروجی جمع نشود. LPF نگذاریم که مقادیر را در جاهایی که نمونه برداری می‌کنیم سیگنال را بدون تغییر عبور داده و نویز را کم کند. نیاز داریم به این فیلتر در جاهایی که نمونه برداری می‌کنیم. مهم نیست که مقادیر در محل‌هایی که می‌خواهیم نمونه برداری تغییر نکنند. به این فیلترها، فیلترهای تطبیقی می‌گویند.

Subject: حسابیست و چهارم  
 Year:            Month: ۱۰ Date: ۱۳ ( )



قرار است از فرقی جمع کنند. سیگنال و نویز نمونه بگیریم. مهم اینست که اگر دگر نویز به نویز کم باشد. برای این منظور فیلتر تطبیقی استفاده می‌کنیم.

## Match Filter

## فیلتر تطبیقی (سازگار)

فرض کنیم پالس  $S(t)$  رسیده و به نویز  $n(t)$  آلوده شده است. می‌خواهیم فیلتر تطبیقی را به گونه‌ای طراحی کنیم که  $y(t) = S(t) + n(t)$  مقدار  $\frac{|S(t_0)|^2}{E\{n_0^2(t_0)\}}$

$$SNR = \frac{|S(t_0)|^2}{E\{n_0^2(t_0)\}}$$

ماکسیم شود.

بنابراین در اینجا هم اینست که اگر دگر نویز در نمونه هاکم باشد.

$$S_0(t) \xrightarrow{F} S_0(f) = S(f) H_R(f)$$

$$\Rightarrow S_0(t) = \int_{-\infty}^{\infty} S(f) H_R(f) e^{j2\pi f t} df \Rightarrow S_0(t_0) = \int_{-\infty}^{\infty} S(f) H_R(f) e^{j2\pi f t_0} df$$

$$E\{n_0^2(t_0)\} = \int_{-\infty}^{\infty} G_n(f) |H_R(f)|^2 df$$

$$SNR = \frac{\left| \int_{-\infty}^{\infty} S(f) H_R(f) e^{j2\pi f t_0} df \right|^2}{\int_{-\infty}^{\infty} G_n(f) |H_R(f)|^2 df}$$

$S(f)$ ,  $t_0$  و  $G_n(f)$  معلومند حال می‌خواهیم  $H_R(f)$  را بگونه‌ای انتخاب کنیم که SNR ماکسیم شود.

$$\frac{\left| \int_{-\infty}^{\infty} v(f) w^*(f) df \right|^2}{\int_{-\infty}^{\infty} |v(f)|^2 df} \leq \int_{-\infty}^{\infty} |w(f)|^2 df$$

طبق نامساوی شوارتز داریم:

$$V = KW$$

با برابری وقتی به تساوی تبدیل می‌شویم که  $V$  ضریب اسکالار  $W$  باشد.

Subject:

Year. Month. Date. ( )

$$V(f) = H_R(f) G_n^{1/2}(f)$$

$$W(f) = \frac{S^*(f) e^{-j2\pi f t}}{G_n^{1/2}(f)}$$

بنابراین حداکثر سیگنال به نویز را می‌توانستیم به این صورت بدست آوریم.

$$\Rightarrow H_R(f) G_n^{1/2}(f) = k \frac{S^*(f) e^{-j2\pi f t}}{G_n^{1/2}(f)} \Rightarrow H_R(f) = k \frac{S^*(f) e^{-j2\pi f t}}{G_n(f)}$$

این فرکانس را ۲۰-۳۰ dB سیگنال به نویز را افزایش می‌دهد.

در هر فرکانسی که  $G_n(f)$  زیاد است در آنجا  $H_R$  کم است و برعکس پس  $H_R$  به نفع سیگنال و به ضرر نویز کاری کند.

حال می‌خواهیم سیگنال به نویز ماکسیمم را بدست آوریم.

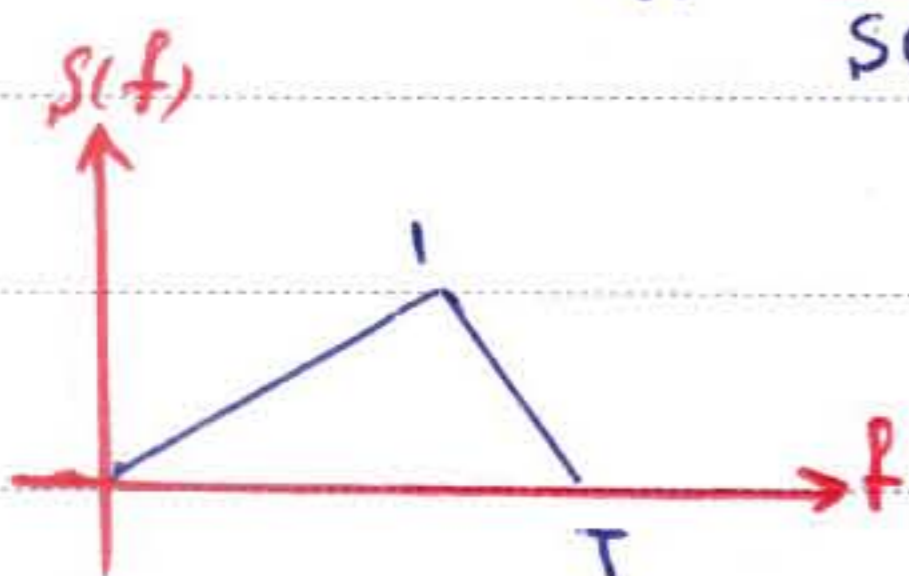
$$(SNR)_{MAX} = \int_{-\infty}^{\infty} |W(f)|^2 df = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|S(f)|^2}{G_n(f)} df$$

$k$  در سیگنال به نویز تأثیری ندارد.

فیلتر سازگار در حضور AWGN:

$$G_n(f) = \frac{N_0}{2} \Rightarrow H_R(f) = \frac{\sqrt{2}k}{N_0} S^*(f) e^{-j2\pi f t}$$

$$\therefore h_R(t) = \frac{\sqrt{2}k}{N_0} \underbrace{S(t_0 - t)}_{S(-t) \rightarrow t \rightarrow t-t}$$

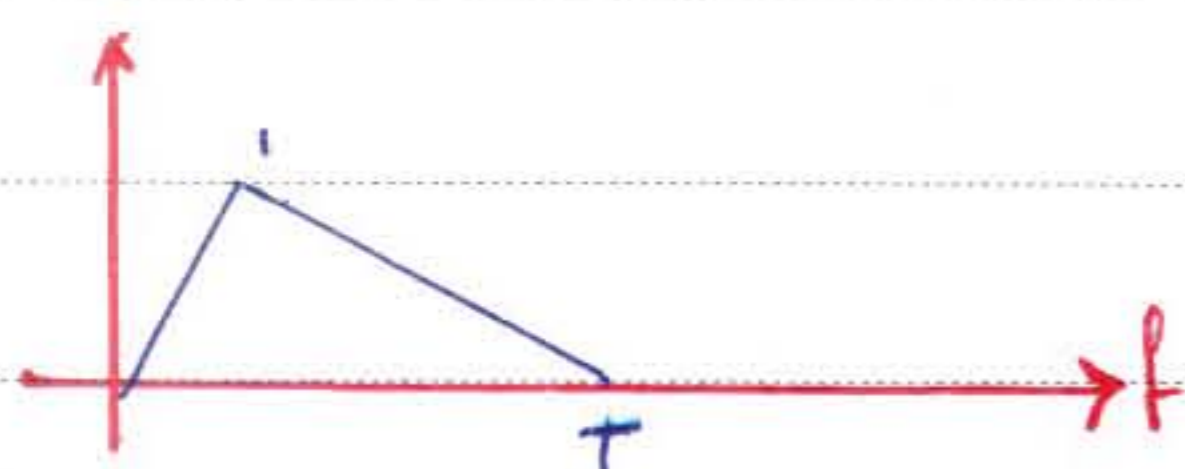


فرض کنیم گفته شود پالس مقابل وارد فیلتر تطبیقی شود.

می‌خواهیم پالس صریحاً فیلتر را بدست آوریم.

اگر  $t < T$  باشد فیلتر علی‌رغم و قابل پیاده‌سازی نباشد پس

باید  $t \gg T$  بگیریم.



