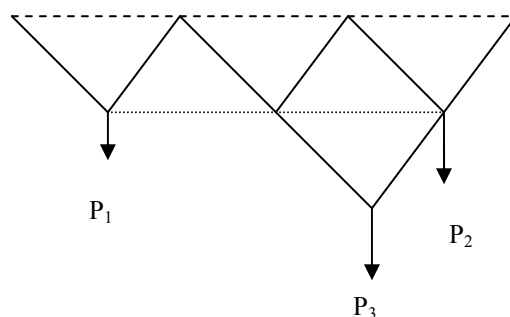


فصل چهارم

پایداری در سیستم های قدرت

Power Systems Stability

برای يك شبکه در حالت عادي می توان ولتاژها و جریانها را حساب کرد. وقتی بار جدیدی را از شبکه حذف و یا به آن اعمال کنیم و یا اتصال کوتاه در شبکه ایجاد شود و در اینحال تغییراتی در شبکه ایجاد خواهد شد که اگر این تغییرات بطور تدریجی و آهسته باشد ممکن است شبکه تحمل کرده و به شرایط دیگر از پایداری برسد ولی اگر شبکه نتواند این تغییرات را تحمل کند، اجباراً با آمدن بار جدید شبکه فرو ریخته و ناپایدار خواهد شد. ژنراتورهای موجود در شبکه چون سنکرون بوده و برای حالت های دینامیکی حساس هستند اگر تغییرات ناگهانی پیش آید و در حالی که بارها ثابتند ژنراتوری از مدار خارج شده، موجب خواهد شد قدرت آن ژنراتور به روی دیگر ژنراتورها تحمیل شده و زاویه بارها و فلوهای ژنراتورهای دیگر افزایش یابد. در این حال قدرت توربینها باید بیشتر شود. افزایش قدرت ژنراتور با افزایش زاویه بار انجام خواهد شد. در این حال اگر زاویه بار به حد 60° (زاویه بار بحرانی) برسد، با افزایش از مقدار 60° به بعد و باتوجه به رابطه $P = \frac{EV}{X} \sin \delta$ این کار باعث کاهش P خواهد بود و ژنراتور نخواهد توانست این بار تحمیل شده را تحمل کند. در مواقع پیک بار (شب) کنترل شبکه مهم است چرا که اگر نتوان پایداری کل شبکه را ایجاد کرد، بایستی قسبتي از شبکه را از مدار خارج کرد.



پایداری سیستم دوشینه یا دوماشینیه را بحث و بررسی خواهیم کرد. اگر از سقفي وزنه هايي را از بعضي نقاط يك شبکه توري آویزان کرده باشیم، اگر طنابي از نقطه اي قطع شود، وضع ایستايي شبکه فرق خواهد کرد و سیستم وضعیت دیگری برای تحمل وزنه ها برای خود ایجاد می کند. اما اگر طناب اصلي از سیستم قطع شود، ممکن است شبکه تحمل نکرده و از هم بپاشد و یا ممکن است وزن وزنه ها را زیاد کنیم که در نهایت سیستم تا حدی می تواند افزایش تدریجی را تحمل کند. ولی اگر اضافه کردن وزنه از يك حد افزایش یابد ممکن است بعضي از طنابها و یا حتي خود سیستم از هم بپاشد.

انواع پایداری

(۱) استاتیکی (ماندگار)

در این نوع پایداری تغییرات بصورت تدریجی و کم دامنه می باشد. در بررسی پایداری ماندگار از مدل ماشین ساده (بصورت یک منبع ولتاژ) برای ژنراتور سنکرون استفاده می شود. در این حالت، حد پایداری ماندگار ماشین سنکرون بصورت زاویه بار بحرانی ماشین (δ_C) زاویه قبل از خارج شدن ماشین از حالت سنکرونیزاسیون تعریف می شود. پایداری استاتیکی به شرایط بهره برداری سیستم قدرت اعم از تولید، انتقال و مصرف بستگی دارد.

