

آشنایی با پل وتستون و بایاس سنسور های مقاومتی

محسن جعفرزاده

دانشجوی کارشناسی مهندسی رباتیک دانشگاه صنعتی شاهرود

واژه های کلیدی : مدار مقسم ولتاژ ، پل وتستون ، سنسور های مقاومتی ، اندازه گیری مقاومت

چکیده

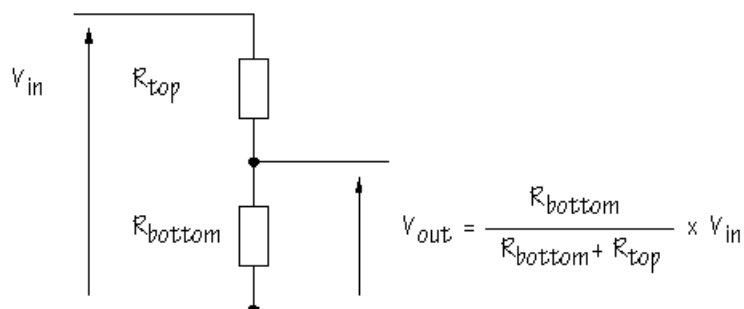
در این مقاله ما ابتدا به بررسی مدار مقسم ولتاژ می پردازیم سپس معایب آن را بر می شماریم برای رفع مشکلات آن مدار جدیدی با نام پل وتستون معرفی می نماییم ، و دو کاربر عمده آن یعنی اندازه گیری مقاومت مجهول و بایاس سنسور های مقاومتی را شرح می دهیم . در انتها به پل وتستون در حالت جریان متناوب اشاره ای می نماییم.

تاریخچه

آنچه امروزه به نام مدار پل وتستون معروف است ، نخستین بار در سال ۱۸۳۳ توسط ساموئل هانتز کریستی توصیف شد ، اما کاربردهای زیاد این مدار توسط کارلز وتستون اختراع شد ، به همین خاطر این مدار عموماً به نام پل وتستون معروف شد . امروزه پل وتستون یک روش بسیار درست و حساس برای اندازه گیری دقیق مقادیر مقاومت ها می باشد .

مقسم ولتاژ

به مداری شامل دو مقاومت سری که با یک منبع ولتاژ که به صورت موازی قرار گرفته اند ،
مقسم ولتاژ گویند . در این مدار ولتاژ خروجی ، ولتاژ گره میان دو مقاومت می باشد. در شکل ۱ مدار
مقسم ولتاژ و رابطه ورودی و خروجی را می توانید مشاهده نمایید .



شکل ۱ - نمای شماتیک مدار مقسم ولتاژ

اگر به جای R_{bottom} یک سنسور مقاومتی استفاده نماییم خواهیم داشت :

$$V_{out} = \frac{R_{sensor}}{R_{sensor} + R_{top}} \times V_{in} \quad (1)$$

در سنسور های مقاومتی داریم :

$$R_{sensor} = R + \Delta R \quad (2)$$

با جایگذاری معادله ۲ در معادله ۱ داریم :

$$V_{out} = \frac{R + \Delta R}{R + \Delta R + R_{top}} \times V_{in}$$

با گسترش معادله خواهیم داشت :

$$V_{out} = \frac{R}{R + \Delta R + R_{top}} \times V_{in} + \frac{\Delta R}{R + \Delta R + R_{top}} \times V_{in} \quad (3)$$

اگر داشته باشیم :

$$R_{top} + R \gg \Delta R \quad (4)$$

می توانیم از مقدار ΔR در مخرج معادله ۳ صرف نظر نماییم . در نتیجه :

$$V_{out} \approx \frac{R}{R + R_{top}} \times V_{in} + \frac{\Delta R}{R + R_{top}} \times V_{in} \quad (5)$$

با نام گذاری $R = R_{top} + \hat{R}$ معادله ۵ را به صورت زیر بازنویسی می نماییم :

$$V_{out} \approx \frac{R}{\hat{R}} \times V_{in} + \frac{\Delta R}{\hat{R}} \times V_{in} \quad (6)$$