مطابق با محاسبه انرژی سیگنال در نویز با تفکیک:

Subject:

Year. Month. Date. ( )

محاسبه توانایی از انرژی های سیگنال و نویز:  $(SNR)_{max} = \frac{\gamma E}{N_0}$

$$(SNR)_{max} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|S(f)|^2}{G_n(f)} df = \frac{\gamma}{N_0} \int_{-\infty}^{\infty} |S(f)|^2 df$$

$$S_o(t_o) = ?$$

$$S_o(t_o) = \int_{-\infty}^{\infty} S(f) H_R(f) e^{j2\pi f t_o} df \Rightarrow S_o(t_o) = \int \frac{\gamma k}{N_0} S^*(f) S(f) df = \frac{\gamma k}{N_0} E$$

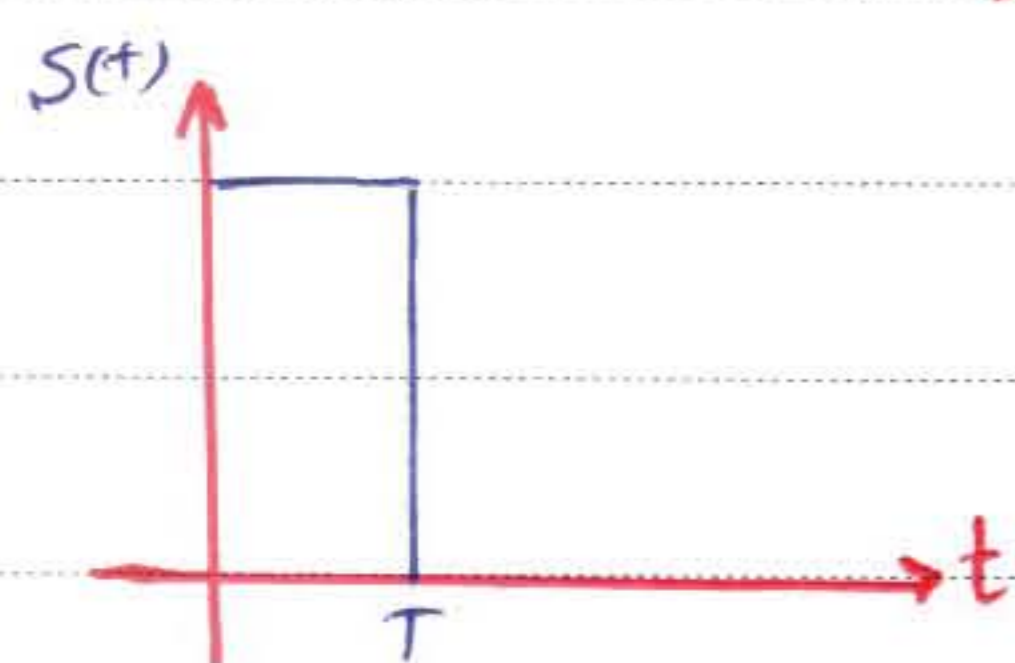
$$S_o(t_o) = \frac{\gamma k^2 E^2}{N_0^2}$$

$$E\{n_o^2(t_o)\} = \int \frac{N_0}{2} \frac{\gamma k^2}{N_0^2} |S(f)|^2 df = \frac{\gamma k^2}{N_0} E$$

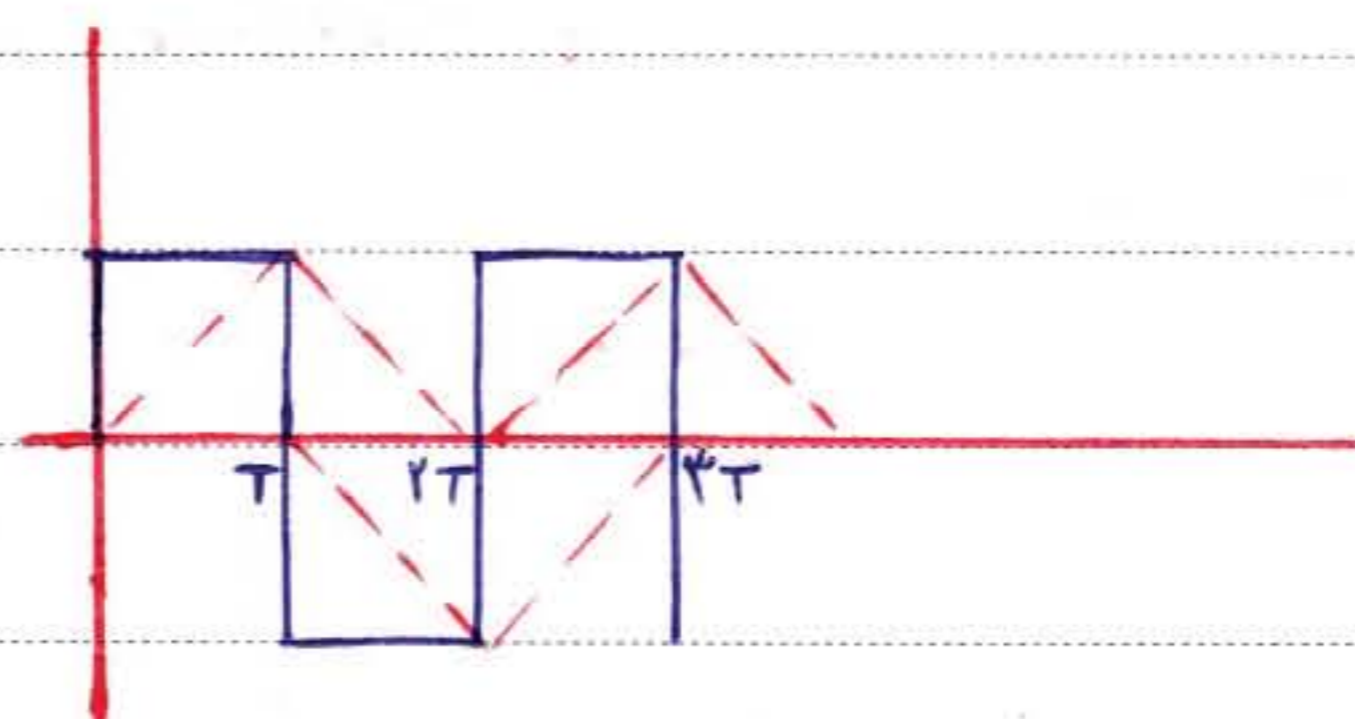
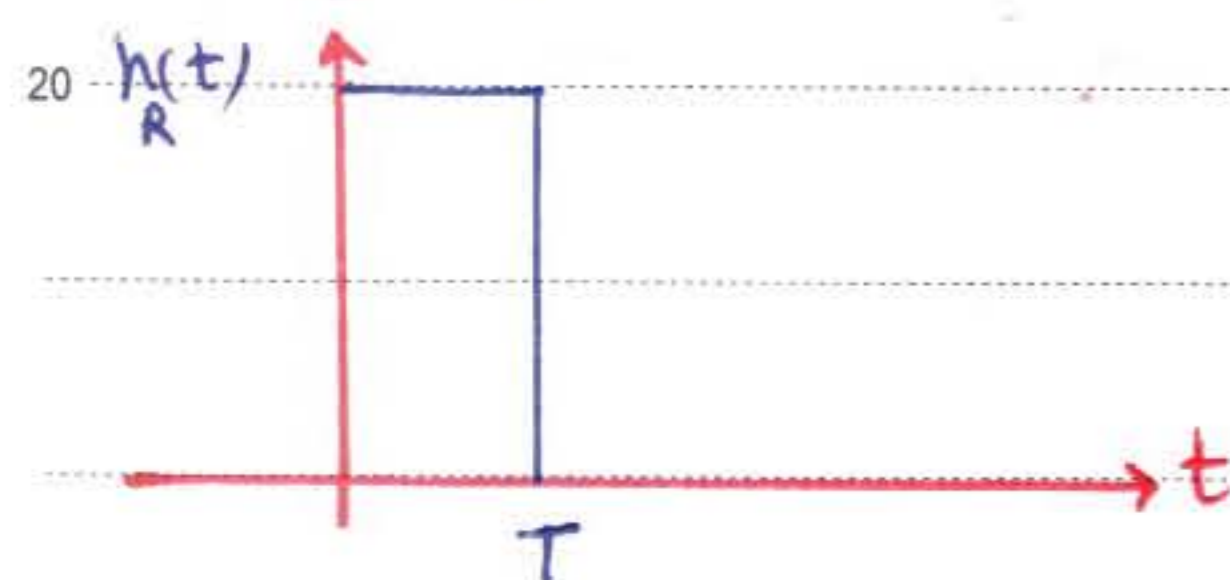
$$\Rightarrow (SNR)_{max} = \frac{\gamma E}{N_0}$$

همانطور که دیدیم  $k$  در انرژی هر دو سیگنال به طور مستقل حضور دارد ولی  $(SNR)_{max}$  تأثیری ندارد.