(۲) - دینامیکی

مسائل مربوط به پایداری استاتیکی و دینامیکی تقریباً یکسان می باشند. در پایداری دینامیکی نیز تغییرات بصورت تدریجی و جزئی در شبکه اتفاق می افتد. تغییرات زمانی در پایداری دینامیکی از حدود چند ده ثانیه تا چند دقیقه می باشد. در پایداری دینامیکی اثرات سیستم تحریک و سیستم گاورنر نیز در مدل ماشین سنکرون بررسی می شوند. پایداری دینامیکی با استفاده از پایدارسازهای سیستم قدرت PSS بهبود می یابد. وجود تغییرات تدریجی و کوچک باعث ایجاد نوسانات طبیعی در شبکه می شود. هرگاه دامنه نوسانات کم باشد در آنصورت نوسانات در زمان کوتاه مستهلک شده و پایداری دینامیکی واقع می شود. هرگاه دامنه نوسانات زیاد باشد در آنصورت نوسانات در زمان طولانی ادامه یافته و ناپایداری دینامیکی ایجاد می گردد.

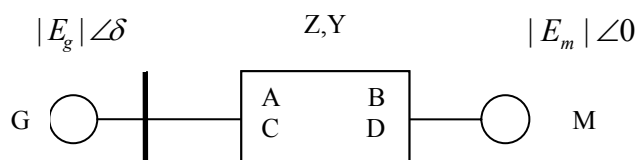
(۳) - گذرا (Transient)

پایداری گذرا در اثر وقوع تغییرات و اختلال ناگهانی و شدید در سیستم شامل اتصال کوتاه، خروج بار، قطع خط، خروج ژنراتور و ... ایجاد می شود. تغییرات زمانی در پایداری گذرا در حدود چند صدم ثانیه تا چند ثانیه می باشد. در مساله پایداری گذرا، سرعت ماشین سنکرون در اثر تغییرات شدید قدرت الکتریکی و زاویه قدرت نقاط مختلف سیستم تغییر می یابد. در صورت عدم برطرف شدن عیب، ماشین های سنکرون در شبکه از سنکرونیزاسیون خارج می شود. در صورت برطرف شدن عیب شبکه به شرایط پایداری استاتیکی

قبل از وقوع غیب برگشته و در غیر اینصورت با قطع محل عیب از شبکه با حفظ یکپارچگی شبکه به شرایط پایداری استاتیکی بعدی خواهیم رفت.

پایداری ماندگار

در بررسی پایداری فرض می شود ژنراتوری را با خط انتقال بلندی به یک بار وصل کرده ایم. ژنراتور با یک خط بلند به یک بار موتور (سیستم یک ماشین متصل به شبکه ∞) در نظر گرفته می شود.



$$\begin{bmatrix} \bar{E}_g \\ \bar{I}_g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{A} & \bar{B} \\ \bar{C} & \bar{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{E}_m \\ \bar{I}_m \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} \bar{E}_g = \bar{E}_m \cosh \bar{\gamma} \ell + \bar{I}_m \bar{Z}_c \sinh \bar{\gamma} \ell \\ \bar{I}_g = \frac{\bar{E}_m}{\bar{Z}_c} \sinh \bar{\gamma} \ell + \bar{I}_m \sinh \bar{\gamma} \ell \end{cases}$$

$$\bar{\gamma} = \alpha + j\beta, \quad \bar{Z} = R + j\omega L, \quad \bar{Y} = G + j\omega C, \quad \bar{Z}_c = \sqrt{\frac{\bar{Z}}{\bar{Y}}}, \quad \bar{\gamma} = \sqrt{\bar{Z}\bar{Y}}$$

$$\begin{cases} \bar{A} = \cosh \bar{\gamma} \ell = \bar{D} & \bar{A}\bar{D} - \bar{B}\bar{C} = 1 \\ \bar{B} = \bar{Z}_c \sinh \bar{\gamma} \ell & \bar{C} = \frac{1}{\bar{Z}_c} \sinh \bar{\gamma} \ell \end{cases}$$

$$\bar{A} = \bar{D} = 1 + \frac{\bar{Z}\bar{Y}}{2}, \quad \bar{B} = \bar{Z}(1 + \frac{\bar{Z}\bar{Y}}{6}), \quad \bar{C} = \bar{Y}(1 + \frac{\bar{Z}\bar{Y}}{6})$$

$$\bar{S}_g = P_g + jQ_g = \bar{E}_g I_g^* = \frac{|A| |\bar{E}_g|^2}{|B|} \angle b - a - \frac{|E_m| |\bar{E}_g|}{|B|} \angle b + \delta$$

$$\bar{A} = |A| \angle a \quad \bar{B} = |B| \angle b \quad \bar{C} = |C| \angle c \quad \bar{D} = |D| \angle d$$

$$\bar{E}_g = |E_g| \angle \delta \quad \bar{E}_m = |E_m| \angle 0 \quad \bar{A} = \bar{D} \quad \bar{A}\bar{D} - \bar{B}\bar{C} = 1$$