همان طور که در معادله ۶ مشاهده می نماییم ولتاژ خروجی از دو قسمت ثابت و متغیر تشکیل

شده است. با نام گذاری های زیر معادله ۵ ساده تر می گردد:

$$\left\{ \begin{array}{l} V_n = \frac{R}{\hat{R}} \times V_{in} \quad (7) \\ V_s = \frac{\Delta R}{\hat{R}} \times V_{in} \quad (7) \\ V_{out} \approx V_s + V_n \quad (8) \end{array} \right.$$

معایب مقسم ولتاژ

اگر بخواهیم از مدار مقسم ولتاژ در راه اندازی سنسور ها استفاده نماییم همواره دارای خطای ثابت

به اندازه V_n هستیم که این مقدار بسیار بیشتر از از سیگنال مفید V_n می باشد. یکی از روش هایی

که برای برطرف نمودن این عیب ، استفاده از دو از مدار مقسم ولتاژ به جای یک از مدار مقسم ولتاژ می

باشد. که در ادامه شرح داده خواهد شد.

پل وتستون

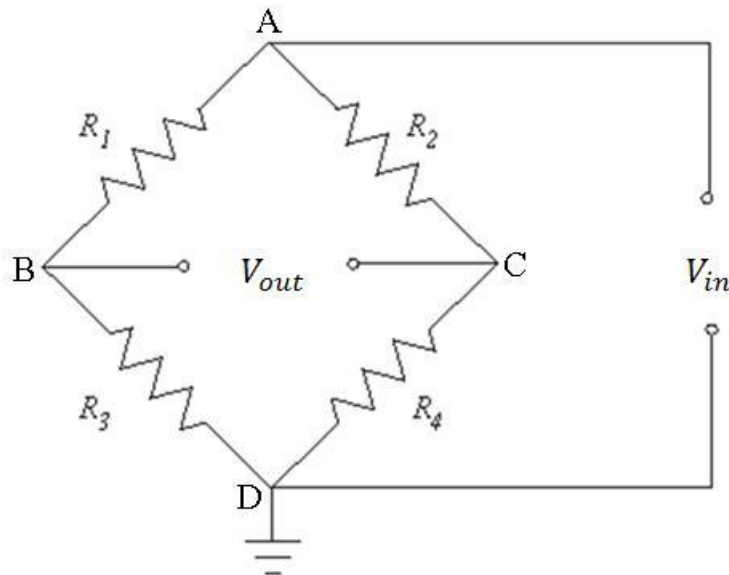
از کنار هم قرار گرفتن دو مدار مقسم ولتاژ به صورت موازی ، یک پل وتستون شکل می گیرد.

همان طور که در شکل ۲ مشاهده می نمایید ، در مدار پل بر خلاف از مدار مقسم ولتاژ ، ولتاژ خروجی

از اختلاف پتانسیل دو گره از مدار به وجود می آید که برای استفاده از این اطلاعات توسط کنترلر ، نیاز

به استفاده از تقویت کننده تفاضلی داریم ، معمولاً از تقویت کننده ابزار دقیق استفاده می گردد . بحث

پیرامون انواع تقویت کننده ، چگونگی ساخت و به کارگیری آن خارج از حوصله متن می باشد. در ادامه به نحوه کار پل وتستون می پردازیم.



شکل 2- نمای شماتیک مدار پل وتستون

با توجه به آن چه شرح داده شد ، ولتاژ خروجی از رابطه ی زیر بدست می آید :

$$V_{out} = V_{BC} = V_B - V_C \quad (9)$$

مطابق شکل ۲ ، دو مقاومت R_1 و R_3 با یکدیگر سری و در مجموع با منبع ولتاژ ورودی به صورت موازی قرار گرفته اند بنابراین این مجموعه تشکیل یک مدار مقسم ولتاژ را می دهد . از این روی خواهیم داشت :