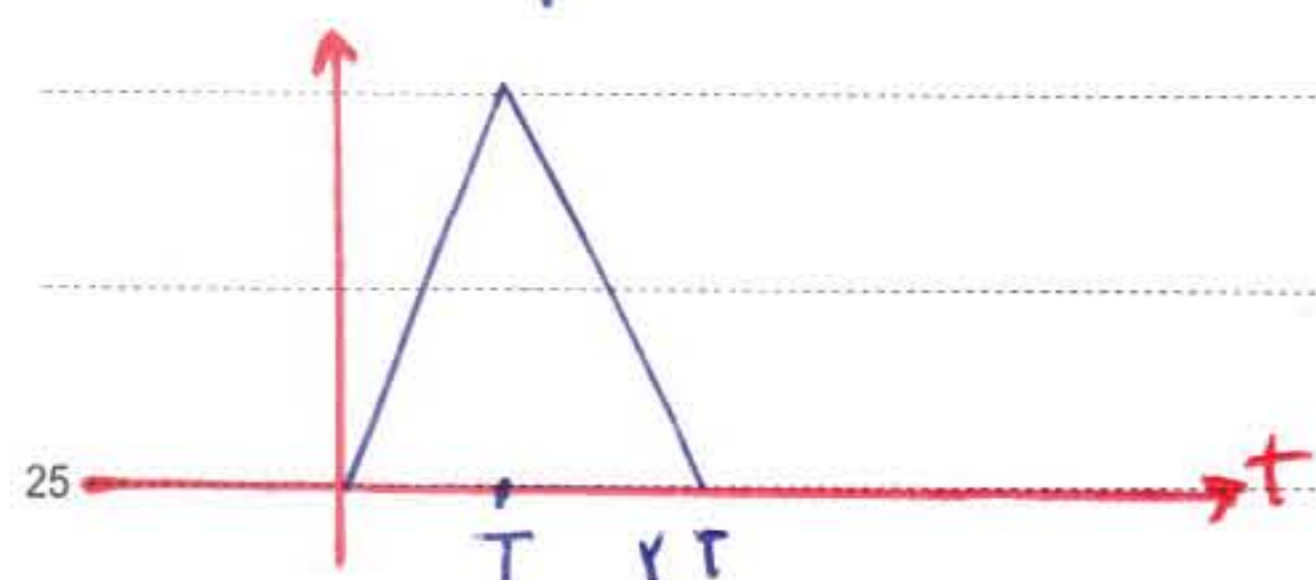
**مثال:** یک رشته پالس  $+a$ ،  $-a$  در حضور AWGN به گیرنده می رسد. برای این سیستم فیلتر تطبیق طراحی کنید همچنین درغیان نویز شکل موج خروجی از فیلتر تطبیق را رسم کنید. اگر فیلتر برای پالس  $a$  تطبیق باشد آنداه برای  $-a$  نیز تطبیق خواهد بود.



یک پالس  $+a$  را در نظر می گیریم. Match Filter هم با نویز و البته هم به خود سیگنال



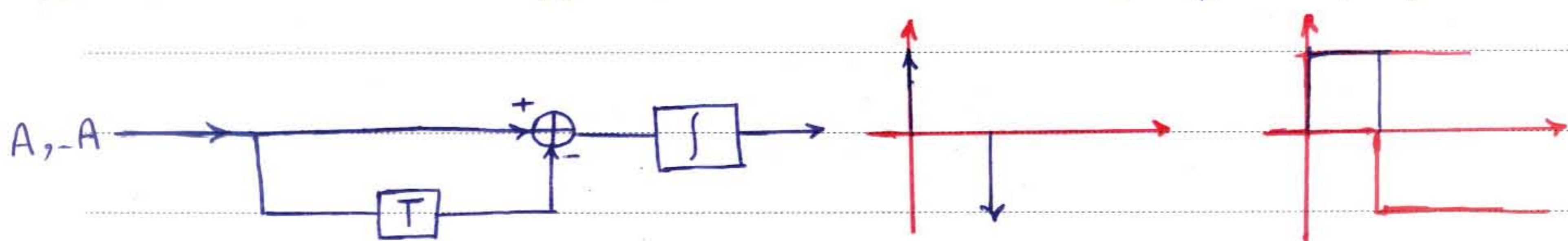
همانطور که می بینیم شکل های مربوط به سایر پالس ها در نقطه نیز ناگیری مربوط به پالسی خاص منبسط و در آن تأثیری ندارند.



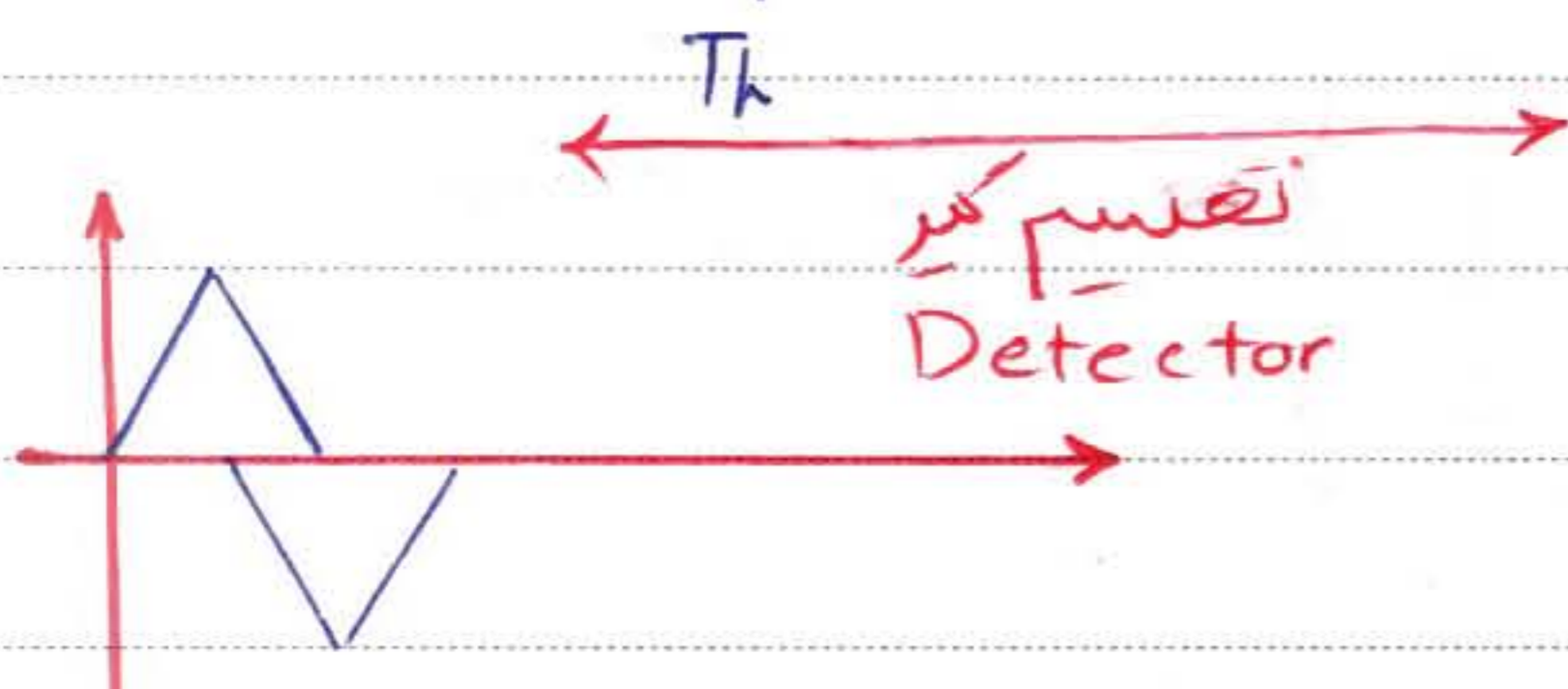
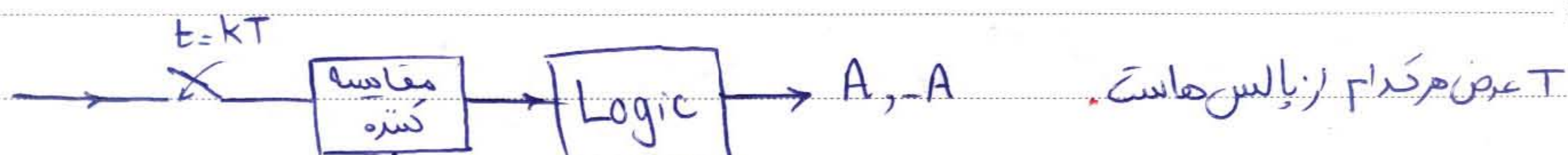
Subject:

Year. Month. Date. ( )

می خواهیم بلوک دیاگرام مربوط به Match Filter طراحی کنیم.