اگر بتوانیم δ را تغییر دهیم:

$$\cos(b + \delta) = -1 \Rightarrow b + \delta = \pi \Rightarrow (P_g \rightarrow P_g|_{\max})$$

$b \approx \frac{\pi}{2}$ بنابراین وقتی b به حدود 90° رسید قدرت ماکزیمم از فرستنده گرفته می شود در این صورت داریم:

$$\bar{B} = jX = X \angle 90$$

$$|B| = X$$

$$b = 90$$

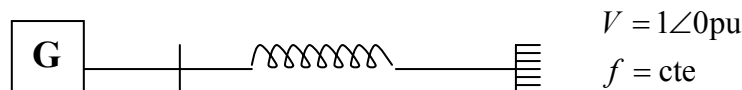
مقدار P_g همچنین وقتی به مقدار حداکثر خود خواهد رسید که داشته باشیم:

$$a = 0$$

$$|A| = |D| = 1$$

همچنین برای خطوط کوتاه $A = D = 1, B = Z, C = 0$ یعنی از مقاومت خط صرف نظر می شود.

برای یک ژنراتور که به شین ∞ وصل شده است داریم:



$$\bar{E} = jX_s \bar{I} + \bar{V}$$

$$\begin{cases} D = A = 1 \\ B = jX_s \\ C = 0 \end{cases}$$

$$P_{eg} = \frac{|E||V|}{X_s} \sin \delta$$

$$Q = \frac{|E|}{X_s} (|E| - |V| \cos \delta)$$

$$P_{ij} = \frac{|A|}{|B|} |V_i|^2 \cos(b-a) - \frac{|V_i||V_j|}{|B|} \cos(b+\delta)$$

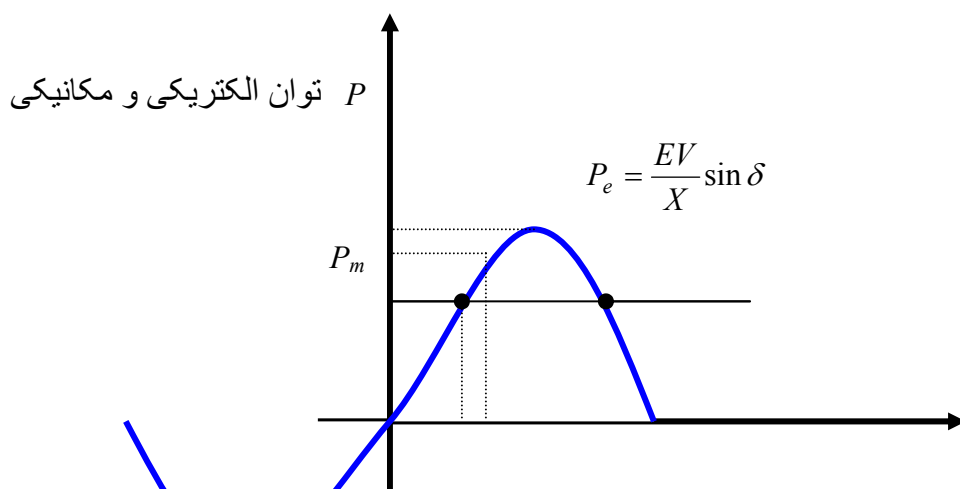
$$Q_{ij} = \frac{|A|}{|B|} |V_i|^2 \sin(b-a) - \frac{|V_i||V_j|}{|B|} \sin(b+\delta)$$

پس تغییرات قدرت برای یک ژنراتور بصورت تغییرات سینوسی از δ است.

$$P_m = P_e + P_{loss}$$

$$P_{loss} \rightarrow 0$$

اگر از تلفات مکانیکی ژنراتور صرف نظر شود آنگاه خواهیم داشت $P_m = P_e$ (معادله نوسان در حالت پایدار)