$$V_B = \frac{R_3}{R_1 + R_3} \times V_{in} \quad (10)$$

همچنین دو مقاومت R_2 و R_4 با یکدیگر سری و در مجموع با منبع ولتاژ ورودی به صورت موازی قرار گرفته اند بنابراین این مجموعه نیز تشکیل یک مدار مقسم ولتاژ را می دهد . لذا داریم :

$$V_C = \frac{R_4}{R_2 + R_4} \times V_{in} \quad (11)$$

با جایگذاری معادلات ۱۰ و ۱۱ در معادله ۹ خواهیم داشت :

$$V_{out} = \frac{R_3}{R_1+R_3} \times V_{in} - \frac{R_4}{R_2+R_4} \times V_{in} \quad \Rightarrow$$

$$V_{out} = \left(\frac{R_3}{R_1+R_3} - \frac{R_4}{R_2+R_4} \right) \times V_{in} \quad (12)$$

از آنجا که $V_{in} \neq 0$ شرط صفر شدن V_{out} این است که مضرب V_{in} صفر شود، یعنی:

$$\frac{R_3}{R_1+R_3} - \frac{R_4}{R_2+R_4} = 0 \quad \Rightarrow$$

$$\frac{R_3}{R_1+R_3} = \frac{R_4}{R_2+R_4} = 0 \quad \Rightarrow$$

$$R_3 \times (R_2 + R_4) = R_4 \times (R_1 + R_3) \quad \Rightarrow$$

$$R_3 \times R_2 + R_3 \times R_4 = R_4 \times R_1 + R_4 \times R_3 \quad \Rightarrow$$

$$R_2 \times R_3 + R_3 \times R_4 = R_1 \times R_4 + R_3 \times R_4 \quad \Rightarrow$$

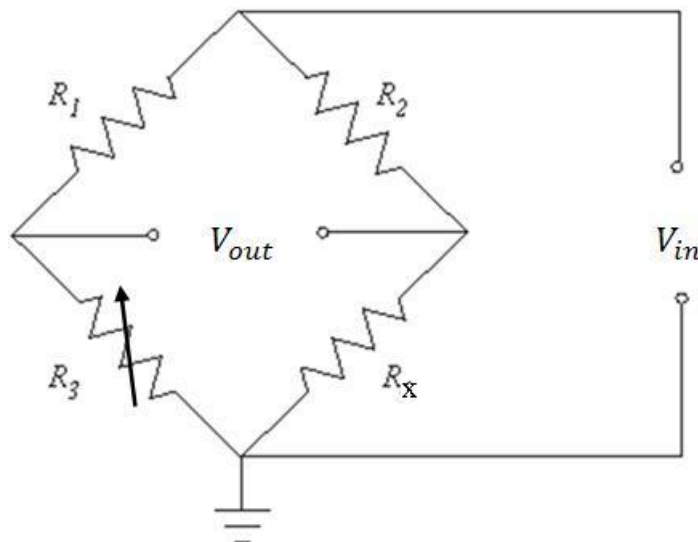
$$R_2 \times R_3 = R_1 \times R_4 \quad (13)$$

کاربرد های پل وتستون

تعیین مقاومت مجهول

از خاصیت معادله ۱۳ می توان جهت یافتن مقاومت های مجهول استفاده نمود. بدین منظور از

مدار شکل ۳ کمک می گیریم.



شکل ۳- تعیین مقاومت مجهول با استفاده از پل وتستون

در این روش مقاومت مجهول را جایگزین مقاومت R_4 می نماییم ، از دو مقاومت معلوم R_1 و R_2

و یک مقاومت متغیر معلوم R_3 استفاده می نماییم . از رابطه ۱۳ بدست می آید :

$$R_x = \frac{R_2 \times R_3}{R_1} \quad (۱۴)$$

بایاس سنسور های مقاومتی

یکی از کاربرد های پل وتستون ، بایاس سنسور های مقاومتی می باشد . در این روش بهتر است

به دو نکته توجه نماییم .