5



در مثال قبل به مثلث های مقابل رسیدیم:

10

می توانیم به جای اعلان تأخیر از I&D استفاده کردیم، با اینکاری می توانیم ترک مثلث ها را درست آوریم اما اینکاری باعث می شود توان نویز دو برابر شود و در این حالت فیلتر نیمه تطبیق می گویند.

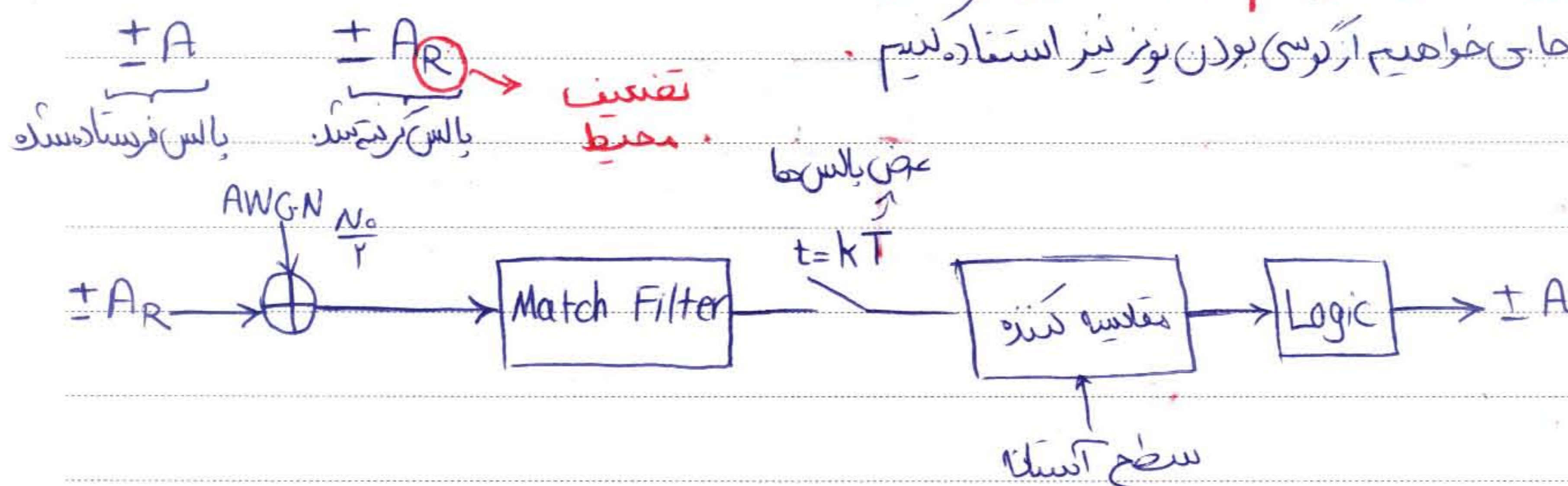
احتمال خطا در سیستم های مختبرات دیجیتال Error Control Coding

15

با اضافه کردن Parity check می توانیم از خطا در بودن یک سیگنال آگاه شد و بتواند آن را تصحیح نیز کند.

بررسی عملکرد سیستم با نویز باید یا با در حضور AWGN :  
در اینجایی خواهیم بررسی بودن نویز استفاده کنیم.

20



25

Subject:

Year. Month. Date. ( )

اندازه خطا، جبر دارد. می خواهیم احتمال این خطا را محاسبه کنیم.

$k$ -امین نمونه

$$r_k = \underbrace{\pm A_0}_{S_0(kT)} + n_k$$

در بحث خود بهای  $k = \frac{N}{T}$  گزیده در اینجا  $\frac{r_k}{N_0} = 1$

5

$$n_k = N(0, \sigma^2)$$

$$\sigma^2 = E\{n_k^2\} - (E\{n_k\})^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{N_0}{T} |H_R(f)|^2 df = \frac{N_0 E}{T}$$

$$A_0 = E \quad S_0(t) = \frac{T k E}{N_0} \bigg|_{k = \frac{N}{T}} = E$$

10

$$\Rightarrow r_k = N(\pm A_0, \frac{N_0 E}{T})$$

در محاسبات خود بهای  $k$  از  $\frac{N_0}{T}$  استفاده کردیم زیرا  $k$  در سگنال با نویز نقش ندارد.

$$P(A_R | r_k) > P(-A_R | r_k) \Rightarrow A \text{ ارسال شده است.}$$

15

$$P(-A_R | r_k) > P(A_R | r_k) \Rightarrow -A \text{ ارسال شده است.}$$

با انجام کرنوی احتمال خطای سیستم را حد آقل می گیریم.

20  $\Rightarrow$  با طور معادل

$$P(A | r_k) \geq \sum_{-A}^A P(-A | r_k)$$

$$\frac{P(A, r_k)}{P(r_k)} \geq \sum_{-A}^A \frac{P(-A, r_k)}{P(r_k)} \Rightarrow P(A) P(r_k | A) \geq \sum_{-A}^A P(-A) P(r_k | -A)$$

$P(A)$ ،  $P(-A)$  را داریم و با آن احتمال آتیش می گیرند.

25

$$P(r_k | A) = P(r_k | A_A) = P(r_k | A_0)$$

$$\Rightarrow P(r_k | A_R) = \frac{1}{\sigma \sqrt{T}} e^{-\frac{(r_k - A_0)^2}{T \sigma^2}}$$

Subject:

Year. Month. Date. ( )

$$P(r_k - A_0) = \frac{1}{\sigma\sqrt{n}} e^{-\frac{(r_k + A_0)^2}{2\sigma^2}}$$

$$\frac{P(A)}{\sigma\sqrt{n}} e^{-\frac{(r_k - A_0)^2}{2\sigma^2}} > \frac{P(-A)}{\sigma\sqrt{n}} e^{-\frac{(r_k + A)^2}{2\sigma^2}}$$

$$\Rightarrow \ln P(A) - \frac{(r_k - A_0)^2}{2\sigma^2} > \ln P(-A) - \frac{(r_k + A)^2}{2\sigma^2}$$

تکینامیاری بر حسب  $r_k$  بدست می آید و برای آن  $A_0$  با  $A$  - می گیریم.  
 $r_k$  بدست آمده سطح آستانه مشخص می کند.  
**مثال:** نشان دهید

Subject:

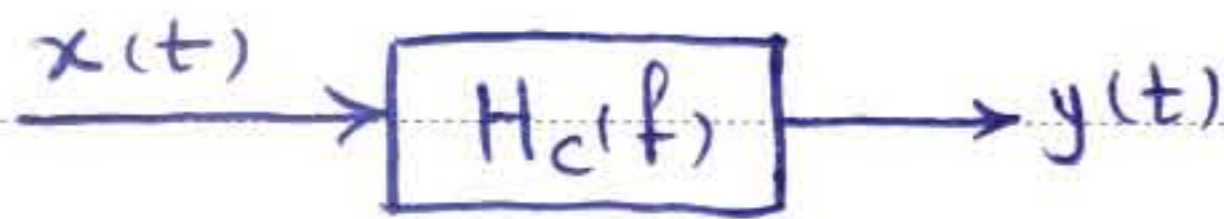
Year. Month. Date. ( )

تکسیر چند مطلب:

Equ

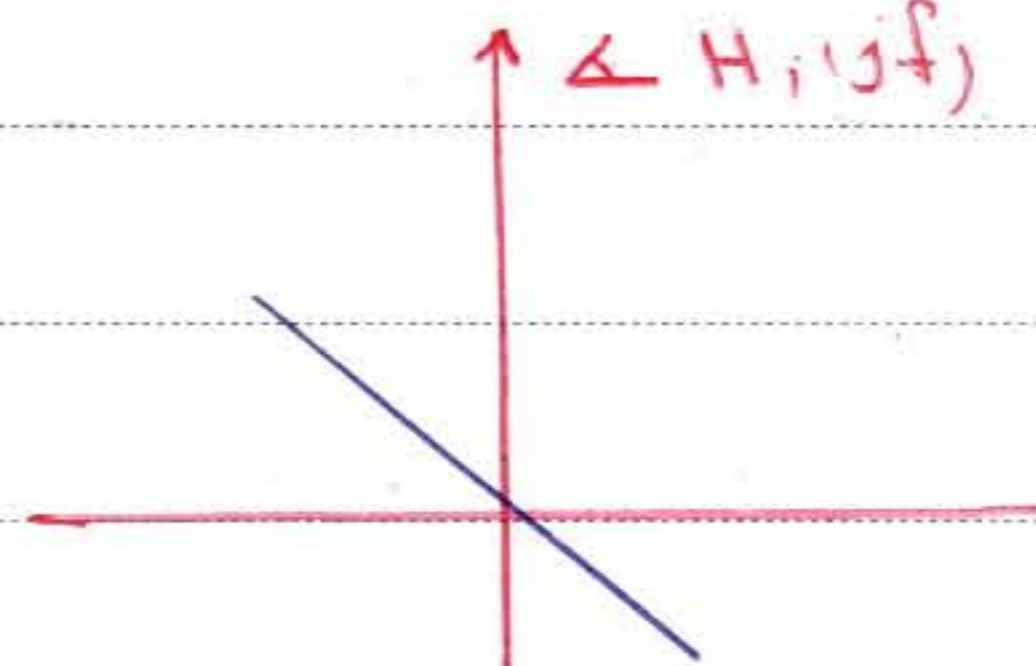
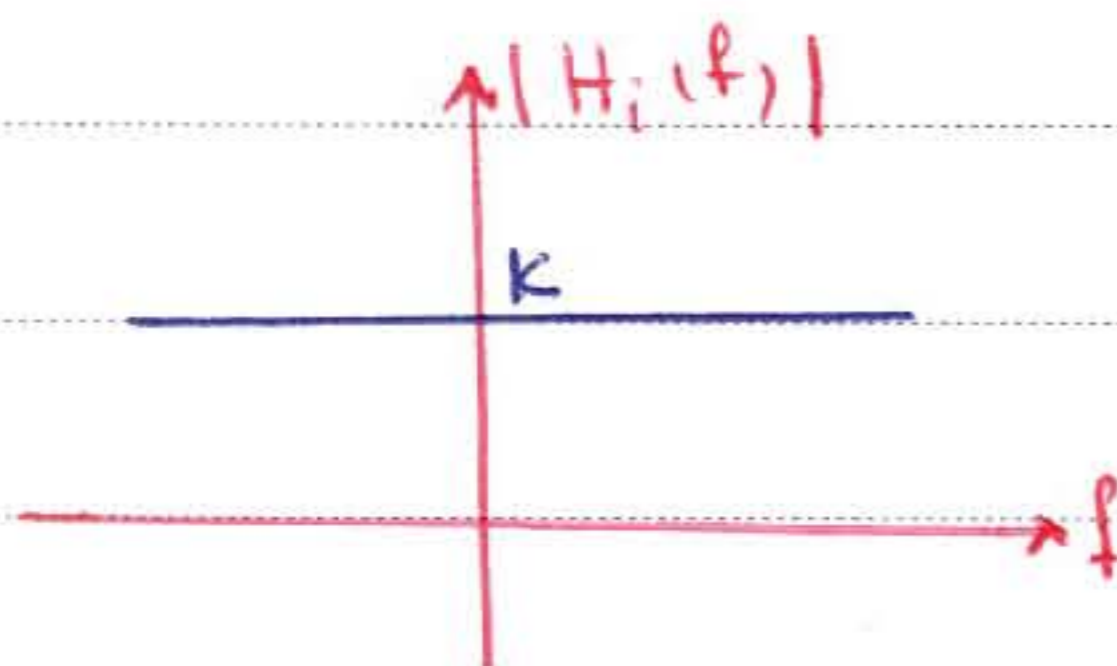
ترازگرها

کانال های خطی: این کانال ها را می توان مثل یک سیستم LTI مدل کرد.



رابطه مقابل مربوط به کانالی ایده آل است

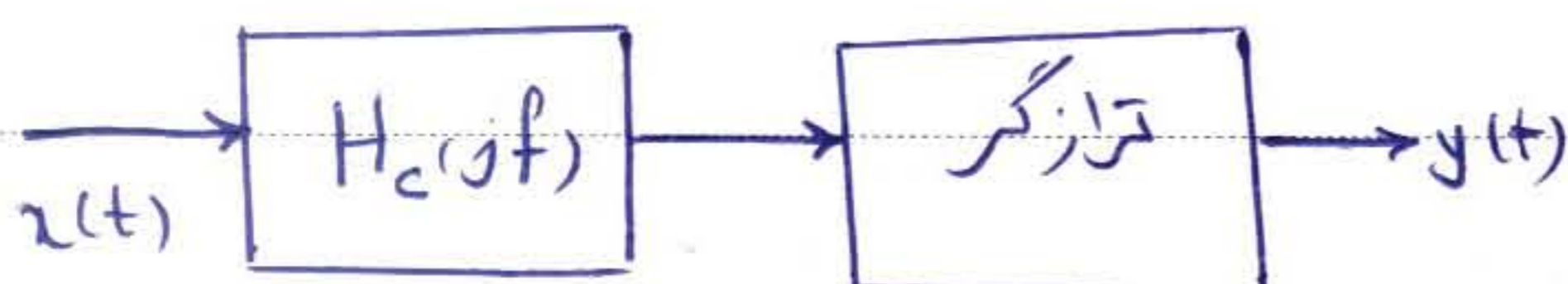
$$x(f) \xrightarrow{\text{کانال ایده آل}} y(f) = k x(f) e^{-j2\pi f t_d} \Rightarrow H_i(f) = k e^{-j2\pi f t_d}$$



در واقعیت کانال ایده آل نداریم یعنی هیچکدام از سردارهای فوق نمی تواند برقرار باشد

اگر اندازه ی پاسخ فرکانسی خط راست نباشد باید دیدی حاصل اعوجاج دینامی گویند  
اگر فاز پاسخ فرکانسی خط راست نباشد باید دیدی حاصل اعوجاج فازی گویند

معمولاً سردار اعوجاج می دهند اما اینکه کدام یکی غالب است، با سیستم وابسته است.



حال فرض کنیم که مشخصاً کانال را می داریم

Eq

$$H_c(f) H_{eq}(f) = k e^{-j2\pi f t_d} \Rightarrow H_{eq}(f) = \frac{k e^{-j2\pi f t_d}}{H_c(f)}$$

← پاسخ فرکانسی کانال ایده آل

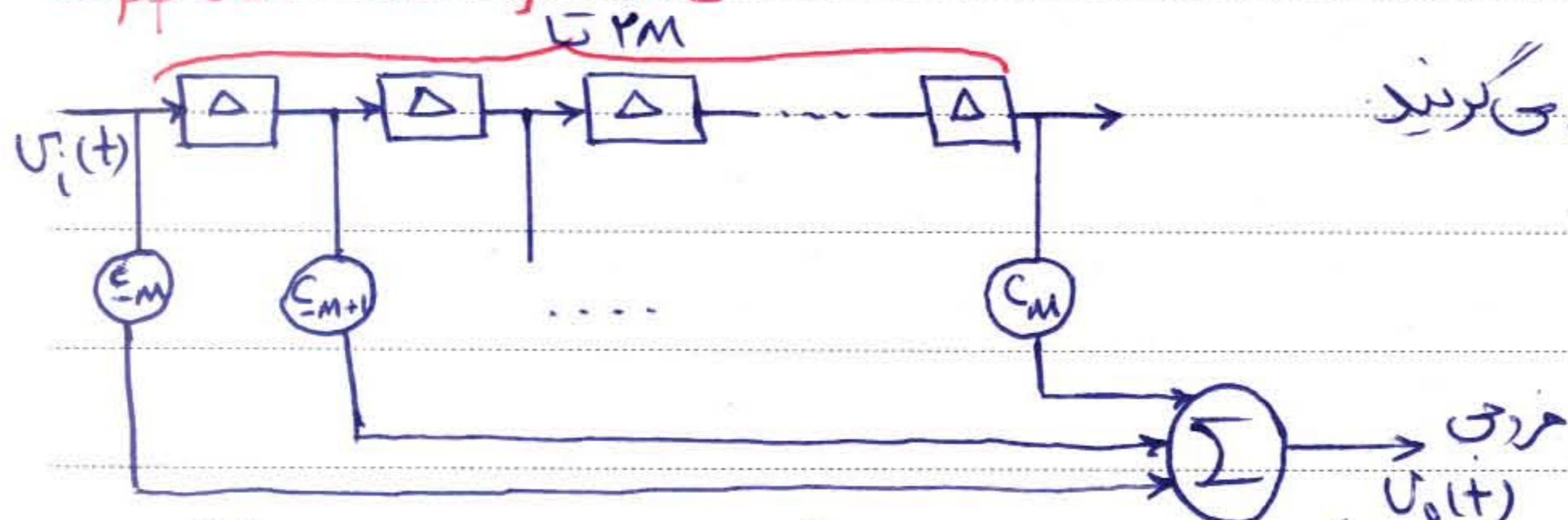
Subject:

Year. Month. Date. ( )

هیچکس نمی‌تواند به تراز فوق دست یابد زیرا ترکیب دو سیستم به دنبال ایده‌آل تبدیل شده و باز هم مشکل غیر حل‌پذیر داریم.

