فصل دوم

مولفه هاي متقارن

Symmetrical Components

۱-۲ تجزیه سیستم n فازه نامتعادل با مولفه های متقارن

براي شناختن يک بردار در فضا بهتر است آنرا بر روي سه محور تصوير کرد و مولفه هاي آنرا بدست آورد. شبکه ممکن است در يک نقطه نامتعادل باشد يعني در يک نقطه اتصال کوتاهي رخ داده و شبکه نامتعادل گردد. در اين حال جريان عبوري از فاز معيوب، از دو طرف بايد حساب شده و قدرت کليدهاي قطع نيزبايستي محاسبه شوند تا در کمترين مدت زمان اين قسمت از شبکه را از خط خارج کنند درغير اينصورت ژنراتور سنکرون بحالت غير سنکرون رسيده و بطور تصادفي به حالت قطع و خاموشي خواهد رفت. براي حساب کردن قدرت قطع کليدهاي قدرت بايد محاسبات سيستم سه فاز را در حالت نامتعادلي انجام دهيم. راه عاميانه و سنتي، حل شبکه از طريق محاسبات گره ومش (kclوkvl) است.اما به علت وسعت شبکه و همينطور قرار گرفتن در وضعيت نا متعادلي محاسبات مشکل خواهد بود. يک سيستم n فاز نامتعادل، قابل تجزيه به n سيستم n فازه متعادل است. براي اين منظور از روش مولفه هاي متقارن که در سال ۱۹۱۸ ميلادي توسط فورتسکيو (Fortesque) معرفي شد استفاده خواهد شد.

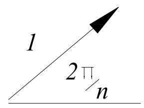
در اين روش، يک سيستم n فازه نا متعادل به n سيستم n فازه متعادل و بر مبناي بردار اپراتور ترتيب که در زير بيان شده، تجزيه خواهد شد.

$$\overline{a}_n = \text{Sequence Operator for } n \text{ Phase System}$$

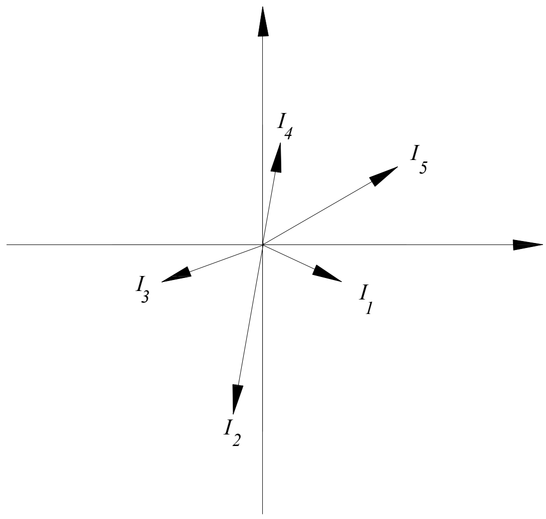
$$\overline{a}_n = e^{j\frac{2\pi}{n}}$$

$$\overline{a}_n = 1\angle 2\pi/n$$

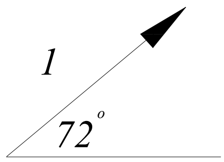
$$\overline{a}_n^{\,n} = 1\angle 0 \qquad \overline{a}_n^{\,0} = 1\angle 0$$



بعنوان مثال فرض میکنیم که در یک سیستم ۵ فازه نامتعادل جریانها به صورت زیر است:



این سیستم ۵ فازه نامتعادل را مي شود به ۵ سیستم ۵ فازه متعادل تبدیل کرد. بردار $\bar{a}_5 = e^{j2\pi/5}$ در زیر نشان داده شده است.



-۷ سیستم ۵ فازه ترتیب صفر یا ترتیب ۵ (با فرض بردار فاز ۱ $\bar{I}_{\mathrm{V},1}$)

فاز ۲= بردار یک یا فاز ۱ را ۵ بار در جهت مثلثاتي به $\bar{a}_5 = e^{j2\pi/7 = j72^\circ}$ ضرب مي کنیم

فاز۳= فاز ۲ را ۵ بار در جهت مثلثاتي به $\bar{a}_5$ ضرب مي کنیم.