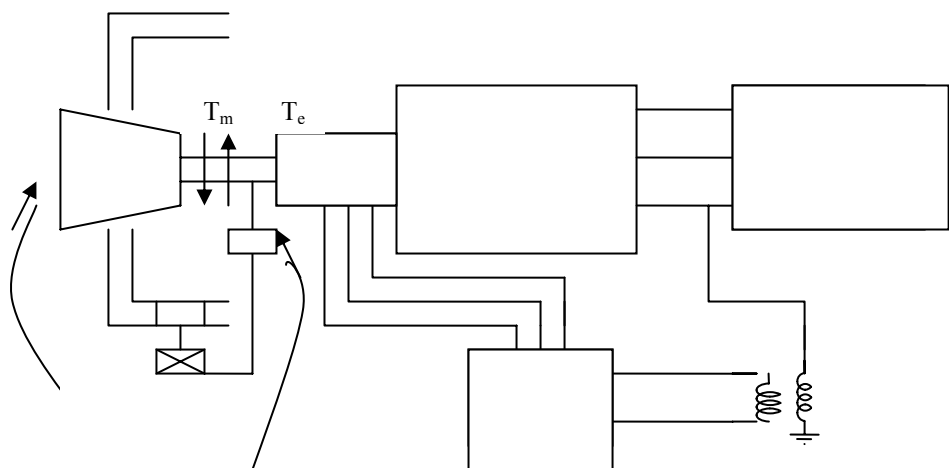


در حالت پایداری در رسیدن تغییرات زاویه صفر خواهیم داشت: $\Delta\delta = 0$

P_m را تا جایی می توان افزایش داد تا δ به ۹۰ درجه برسد و از این محدوده به بعد ژنراتور از حالت پایداری خارج می شود. اگر افزایش قدرت تدریجی باشد زاویه بار فرصت پیدا خواهد کرد تا خروجیش را با شرایط جدید تطبیق دهد ولی تا محدوده ۹۰° (مرحله استاتیکی) میتوان آنرا زیاد کرد. پایداری دینامیکی یکدفعه (لحظه ای) خواهد بود و افزایش قدرت از ۶۰٪ بار تا ۹۵٪ بار خواهد بود. هر چند شاید امکان نداشته باشد ولی این افزایش به صورت تدریجی رخ می دهد. پس برای پایداری در یک شبکه قدرت ایجاد شود افزایش تدریجی قدرت توصیه می شوند نه افزایش دفعه ای.

کنترل قدرت اکتیو

گاورنر بصورت یک سیستم مکانیکی خود کار عمل می کند و از روی شفت توربین کم سرعتی یا پرسرعتی آنرا با فرمان دادن به شیر اصلی بخار تنظیم میکند

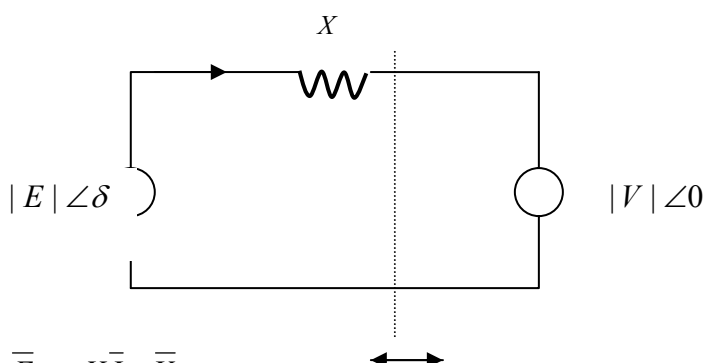


با افت ولتاژ در یک فاز اثر آن در ثانویه ترانس مشاهده شده و با تنظیم کننده ولتاژ به تحریک کننده، فرمان افزایش ولتاژ داده یا با افزایش ولتاژ در خروجی فرمان کاهش تحریک را می دهد (سیستم خودکار الکتریکی) نتیجه:

- ۱- توان مکانیکی تبدیلی به توان الکتریکی توسط شیر بخار کنترل شود (تنظیم قدرت).
- ۲- ولتاژ ترمینال ماشین توسط تنظیم کننده یا رگولاتور ولتاژ کنترل می شود (تنظیم ولتاژ).

مدل تك ماشينه

اتصال ژنراتور به شين بي نهايت:



$$\bar{E} = jX\bar{I} + \bar{V}$$

$$\bar{S} = \bar{V}\bar{I}^* = \bar{V}\left(\frac{\bar{E}}{jX}\right)^*$$

$$\begin{aligned}\bar{S} &= \frac{|E||V|}{X} \angle 90^\circ - \delta - j \frac{|V|^2}{X} \\ &= \frac{|E||V|}{X} \sin \delta + j \left(\frac{|E||V|}{X} \cos \delta - \frac{|V|^2}{X} \right) \\ &= P + jQ\end{aligned}$$

توان اکتیو و راکتیو که یک ژنراتور به شبکه تحویل می دهد به صورت زیر است:

$$P = \frac{|E||V|}{X} \sin \delta \quad Q = \frac{|E||V|}{X} \cos \delta - \frac{|V|^2}{X}$$