حال می‌خواهیم  $H_{eq}(f)$  را استخراج کنیم برای این بیشتر از مدل زیر استفاده می‌کنیم.

### Tapped Delay Line



این مدل را خطوط تأخیر انشعابی می‌گویند.

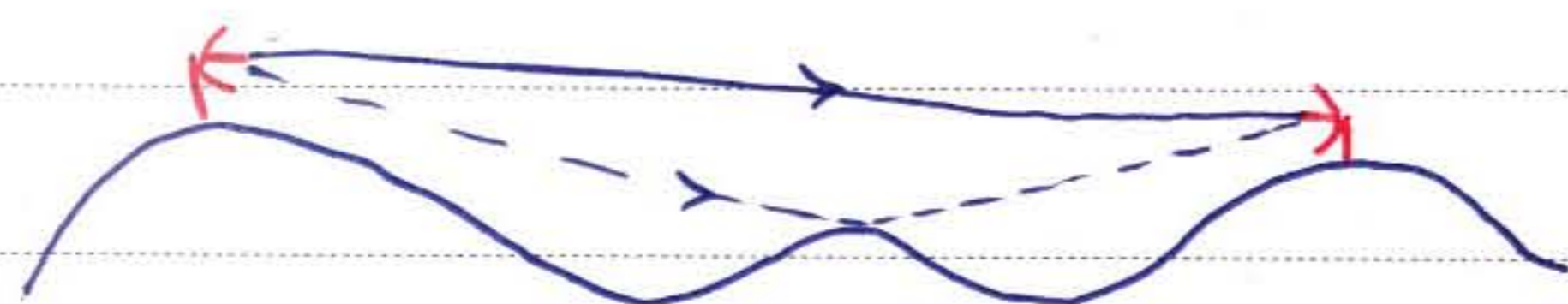
می‌خواهیم با معادله فوق به گونه‌ای بازی کنیم که پاسخ فرکانسی کل بلوک پاسخ فرکانسی ترازگر گردد.

$$V_o(t) = C_{-M} V_i(t) + C_{-M+1} V_i(t - \Delta) + \dots + C_0 V_i(t - M\Delta) + \dots + C_M V_i(t - 2M\Delta)$$

$$\xrightarrow{F} V_o(f) = C_{-M} V_i(f) + C_{-M+1} V_i(f) e^{-j2\pi f \Delta} + \dots$$

$$\Rightarrow H_{eq}(f) = C_{-M} + C_{-M+1} e^{-j2\pi f \Delta} + C_{-M+2} e^{-j2\pi f (2\Delta)} + \dots + C_0 e^{-j2\pi f M\Delta} + \dots + C_M e^{-j2\pi f 2M\Delta}$$

$$\Rightarrow e^{-jM\omega\Delta} \sum_{m=-M}^M C_m e^{-jm\Delta\omega}$$



مثال: می‌خواهیم یک ترازگر طراحی کنیم. طراحی ترازگر برای مخازن دور راه.

سیگنال از دوراه به‌گیرند می‌رسد، می‌توان کوا را از سر راه برداشت و با اینکه یک ترازگر قرار دهیم.

حال می‌خواهیم  $H_c(f)$  را بدست آوریم تا با استفاده از آن ترازگر را طراحی کنیم.

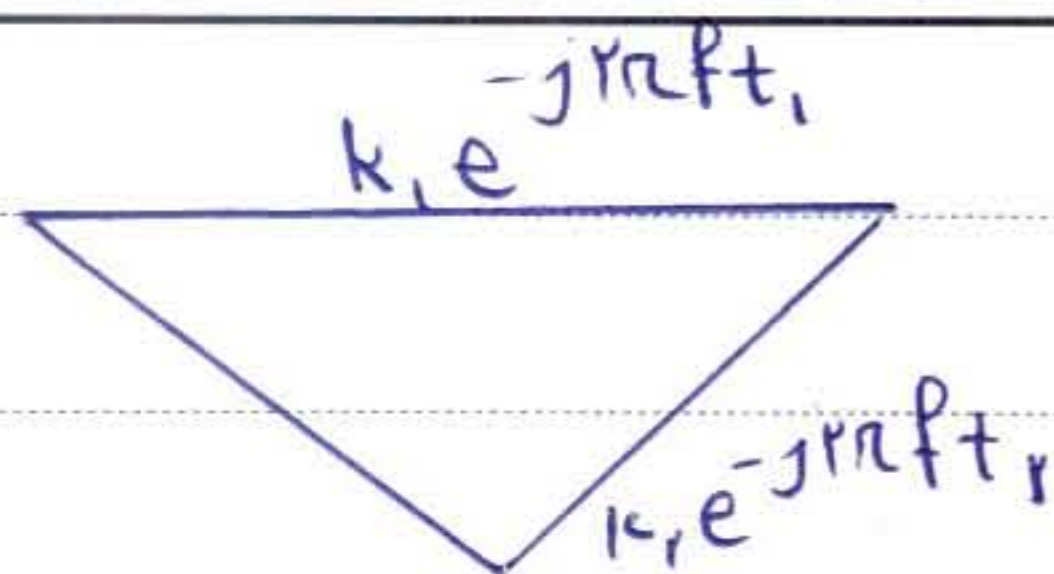
دریده‌ی Fading نیز حالتی است که در سیگنال هندگیر اخشی کند که در این حالت تضعیف

نداریم اما چون در سیگنال با گونه‌ای تغییر فاز دارد که هندگیر اخشی کرده‌اند، سیگنال از بین می‌رود.

Fading باعث تغییر شرایط جوی نیز رخ می‌دهد.

Subject :

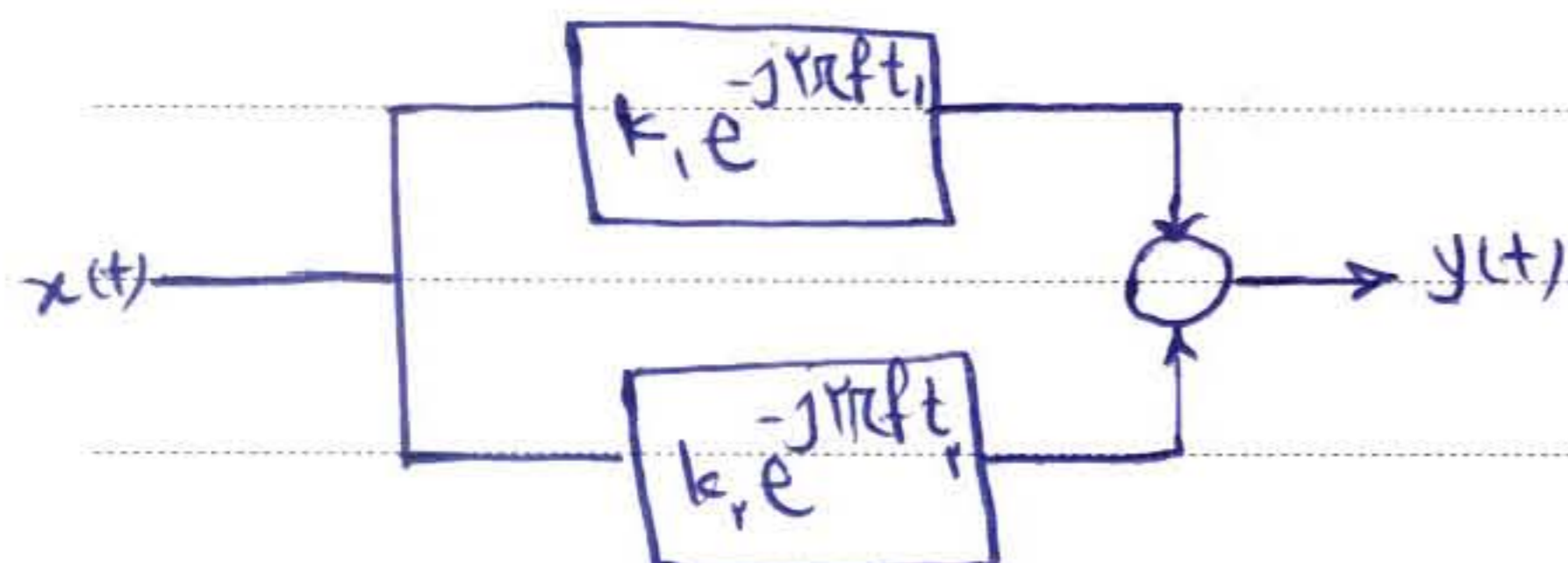
Year . Month . Date . ( )