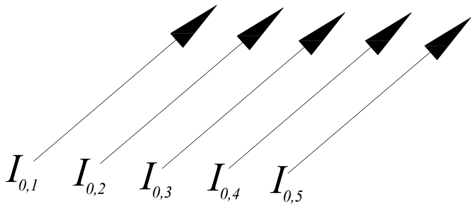
فاز۴= فاز ۳ را ۵ بار در جهت مثلثاتي به $\bar{a}_5$ ضرب مي کنیم.

فاز۵= فاز ۴ را ۵ بار در جهت مثلثاتي به $\bar{a}_5$ ضرب مي کنیم.

$$\bar{I}_{0,i} = \bar{a}_5^0 \bar{I}_{0,i-1} = \bar{I}_{0,i-1}$$

$$\bar{I}_{\mathrm{V},i} = \bar{a}_5^5 \bar{I}_{\mathrm{V},i-1} = \bar{I}_{\mathrm{V},i-1} \qquad i = 2,3,\ldots,5$$

$$\bar{a}_5^0 = \bar{a}_5^5 = 1\angle 0$$



IV- سیستم ۵ فازه ترتیب ۴ (با فرض فاز ۱ $\bar{I}_{\mathrm{IV},1}$)

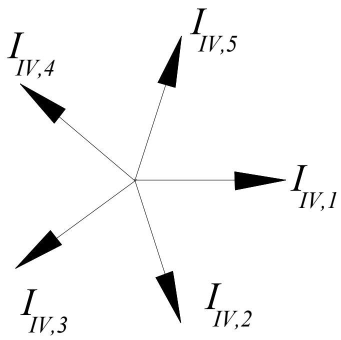
فاز ۲= فاز ۱ را ۴ بار در جهت مثلثاتي به $\bar{a}_5 = e^{j2\pi/7=j72^\circ}$ ضرب مي كنيم

فاز ۳= فاز ۲ را ۴ بار در جهت مثلثاتي به $\bar{a}_5$ ضرب مي كنيم.

فاز ۴= فاز ۳ را ۴ بار در جهت مثلثاتي به $\bar{a}_5$ ضرب مي كنيم.

فاز ۵= فاز ۴ را ۴ بار در جهت مثلثاتي به $\bar{a}_5$ ضرب مي كنيم.

$$\bar{I}_{\mathrm{IV},i} = \bar{a}_5^4 \bar{I}_{\mathrm{IV},i-1} = \bar{a}_5^{-1} \bar{I}_{\mathrm{IV},i-1} \qquad i = 2,3,\ldots,5$$
$$\bar{a}_5^4 = \bar{a}_5^{-1}.\bar{a}_5^5 = \bar{a}_5^{-1}.(1\angle 0) = \bar{a}_5^{-1}$$



III- سیستم ۵ فازه ترتیب ۳ (با فرض فاز ۱ $\bar{I}_{\mathrm{III},1}$)

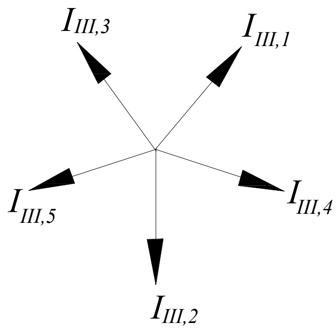
فاز ۲= فاز ۱ را ۳ بار در جهت مثلثاتي به $\bar{a}_5 = e^{j2\pi/7=j72^\circ}$ ضرب مي كنيم

فاز ۳= فاز ۲ را ۳ بار در جهت مثلثاتي به $\bar{a}_5$ ضرب مي كنيم.

فاز ۴= فاز ۳ را ۳ بار در جهت مثلثاتي به $\bar{a}_5$ ضرب مي كنيم.