با باز کردن هر چه بیشتر شیر اصلی توربین T_m و نهایتاً افزایش می یابد. لذا P_e و T_e نیز افزایش می یابد از آنجائیکه $|E|, |V|, X$ ثابت هستند δ افزایش خواهد یافت.

$$P_m \rightarrow \langle P'_m \Rightarrow \delta_0 \rightarrow \langle \delta' \rangle$$

پس با افزودن توان از P_m به P'_m زاویه δ نیز از δ_0 به δ' افزایش خواهد یافت. برای P بایستی حدی قابل شد و این حد (P_{\max}) همان حد پایداری استاتیکی نامیده می شود که مقدار آن برابر است با:

$$P_{\max} = \frac{EV}{X} \quad \sin \delta = 1 \quad \delta = 90^\circ$$

$$\delta = \delta_c \text{ زاویه بحرانی}$$

اگر به فرض توان مکانیکی P_m از حد فوق فراتر رود ژنراتور از حالت سنکرونیزاسیون خارج می شود. برای جلوگیری از این امر در شبکه های قدرت ژنراتورها تحت زاویه کوچکی حدوداً 10° الی 20° کار می کنند. از نظر پایداری زاویه بار ژنراتور هر چقدر کمتر باشد بهتر است. اگر دومین سیستم کنترل را در نظر بگیریم (تنظیم ولتاژ) با افزایش توان راکتیو تقاضا Q_D ، چون V, X, δ ثابت فرض می شوند با افزایش تحریک ژنراتور E زیاد شده نتیجتاً Q زیاد می شود (با افزایش E ، P نیز افزایش می یابد اما چون ثابت زمان

مکانیکی را بیشتر از الکتریکی فرض کرده ایم شیر بخار و گاورنر نمی تواند به سرعت عمل کند) پس Q زیاد شده و قدرت راکتیو تحویلی به شبکه افزایش می یابد.

مثال - ژنراتور مربوط به سیستم فوق تحت شرایط نامی، ضریب قدرت 0.8 پس فاز کار می کنند $X=0.7\text{ pu}$ بر مبنای ولتاژ و قدرت نامی ژنراتور ($\cos \varphi = 0.8 \text{ lag}$)

الف - محاسبه δ, E, Q, P

ب - شیربخار را باز کنیم تا P بیشتر از 20% زیاد شود فرض الف را تکرار کنید.

ج - سیستم را به فرض الف بازگردانده و حال تحریک کننده را طوری تنظیم می کنیم که E به میزان 20% زیاد شود. مجدداً فرض الف را تکرار کنید.

$$\bar{V} = 1 \angle 0 \text{ pu}$$

$$\cos \varphi = 0.8 \quad \varphi = \arccos 0.8 = 36.9^\circ$$

$$\bar{I} = 1 \text{ pu} \angle -36.9^\circ = 0.8 - j0.6$$

$$\bar{E}_0 = jX\bar{I}_0 + \bar{V} = j0.7(0.8 - j0.6) + 1 = 1.42 + j0.56$$

$$= 1.53 \angle 21.5^\circ = \delta_0$$

$$= |E| \angle \delta_0$$

$$P_0 = \frac{E_0 V}{X} \sin \delta_0 = \frac{1.53 \times 1}{0.7} \sin 21.5^\circ = 0.8$$

$$Q_0 = \frac{E_0 V}{X} \cos \delta_0 - \frac{V^2}{X} = \frac{1.53 \times 1}{0.7} \cos 21.5^\circ - \frac{1^2}{0.7} = 0.6$$

ب- افزایش قدرت اکتیو نتیجه خواهد داد:

$$P_1 = 1.2 P_0 = 1.2(0.8 \text{ pu}) = 0.96 \text{ pu}$$

$$E_1 = E = 1.53 \text{ pu}$$

$$\sin \delta_1 = \frac{P_1 X}{E_1 V} = \frac{0.96 \times 0.7}{1.53 \times 1} \rightarrow \delta_1 = 26.1^\circ$$

افزایش δ نتیجه شده است. همچنین کاهش قدرت راکتیو نتیجه شده است:

$$Q_1 = \frac{1.53 \times 1}{0.7} \cos 26.1^\circ - \frac{1^2}{0.7} = 0.535 \text{ pu}$$

بنابراین با E ثابت، افزایش P به میزان 20% کاهش 11% در Q را به ما خواهد داد.