اولین نکته نول بودن پل در نقطه کار سنسور است بدین معنی که V_{out} برابر صفر باشد تا ولتاژ

خوانده شده مقدار تغییرات کمیت اندازه گیری را نشان دهد و نه خود آن را ، رعایت این نکته سبب می

شود که اگر مقاومت سنسور نسبت به کمیت مورد اندازه گیری به صورت غیر خطی باشد با اندازه

گیری شیب بتوانیم معادله منحنی ورودی-خروجی را با یک خط راست تقریب بزنیم (شکل ۴) . هر چه

بازه ی مورد اندازه گیری کوچکتر باشد ، به خطای کمتری نایل می شویم .

$$\left. \begin{aligned} \Delta R &= \frac{\partial R}{\partial x} \times x \\ a &= \frac{\partial R}{\partial x} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \Delta R = a \times x$$

و اگر سنسور به صورت خطی باشد نول کردن پل موجب می شود با حذف مقدار ثابت اضافی ،

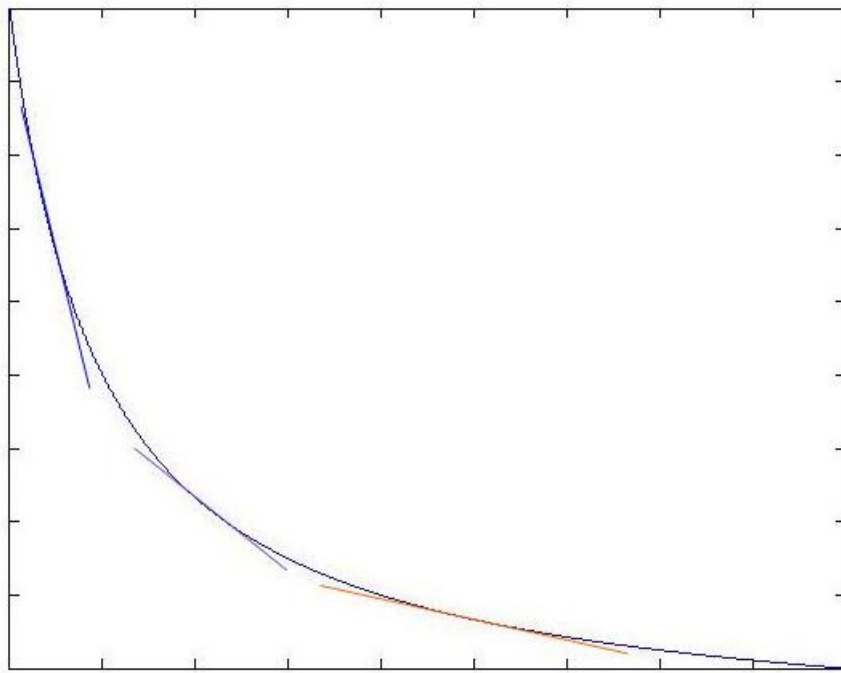
بازه مورد اندازه گیری به طور قابل توجهی افزایش یابد .

$$R = a \times x + b \quad \Rightarrow$$

$$a = \frac{\partial R}{\partial x} \quad \Rightarrow$$

$$\Delta R = a \times x$$

شاید در نگاه اول خطی بودن مزیتی به حساب نیاید. اما اگر به هدف اندازه گیری یعنی کنترل ،
نوجه نماییم در می یابیم برای استفاده از کمیت غیر خطی به کنترلر های غیر خطی نیازمندیم که موجب
افزایش هزینه ها و پیچیدگی محصول نهایی می گردد. از این روی تا حد ممکن از موارد غیر خطی دوری
می نماییم.



شکل 4 - نمونه خطی سازی حسگر های غیر خطی

نکته دوم حذف اثر دما بر اندازه گیری می باشد . می دانیم مقدار مقاومت هر رسانا بر اثر
تغییرات دما تغییر می نماید . مقدار این تغییرات به ضریب گرمایی ویژه ی مواد تشکیل دهنده آن رسانا
وابسته است.