فاز ۵= فاز ۴ را ۳ بار در جهت مثلثاتي به $\bar{a}_5$ ضرب مي كنيم.

$$\bar{I}_{\mathrm{III},i} = \bar{a}_5^3 \bar{I}_{\mathrm{III},i-1} = \bar{a}_5^{-2} \bar{I}_{\mathrm{III},i-1} \qquad i = 2,3,\ldots,5$$
$$\bar{a}_5^3 = \bar{a}_5^{-2}.\bar{a}_5^5 = \bar{a}_5^{-2}.(1\angle 0) = \bar{a}_5^{-2}$$



II - سیستم ۵ فازه ترتیب ۲ (با فرض فاز ۱ $\bar{I}_{\mathrm{II},1}$)

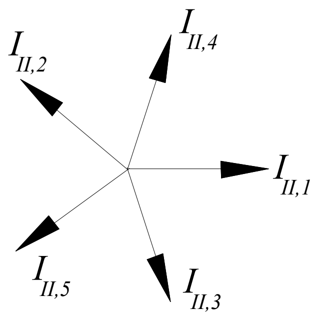
فاز ۲= فاز ۱ را ۲ بار در جهت مثلثاتي به $\bar{a}_5 = e^{j2\pi/7 = j72°}$ ضرب مي كنيم

فاز ۳= فاز ۲ را ۲ بار در جهت مثلثاتي به $\bar{a}_5$ ضرب مي كنيم.

فاز ۴= فاز ۳ را ۲ بار در جهت مثلثاتي به $\bar{a}_5$ ضرب مي كنيم.

فاز ۵= فاز ۴ را ۲ بار در جهت مثلثاتي به $\bar{a}_5$ ضرب مي كنيم.

$$\bar{I}_{\mathrm{II},i} = \bar{a}_5^2 \bar{I}_{\mathrm{II},i-1} = \bar{a}_5^{-3} \bar{I}_{\mathrm{II},i-1} \qquad i = 2,3,\ldots,5$$



I - سیستم ۵ فازه ترتیب ۱ (با فرض فاز ۱ $\bar{I}_{I,1}$)

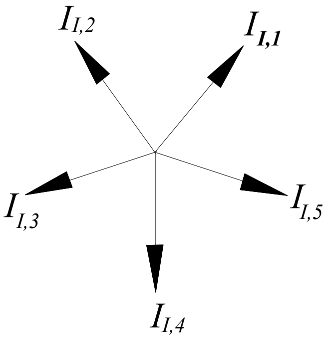
فاز ۲= فاز ۱ را ۱ بار در جهت مثلثاتي به $\bar{a}_5 = e^{j2\pi/7 = j72°}$ ضرب مي كنيم

فاز ۳= فاز ۲ را ۱ بار در جهت مثلثاتي به $\bar{a}_5$ ضرب مي كنيم.

فاز ۴= فاز ۳ را ۱ بار در جهت مثلثاتي به $\bar{a}_5$ ضرب مي كنيم.

فاز ۵= فاز ۴ را ۱ بار در جهت مثلثاتي به $\bar{a}_5$ ضرب مي كنيم.

$$\bar{I}_{\mathrm{I},i} = \bar{a}_5^1 \bar{I}_{\mathrm{I},i-1} = \bar{a}_5\, \bar{I}_{\mathrm{I},i-1} \qquad i = 2,3,\ldots,5$$



مجموع توالي فازهاي ۱، بايد بردار فاز ۱ را نتيجه دهد. به همين صورت مجموع توالی هر فاز بردار همان فاز را نتيجه می دهد.

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_{\mathrm{V},1} + \bar{I}_{\mathrm{IV},1} + \bar{I}_{\mathrm{III},1} + \bar{I}_{\mathrm{II},1} + \bar{I}_{\mathrm{I},1}$$
$$\bar{I}_2 = \bar{I}_{\mathrm{V},2} + \bar{I}_{\mathrm{IV},2} + \bar{I}_{\mathrm{III},2} + \bar{I}_{\mathrm{II},2} + \bar{I}_{\mathrm{I},2}$$
$$\bar{I}_3 = \bar{I}_{\mathrm{V},3} + \bar{I}_{\mathrm{IV},3} + \bar{I}_{\mathrm{III},3} + \bar{I}_{\mathrm{II},3} + \bar{I}_{\mathrm{I},3}$$
$$\bar{I}_4 = \bar{I}_{\mathrm{V},4} + \bar{I}_{\mathrm{IV},4} + \bar{I}_{\mathrm{III},4} + \bar{I}_{\mathrm{II},4} + \bar{I}_{\mathrm{I},4}$$
$$\bar{I}_5 = \bar{I}_{\mathrm{V},5} + \bar{I}_{\mathrm{IV},5} + \bar{I}_{\mathrm{III},5} + \bar{I}_{\mathrm{II},5} + \bar{I}_{\mathrm{I},5}$$

بعبارت ديگر مجموع فازهاي يک بردار مثلا ۴ از ۵ سيستم بدست آمده در سيستم متعادل بايد بردار $\bar{I}_4$ در سيستم نامتعادل را بدهد.