(ج) با فرض اینکه تغییرات E بلافاصله روی P اثر نمی گذارد. با ثابت نگه داشتن P بر روی تحریک عمل کرده و 20% درصد نیروی محرکه را افزایش می دهیم در نتیجه قدرت راکتیو را نیز افزایش داده ایم.

$$P_2 = 0.8 \quad \Delta P = 0$$

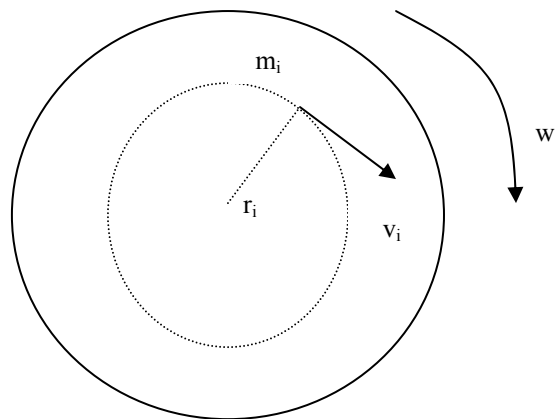
$$E_2 = 1.2 E_0 = 1.84$$

$$\delta_2 = \arcsin \frac{0.8 \times 0.7}{1.84 \times 1} = 17.8^\circ$$

$$Q_2 = \frac{1.84 \times 1}{0.7} \cos 17.8 - \frac{1^2}{0.7} = 1.07 pu$$

افزایش بیش از ۴۴ %

موقعی که ناپایداری در شبکه روی می دهد از حالت دینامیکی می گذریم. حال روتوری که با سرعت ω می چرخد با تغییراتی در شبکه، تغییرات در سرعت را خواهد داشت. باید دید این تغییرات چگونه است. جرم کوچک m_i در داخل سیلندر نیز با سرعت ω می چرخد.



$$\omega = \frac{d\theta}{dt}$$

$$v_i = r_i \omega = r_i \frac{d\theta}{dt}$$

$$\gamma_i = \frac{dv_i}{dt} = r_i \frac{d\omega}{dt} = r_i \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

نیروی جزیی که روی جرم اعمال می شود. $F_i = m_i \gamma_i = m_i r_i \frac{d^2\theta}{dt^2}$

کوپلی که این جرم جزیی بوجود می آورد $\Gamma_i = F_i r_i = m_i r_i^2 \frac{d^2\theta}{dt^2}$

تمامی جرمهایی که سیلندر را پر کرده و کوپل هایی که تشکیل می دهند برابر است با (n جرم جزئی):

$$\Gamma_T = \sum_{i=1}^n m_i r_i \frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{d^2\theta}{dt^2} \sum_{i=1}^n m_i' r_i^2$$

اگر $w = cte$

$$\Gamma_T = J \cdot \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

کار جزیی که جرم جزیی انجام می دهید.

$$dw_i = F_i (r_i d\theta)$$

$$p_i = \frac{dw_i}{dt} = \frac{F_i r_i d\theta}{dt} = F_i r_i \cdot \omega$$

$$P_T = \sum P_i = \omega \sum F_i r_i = \omega \cdot \Gamma_T$$

انرژی جنبشی روتور برحسب ممان اینرسی و سرعت زاویه ای

$$[MJ]E_k = \frac{1}{2}J\omega_m^2 = \frac{1}{2}M\omega_m = \frac{1}{2}M\omega_e$$

H ثابت اینرسی ماشین سنکرون است که برابر است با نسبت انرژی جنبشی ذخیره شده در سرعت نامی به قدرت نامی ماشین. در مطالعه پایداری سیستم ها معمولاً از ثابت اینرسی ماشین ها استفاده می شود. در شرایط نامی $W_m = W_s$

$$H_n = \frac{E_{k,n}}{S_n} \left[\frac{MJ}{MVA} \right] \left[\frac{MW \sec}{MVA} \right]$$