$k_1, k_2$  و  $t_1, t_2$  و  $t_d$  به نسبت بسیار زیادی دارد. می شود

$$y(t) = k_1 x(t - t_1) + k_2 x(t - t_2) \neq k x(t - t_d)$$

تقریب  $k_2 \ll k_1$  فرض کاملاً معقول است زیرا با افزایش مسیر انرژی بسیار کاهش می یابد.  $H_c(f)$  همسبیم و بعد می خواهیم از روی آن ترازگر خود را طراحی کنیم.



$$H_c(f) = \frac{y(f)}{x(f)} = k_1 e^{-j2\pi f t_1} + k_2 e^{-j2\pi f t_2}$$

$$H_{eq}(f) = \frac{k e^{-j2\pi f t_d}}{k_1 e^{-j2\pi f t_1} + k_2 e^{-j2\pi f t_2}}$$

همچنان می توان  $H_{eq}(f)$  فوق را طراحی کردن و تنها می توان با تقریبی از آن دست یافت.

$$H_{eq}(f) = \frac{k e^{-j2\pi f t_d}}{k_1 e^{-j2\pi f t_1} \left( 1 + \frac{k_2}{k_1} e^{-j2\pi f (t_2 - t_1)} \right)}$$

با استناد و فرض های  $\left. \begin{matrix} t_d = t_1 \\ k = k_1 \end{matrix} \right\}$  می خواهیم مسیر با تأخیر  $t_2$  را حذف کنیم

$$\Rightarrow H_{eq}(f) \approx \frac{1}{1 + \epsilon} \approx 1 - \epsilon + \epsilon^2$$

\* اگر شرط برقرار نباشد، راه حل درست نبود.  $k_2 \ll k_1$

$$\Rightarrow H_{eq}(f) = 1 - \frac{k_2}{k_1} e^{-j2\pi f (t_2 - t_1)} + \left( \frac{k_2}{k_1} \right)^2 e^{-j2\pi f 2(t_2 - t_1)}$$

$M=1$  باشد و تعداد Delay Line ها 2 و در نتیجه سه جمله داریم

$$M=1$$

$$\Delta = t_2 - t_1$$

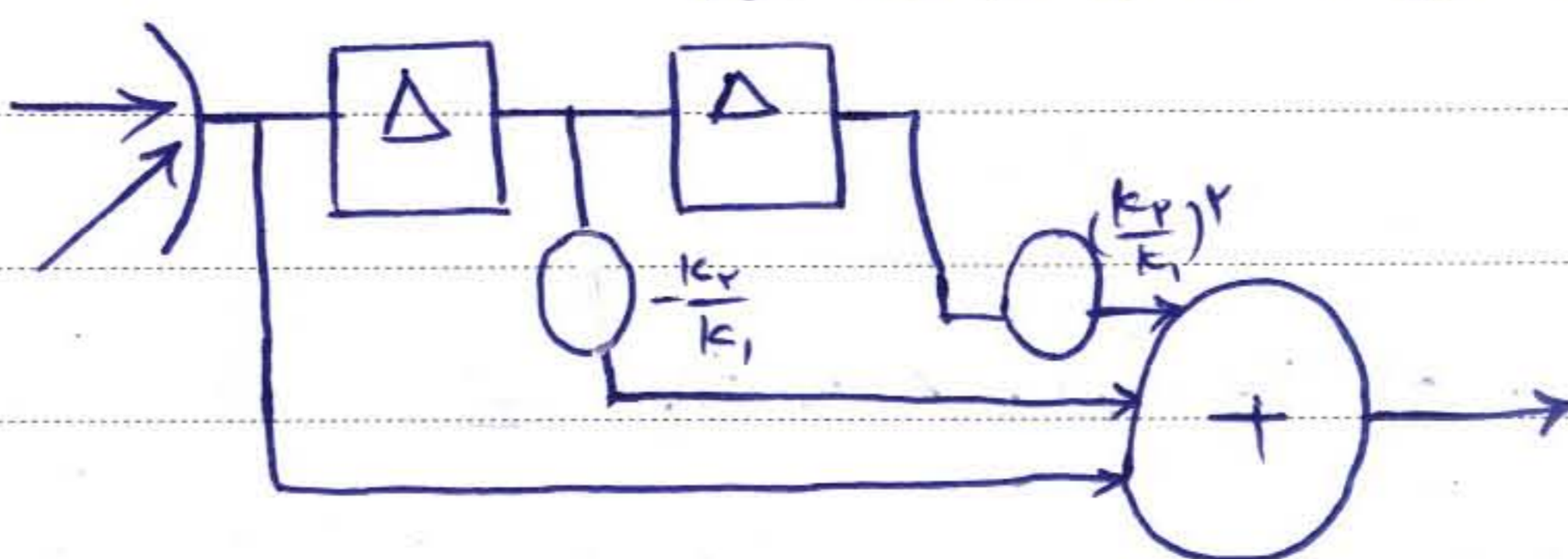
Subject:

Year. Month. Date. ( )

$$C_{-1} = 1$$

$$C_o = -\frac{k_r}{k_i}$$

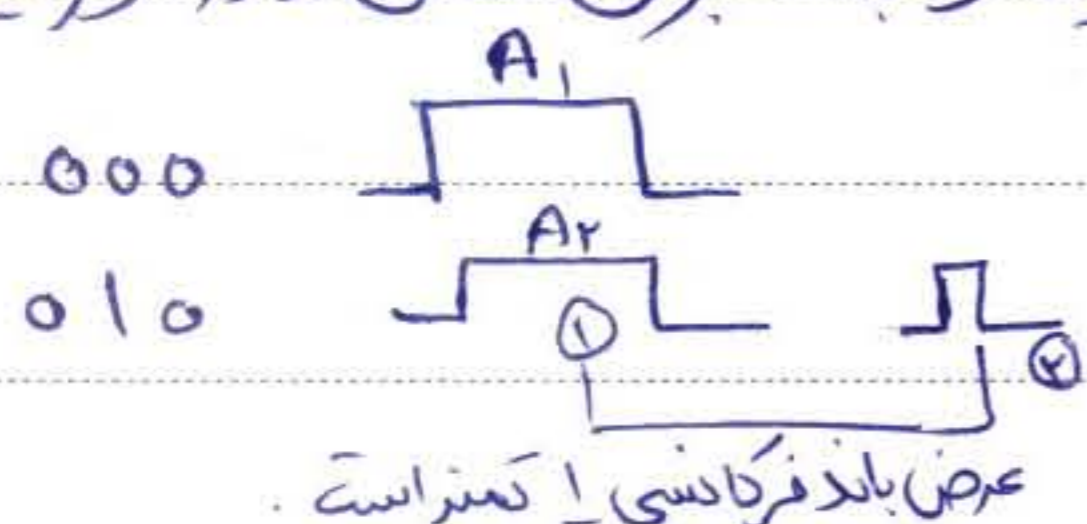
$$C_1 = \left(\frac{k_r}{k_i}\right)^2$$



بسیار آشنایند که ترازگر را می دهیم

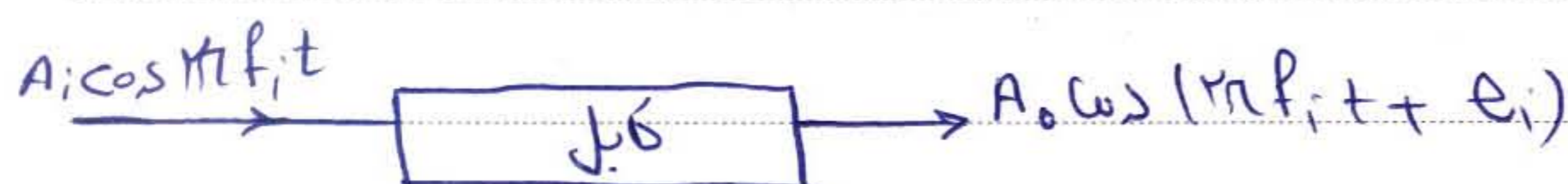
در مخابرات نوری محیط انتشار از جنس سیلیک است. در مخابرات الکتریکی محیط های انتشار با محیط آزاد است و یا مس می باشد.

در مس معمولاً فرکانس های بالا به خوبی ارسال می شود اما می توان هر سیگنال را با سیمبری تشنگ داد و در اینجا عرض باند را کم کرد.



در کابل های هم محور نیز پاسخ فرکانسی کابل پهن تر می شود.