در مقاومت های همگن $R(T) = R(T_0) \times [1 + \alpha \times \Delta T]$

در مقاومت های ناهمگن $R(T) = R(T_0) \times [1 + \sum_{i=1}^{\infty} \alpha_i \times (\Delta T)^i]$

به دلیل این که در پل و تستون از مقاومت استفاده می نماییم اگر این نکته را مورد توجه قرار

ندهیم ، مقدار کمیت اندازه گیری شده تابع دما خواهد بود.

با توجه به دو نکته مورد اشاره یکی از مدارهایی که پیشنهاد می گردد ، استفاده از چهار سنسور در

مدار پل می باشد (شکل ۵ و ۶) . در این مدار فقط یکی از سنسور ها تحت تاثیر کمیت مورد نظر قرار

می گیرد و بقیه سنسور ها جدا از عوامل محیطی در نقش یک مقاومت ظاهر می گردند. با توجه به این

که تمامی سنسور ها دارای مقدار مقاومت یکسانی هستند ، طبق معادله ۱۳ پل ، نول می گردد. همچنین

به دلیل این که سنسور ها از یک جنس می باشند دارای ضریب حرارتی یکسان می باشند بدین طریق

اثر دما از بین خواهد رفت و خروجی از دما مستقل می گردد . لازم به ذکر است این روش یکی از

متداول ترین شیوه های بایاس سنسور ها مقاومتی می باشد.

سنسور های مقاومتی با توجه به نوعشان نسبت به کمیت مورد اندازه گیری واکنش های متفاوتی

از خود بروز می دهند. دسته ای با افزایش کمیت مورد اندازه گیری مقاومتشان افزایش می یابد و دسته

ای دیگر با افزایش کمیت مورد اندازه گیری مقاومتشان کاهش می یابد . به دسته اول سنسور های

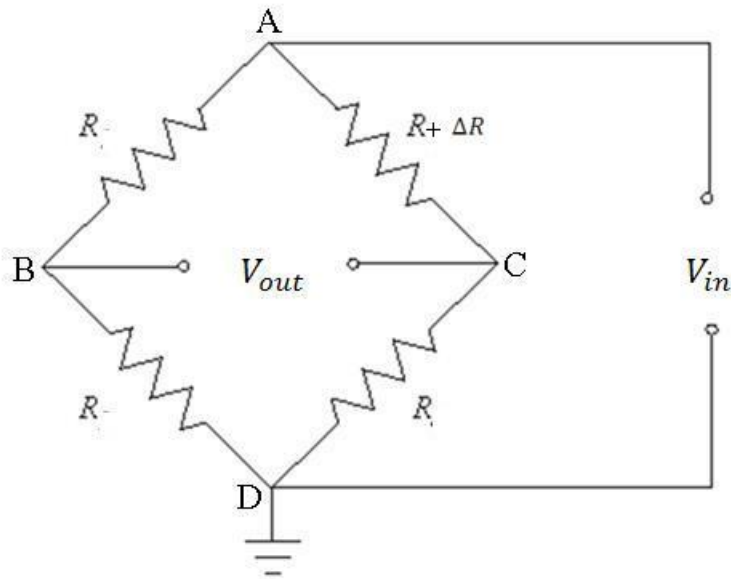
مقاومتی نوع افزایشی و به دسته دوم سنسور های مقاومتی نوع کاهشی گویند. در ادامه به بررسی چگونگی

بایاس هر دسته با پل و تستون می پردازیم.