اگر قدرت مبنای سیستم S_b با قدرت نامی ماشین متفاوت باشد $S_b H$ جایگزین $S_n H_n$ می شود

$$E_k = S_n H_n = S_b H$$

$$M = \frac{2S_b H}{\omega_s}$$

در اینجا ω_s و مقادیر زاویه ای بصورت مکانیکی هستند

$$M = \frac{S_b H}{\pi f} \left[\frac{MJ \sec}{rad} \right] = \frac{S_b H}{180 f_s} \left[\frac{MJ \sec}{deg} \right]$$

$$P_m - P_e = M\alpha = \frac{S_b H}{\pi f_s} \alpha \quad \frac{-deg}{s^2}$$

با تقسیم بر S_b بصورت پریونیت تبدیل می شود

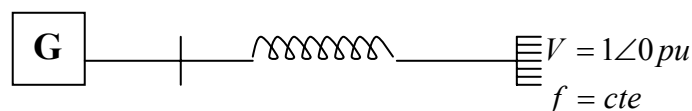
$$M' = \frac{M}{S_b} = \frac{H}{\pi f_s} \left[\frac{sec^2}{rad} \right]$$

$$P_m - P_e = M' \alpha = \frac{H}{\pi f_s} \alpha = \frac{H}{180 f_s} \left[\frac{sec^2}{deg} \right]$$

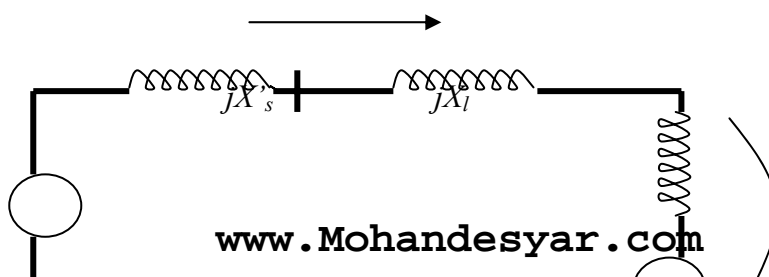
مزیت استفاده از H بجای E_k آن است که H مستقل از اندازه ماشین بوده و مقدار معمول آن در ماشین ها بین ۲ تا ۸ است.

مدل تک ماشینه

فرض می کنیم یک ژنراتور به شین بی نهایت (با ولتاژ ۱ پریونیت و فاز صفر و راکتانس X_l) وصل باشد.



در حالت اتصال کوتاه و اختلال داریم:



$$\omega_s = \omega_{rm} + \frac{d}{dt}(\delta_m - \delta'_m) \quad \omega_{rm} = \omega_{reference\ machine}$$

$$\omega_m = \omega_{rm} + \frac{d\delta_m}{dt}$$

$$\omega = \omega_r + d\delta / dt$$

حال اگر اتصال کوتاه ۳ فاز پیش آید تمام قدرت به قدرت راکتیو تبدیل می شود ولی اگر تک فاز باشد علاوه بر قدرت راکتیو به زمین، قدرت اکتیو هم به شبکه داده می شود.

$$P_m - P_e = P_a$$

توان شتاب دهنده برابر است با توان مکانیکی روی شفت موتور منهای توان الکتریکی داده شده به شبکه در طول اختلال

با توجه به اینکه موتور یک اینرسی دارد و نمی تواند زاویه بار خود را دفعاً تغییر دهد باید بتدریج اینکار صورت گیرد و این عمل بوسیله توان Pa صورت می گیرد.

$$P_a = \omega_m T_a = \omega_m J \alpha$$

$$\text{Accelerating Power} = P_a [\text{MW}] \text{ or } [\text{MJsec/rad}_{\text{elect}}] \\ \alpha [\text{rad}_{\text{elect}} / \text{sec}^2]$$

$$J [\text{MJsec}^2 / \text{rad}^2 \text{ elec or mech}] \text{ or}$$

ممان اینرسی ماشین

$$[\text{Kgm}^2]$$

ممنتم زاویه ای ماشین (اندازه حرکت زاویه ای ماشین)

$$= M [\text{MJsec/rad elec or mech}]$$

$$\omega_m J$$

$$P_a = P_m - P_e = \omega_m J \frac{d\omega}{dt} + \text{اصطکاک}$$

$$P_a = \omega_m T_m - \omega_m T_e = \omega_m \left\{ \begin{matrix} \text{mech} \\ \text{elect} \end{matrix} J \right\} \left\{ \begin{matrix} \text{mech} \\ \text{elect} \end{matrix} \frac{d\omega}{dt} \right\} \left\{ \begin{matrix} \text{elect} \\ \text{elect} \end{matrix} \right\} + \text{اصطکاک}$$

$$P_a = P_m - P_e = \omega_m J \frac{d}{dt} \left(\omega_r + \frac{d\delta}{dt} \right) \quad \omega_r = \omega_{reference} \quad \omega_{re} = \omega_{reference\ electrical} = \omega_s$$

$$P_a = P_m - P_e = \omega_m J \left(d \frac{\omega_r}{dt} + \frac{d^2 \delta}{dt^2} \right)$$