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_{0/\mathrm{V},1} + \bar{I}_{\mathrm{I},1} + \bar{I}_{\mathrm{II},1} + +\bar{I}_{\mathrm{III},1} + \bar{I}_{\mathrm{IV},1}$$
$$\bar{I}_2 = \bar{I}_{0/\mathrm{V},1} + \bar{a}_5^1 \bar{I}_{\mathrm{I},1} + \bar{a}_5^2 \bar{I}_{\mathrm{II},1} + \bar{a}_5^3 \bar{I}_{\mathrm{III},1} + \bar{a}_5^4 \bar{I}_{\mathrm{IV},1}$$
$$\bar{I}_3 = \bar{I}_{0/\mathrm{V},1} + \bar{a}_5^2 \bar{I}_{\mathrm{I},1} + \bar{a}_5^4 \bar{I}_{\mathrm{II},1} + \bar{a}_5^1 \bar{I}_{\mathrm{III},1} + \bar{a}_5^3 \bar{I}_{\mathrm{IV},1}$$
$$\bar{I}_4 = \bar{I}_{0/\mathrm{V},1} + \bar{a}_5^3 \bar{I}_{\mathrm{I},1} + \bar{a}_5^1 \bar{I}_{\mathrm{II},1} + \bar{a}_5^4 \bar{I}_{\mathrm{III},1} + \bar{a}_5^2 \bar{I}_{\mathrm{IV},1}$$
$$\bar{I}_5 = \bar{I}_{0/\mathrm{V},1} + \bar{a}_5^4 \bar{I}_{\mathrm{I},1} + \bar{a}_5^3 \bar{I}_{\mathrm{II},1} + \bar{a}_5^2 \bar{I}_{\mathrm{III},1} + \bar{a}_5^1 \bar{I}_{\mathrm{IV},1}$$

دراينصورت مي توان بردار جريانهاي واقعي سيستم نا متعادل را بر حسب بردار جريان مولفه متقارن فاز ۱ بصورت زير نوشت:

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_1 \\ \bar{I}_2 \\ \bar{I}_3 \\ \bar{I}_4 \\ \bar{I}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & \bar{a}_5^1 & \bar{a}_5^2 & \bar{a}_5^3 & \bar{a}_5^4 \\ 1 & \bar{a}_5^2 & \bar{a}_5^4 & \bar{a}_5^1 & \bar{a}_5^3 \\ 1 & \bar{a}_5^3 & \bar{a}_5^1 & \bar{a}_5^4 & \bar{a}_5^2 \\ 1 & \bar{a}_5^4 & \bar{a}_5^3 & \bar{a}_5^2 & \bar{a}_5^1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} \bar{I}_{0/\mathrm{V},1} \\ \bar{I}_{\mathrm{I},1} \\ \bar{I}_{\mathrm{II},1} \\ \bar{I}_{\mathrm{III},1} \\ \bar{I}_{\mathrm{IV},1} \end{bmatrix}$$

در حالت كلي رابطه جبري براي اين مسئله را بصورت زير مي توان نوشت (برای سادگی در نمایش $\bar{a}_n^i = \bar{a}^i$):

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_1 \\ \bar{I}_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ \bar{I}_{n-1} \\ \bar{I}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \ldots\ldots\ldots 1 & 1 \\ 1 & \bar{a} & \bar{a}^2 \ldots\ldots \bar{a}^{n-2} & \bar{a}^{n-1} \\ 1 & \bar{a}^2 & \bar{a}^4 \ldots\ldots \bar{a}^{n-4} & \bar{a}^{n-2} \\ \vdots & \vdots & \vdots \qquad \vdots & \vdots \\ 1 & \bar{a}^{n-2} & \bar{a}^{n-4} \ldots\ldots \bar{a}^4 & \bar{a}^2 \\ 1 & \bar{a}^{n-1} & \bar{a}^{n-2} \ldots\ldots \bar{a}^2 & \bar{a} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I}_{0,1} \\ \bar{I}_{\mathrm{I},1} \\ \vdots \\ \vdots \\ \bar{I}_{n-2,1} \\ \bar{I}_{n-1,1} \end{bmatrix}$$

$$\bar{\boldsymbol{I}}_{1,\ldots,n} = \bar{\boldsymbol{T}}_n . \bar{\boldsymbol{I}}_{0,I,\ldots,n-1}$$