بایاس سنسور های مقاومتی نوع افزایشی

جهت بایاس سنسور های مقاومتی نوع افزایشی کافی است سنسور موثر را به جای مقاومت R_2

ببندیم . (شکل ۵)



شکل ۵ - بایاس حسگر های مقاومتی نوع افزایشی با استفاده از پل وتستون

از معادله ۱۲ داریم :

$$V_{out} = \left(\frac{R_3}{R_1 + R_3} - \frac{R_4}{R_2 + R_4} \right) \times V_{in}$$

اکنون به جای مقاومت های R_1 و R_3 و مقدار آن ها یعنی R را جایگزین می نماییم و به جای

مقاومت R_2 مقدار $R + \Delta R$ را قرار می دهیم. دقت شود اثر کمیت مورد اندازه گیری با ΔR مدل شده

است.

$$V_{out} = \left(\frac{R}{R + R} - \frac{R}{R + \Delta R + R} \right) \times V_{in} \quad \Rightarrow$$

$$V_{out} = \left(\frac{R}{2 \times R} - \frac{R}{2 \times R + \Delta R} \right) \times V_{in} \quad \Rightarrow$$

$$V_{out} = \left(\frac{1}{2} - \frac{R}{2 \times R + \Delta R} \right) \times V_{in} \quad \Rightarrow$$

$$V_{out} = \frac{(2 \times R + \Delta R) - 2 \times R}{2 \times (2 \times R + \Delta R)} \times V_{in} \quad \Rightarrow$$

$$V_{out} = \frac{\Delta R}{4 \times R + 2 \times \Delta R} \times V_{in} \quad (۱۵)$$

معمولا R در حد چند صد اهم و ΔR در حد چند صدم اهم است لذا با تقریب خوبی خواهیم

داشت :

$$4 \times R \gg 2 \times \Delta R \quad \Rightarrow$$

$$4 \times R + 2 \times \Delta R \approx 4 \times R \quad (۱۶)$$

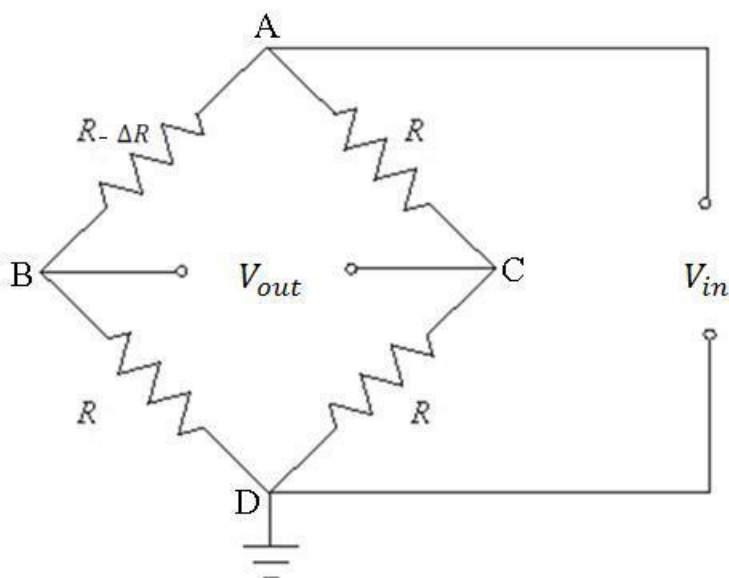
با جایگذاری معادله ۱۶ در معادله ۱۵ داریم :

$$V_{out} \approx \frac{\Delta R}{4 \times R} \times V_{in} \quad (۱۷)$$

بایاس سنسور های مقاومتی نوع کاهشی

جهت بایاس سنسور های مقاومتی نوع کاهشی کافی است سنسور موثر را به جای مقاومت R_1

بیندیم . (شکل ۶)



شکل ۶ - بایاس حسگر های مقاومتی نوع کاهشی با استفاده از پل وتستون

از معادله ۱۲ داریم :

$$V_{out} = \left(\frac{R_3}{R_1 + R_3} - \frac{R_4}{R_2 + R_4} \right) \times V_{in}$$

اکنون به جای مقاومت های R_2 و R_3 و R_4 مقدار آن ها یعنی R را جایگزین می نماییم و به جای مقاومت R_1 مقدار $R - \Delta R$ را قرار می دهیم. دقت شود اثر کمیت مورد اندازه گیری با ΔR مدل شده است.