و با فرض صفر بودن اصطکاک و ثابت بودن ω_r داریم:

معادله نوسان ماشین سنکرون

$$P_a = P_m - P_e = M \left(\frac{d^2 \delta}{dt^2} \right) = M \left(\frac{d\omega}{dt} \right) = M\alpha$$

$$P_a = P_m - P_e = M\alpha$$

$$P_a = P_m - \frac{EV}{X} \sin \delta = M \frac{d\omega}{dt}$$

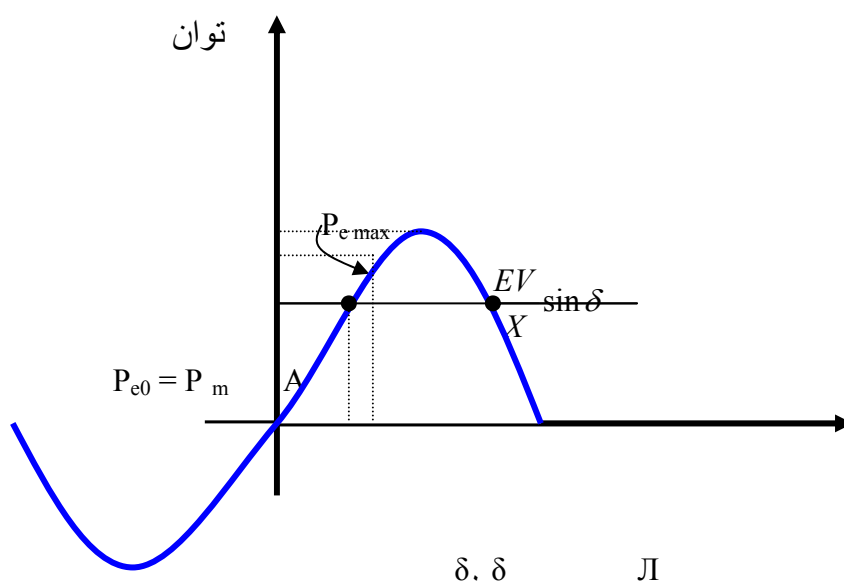
$$P_a = P_m [\text{pu}] - \frac{EV}{X} \sin \delta_{elect} = M \frac{d^2 \delta}{dt^2} \Rightarrow \delta(t)$$

با حل معادله دیفرانسیل فوق می توان δ را بر حسب زمان رسم نمود و پس از این مورد کار ساده است. چون می خواستیم ببینیم δ_m تغییراتش با زمان چگونه است و آیا حالت دینامیکی یا گذرا است و پاسخ به چه صورتی است و در حالت کلی مسئله پایداری به این صورت حل می شود.

فرض می کنیم که ژنراتوری طبق رابطه زیر به شبکه ای قدرتی را تحویل می دهد.

$$P_m = P_e = \frac{EV}{x} \sin \delta$$

این رابطه فقط در حالت استاتیکی صدق می کند. چون ω ثابت است پس $\omega = \frac{d\omega}{dt}$



مثال - يك توربور ژنراتور چهار قطبي، با فرکانس ۵۰ هرتز، توان نامي MVA ۲۰ و ولتاژ نامي kv ۱۱ داراي ثابت اينرسي ماشين برابر $H=9 \text{ Mw.S/MVA}$ است. هر گاه قدرت ورودي مكانيكي با در نظر گرفتن تلفات برابر ۲۶۸۰۰ hp و قدرت الكتريكي MV ۱۶ باشد مقدار شتاب روتور را بدست آوريد.

$$P_M = 26800 \times 746 \times 10^{-6} = 19.99 \text{ MW}$$

$$P_e = 16 \text{ MW}$$

$$P_a = P_M - P_e = 19.99 - 16 = 3.99 \text{ MW}$$

$$S = 20 \text{ MVA}, H = 9 \text{ S}$$

$$M = \frac{SH}{\pi f} = \frac{20 \text{ M} \times 9}{\pi \cdot 50} = 1.146 \text{ Mws}^2 / \text{rad}(\text{elect})$$

$$P_a = M \frac{d^2 \delta}{dt^2} \Rightarrow 1.146 \frac{d^2 \delta}{dt^2} = 3.99$$

$$\alpha = \frac{d^2 \delta}{dt^2} = 3.48 \quad \text{rad}(\text{elect}) / \text{s}^2 = 199.5 \text{ deg}(\text{elect}) / \text{s}^2$$