اگر  $A_i \cos 2\pi f_i t$  را وارد یک کابل کنیم داریم



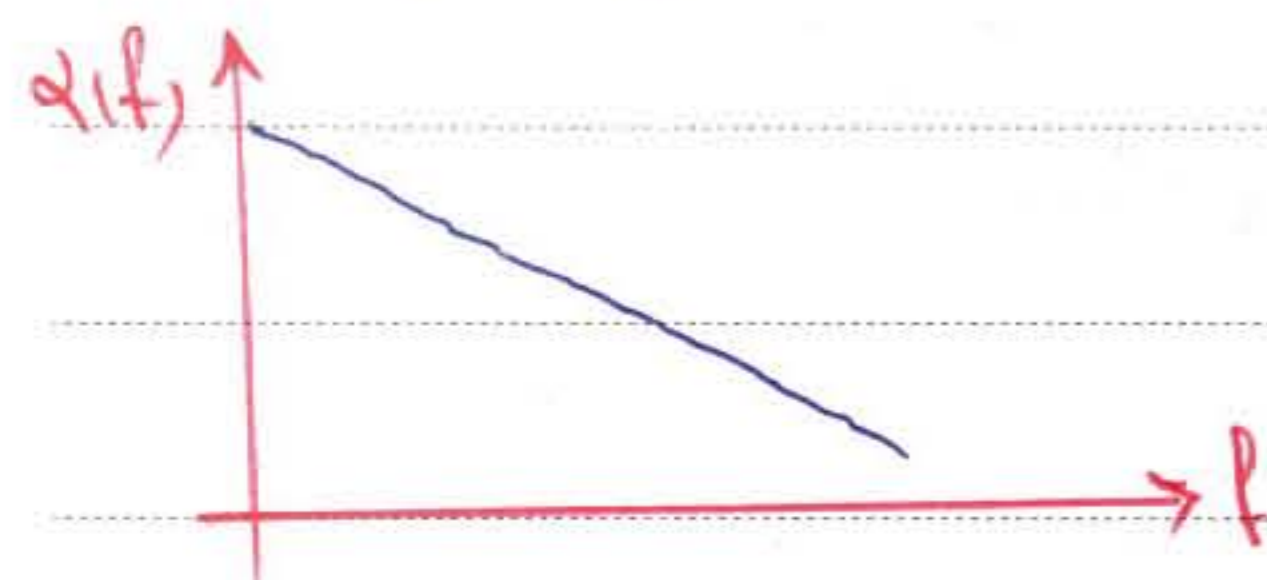
$A_o$  فرکانس با فرکانس عوض می شود.

$$\frac{P_{in}}{P_{out}} = \frac{\frac{A_i^2}{2}}{\frac{A_o^2}{2}} = \left(\frac{A_i}{A_o}\right)^2 = L(f)$$

$$L(f) = \alpha(f) l$$

کلیتر  
ضریب تضعیف

اگر  $L=1$  بگذاریم آنجا  $\alpha(f)$  یعنی تضعیف هر کلیتر متر در فرکانس خاص در حساب dB می باشد.



ثابت  $\alpha$  روی کابل ها به این معنی است که سرعت نور در کابل  $\alpha$  برابر سرعت نور در خلا است.

اگر مثلاً در فرکانس بالا سروکار داریم تضعیف بیشتر برده و لذا با کابل های بهتری نیاز داریم.

Subject :

Year . Month . Date . ( )

اگر طول برابر شود اگر چه تضعیف بر حسب dB برابر می شود اما تضعیف نهایی تغییر خواهد کرد.

$$L_1(f) = 10^{\frac{9.1}{10}}$$

$$L_{k1}(f) = (10^{\frac{9.1}{10}})^k$$

در فواصل بلند نباید از قابل استفاده کردن مگر اینکه در فواصل کوتاه،  
سیگنال را از لحاظ SNR تصحیح کرد و سپس با ادامه راه

رفت

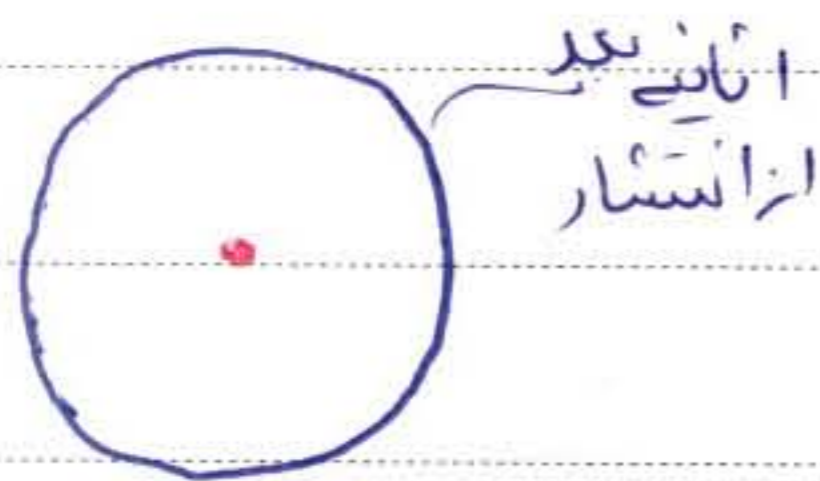
طول متوسط کابل مورد استفاده  $2^{km}$  است.

اگر تضعیف ۱ کیلومتر ۱۰۰ باشد آنگاه تضعیف در طول ۲ کیلومتر  $(100)^2$  است.

باز هم دلیل با دنبال انتشار رادیویی می رویم

بعد از یک ثانیه انرژی روی کره ای به شعاع  $300,000^{km}$  تقسیم

می شود.



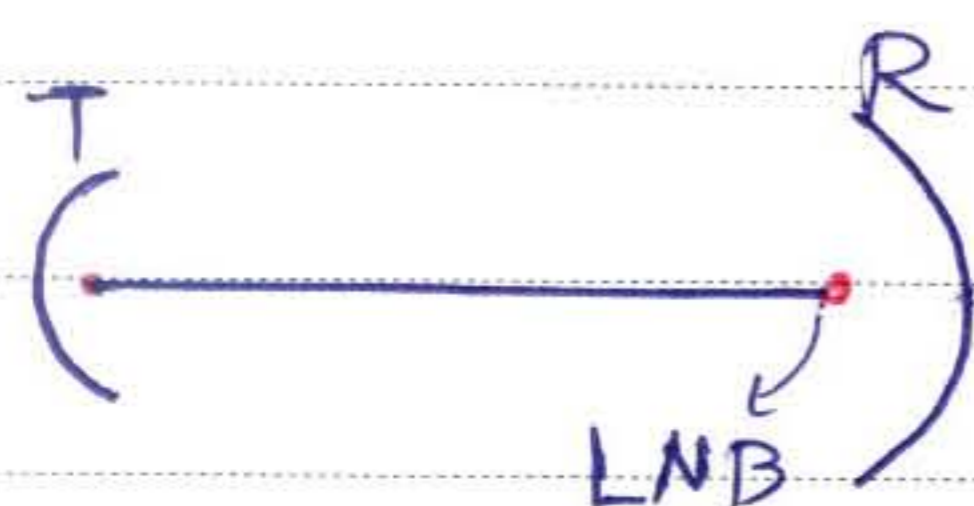
در مخازن رادیویی وقتی فاصله برابر می شود، تضعیف در  $k^2$  ضرب

می گردد.

بطور متوسط در هر  $4^{km}$  سیگنال رادیویی گریخته شود و یک چیزهایی به آن اضافه، چیزهایی از آن کم می شود.

ولی اگر نخواهیم تغییری در آن دهیم، بنابر دلیل انحنای زمین باید این عمل انجام شود.

در انتشار رادیویی می توان کانال را تحت نظر کرد ولی ثابت آن تغییر می کند.



سیگنال به کانون می خورد و این کانون باعث می شود سیگنال

در همای جهات پخش نشود و همه ی آن در جهت مورد نظر رود

نسبت توانی که در حالت با آنتن، بدون آنتن، آکین آن می گیرند و در آن آنتن  $\rightarrow$  directivity

و در آن آنتن گیرند  $\rightarrow$  collectivity

در LNB هم تقویت انجام می شود و هم تغییر فرکانسی از فرکانس های RF و IF صورت

می گیرد.

Subject:

Year. Month. Date. ( )

برای تولید SSB از DSB استفاده می‌کنیم. اما ما فرض کردیم فیلتر کردن DSB برای تولید SSB ایده‌آل است. اگر فرض ایده‌آل بودن را برداریم از DSB به VSB خواهیم رسید.

می‌توان به VSB یا SSB حاصل بزرگی اضافه کرد تا بتوان آن را با

5

10

15

20

25