$$V_{out} = \left(\frac{R}{R - \Delta R + R} - \frac{R}{R + R} \right) \times V_{in} \quad \Rightarrow$$

$$V_{out} = \left(\frac{R}{2 \times R - \Delta R} - \frac{R}{2 \times R} \right) \times V_{in} \quad \Rightarrow$$

$$V_{out} = \left(\frac{R}{2 \times R - \Delta R} - \frac{1}{2} \right) \times V_{in} \quad \Rightarrow$$

$$V_{out} = \frac{2 \times R - (2 \times R - \Delta R)}{2 \times (2 \times R - \Delta R)} \times V_{in} \quad \Rightarrow$$

$$V_{out} = \frac{\Delta R}{4 \times R - 2 \times \Delta R} \times V_{in} \quad (18)$$

همان طور که پیش تر اشاره گردید. معمولا R در حد چند صد اهم و ΔR در حد چند صدم اهم است بنابراین با تقریب خوبی خواهیم داشت :

$$4 \times R \gg 2 \times \Delta R \quad \Rightarrow$$

$$4 \times R - 2 \times \Delta R \approx 4 \times R \quad (19)$$

با جایگذاری معادله ۱۹ در معادله ۱۸ داریم :

$$V_{out} \approx \frac{\Delta R}{4 \times R} \times V_{in} \quad (20)$$

پل وتستون جریان متناوب

آن چه تا کنون ذکر شد همگی بر مبنای حالت جریان مستقیم بود. اگر چه گروهی بسیاری از سنسورها، در زمره ی سنسور های مقاومتی قرار می گیرد ولی در بسیاری از موارد ما با سنسور های غیر مقاومتی مانند سنسور های خازنی و سنسور های القایی و ... مواجه می شویم. این موارد را نیز می توان با پل وتستون بایاس نمود. اگر در روابط بالا به جای مقاومت ها از امپدانس و به جای ولتاژ ثابت از ولتاژ سینوسی استفاده نماییم. می توان از تمامی توضیحات و فرمول های محاسبه شده، بهره برد.

نتیجه گیری :

امروزه در صنایع و آزمایشگاه ها برای انجام کنترل و یا تحقیقات بسیار به اندازه گیری کمیت های فیزیکی مختلف نیازمندیم . برای این منظور از سنسور ها بهره می بریم یکی از روش های متداول جهت بایاس سنسور ها ، استفاده از مدار پل وتستون می باشد. که در این مقاله به شرح این مورد پرداختیم و سپس دو روش استفاده از پل وتستون را مطرح نمودیم . قطعاً روش های متعدد دیگری جهت استفاده از پل وتستون وجود دارد که اندازه گیری را دقیق تر می نماید . علاقه مندان به مطالعه این روش ها را به منابع ذکر شده در آخر مقاله رجوع می دهیم . همان طور که گفته شد . ولتاژ خروجی به صورت تفاضلی می باشد و همچنین سیگنال ضعیفی است و نیاز به تقویت دارد . جهت استفاده از پل وتستون ، آشنایی با مدارات تقویت کننده تفاضلی به خصوص تقویت کننده ابزار دقیق الزامی است . در پایان امید است با خواندن این مقاله معلومات شما در مورد پل وتستون و اندازه گیری کمیت ها توسط سنسور ها بیش از گذشته شده باشد.

منابع:

- [۱] دکتر طباطبایی یزدی ، ابزار دقیق ، دانشگاه فروسى مشهد
- [۲] پروفیسور مانوس چانیوتاکیس ، پروفیسور دیوید کوری و دکتر امید هاشمی پور ، مقدمه ای بر الکترونیک ، سیگنال و اندازه گیری ، دانشگاه صنعتی ماساچوست
- [3] Curtis D. Johnson , Process Control Instrumentation Technology 8th e. , Prentice-Hall , 2006
- [4] Walt Jung , Op Amp Applications Handbook , Elsevier , 2005
- [5] <http://cnx.org/content/m13779/latest>
- [6] http://www.efunda.com/designstandards/sensors/methods/wheatstone_bridge.cfm