بردار جريان هاي مولفه هاي متقارن فاز ۱ $\bar{\boldsymbol{I}}_{0,I,\ldots,n-1} = \bar{\boldsymbol{I}}_{(0,I,\ldots,n-1),1}$

بردار جريانهاي واقعي سيستم n فازه $\bar{\boldsymbol{I}}_{1,2,\ldots,n}$

ماتریس تبدیل مولفه های متقارن سیستم n فازه $\bar{\boldsymbol{T}}_n$

۲-۲ تجزیه سیستم ۳ فازه نامتعادل با مولفه های متقارن

دريک سيستم سه فاز نيز پيدا كردن مولفه هاي متقارن $\bar{I}_{\mathrm{II}}, \bar{I}_{\mathrm{I}}, \bar{I}_0$ مورد نظر مي باشند كه منظور مولفه هاي متقارن فاز ۱ بصورت $\bar{I}_{\mathrm{II},1}, \bar{I}_{\mathrm{I},1}, \bar{I}_{0,1}$ ميباشد. براي حل مسئله كافي است معكوس ماتريس نوشته شده، $\bar{\boldsymbol{T}}_3$ ، را يافته و با ضرب در ماتريس جريانهاي سيستم نامتعادل($\bar{I}_3, \bar{I}_2, \bar{I}_1$)، جريانهاي سيستم متعادل بدست مي آيد. به اين معني كه از معكوس ماتريس $\bar{\boldsymbol{T}}_3$ ،يعنی $\bar{\boldsymbol{T}}_3^{-1}$ ، مي توان مولفه هاي متقارن را بدست آورده و از سيستم نا متعادل به مولفه ها و از مولفه ها به سيستم نا متعادل رسيد. براي يک سيستم سه فازه داريم:

$$\bar{\boldsymbol{I}}_{1,2,3} = \bar{\boldsymbol{T}}_3 \, \bar{\boldsymbol{I}}_{0,I,II}$$
$$\bar{\boldsymbol{I}}_{0,I,II} = \bar{\boldsymbol{T}}_3^{-1} \bar{\boldsymbol{I}}_{1,2,3}$$

اگر فاز $\bar{I}_1$ بعنوان مبنا باشد:

$$\bar{I}_1 = \left|\bar{I}_1\right| \angle I_1 = I_1 \angle I_1$$

$$\bar{a} = \bar{a}_3 = e^{j\frac{2\pi}{3}} = e^{j120} = 1\angle 2\pi/3$$

$$\bar{a}_3^3 = 1\angle 0 \quad \bar{a}_3^0 = 1\angle 0$$

$$\bar{a}^2 + \bar{a} + 1 = 0$$

$$\bar{a}^* = \bar{a}^2$$

$$(\bar{a}^2)^* = \bar{a}$$

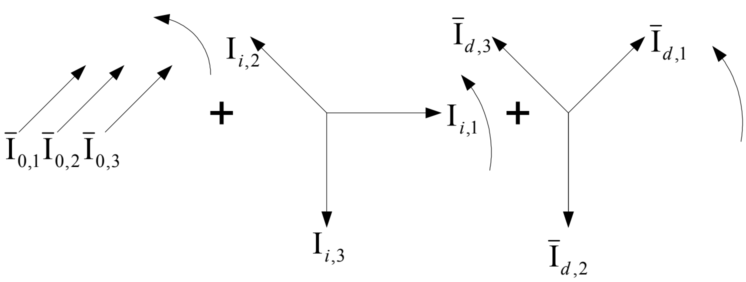
$$\begin{bmatrix} \bar{I}_1 \\ \bar{I}_2 \\ \bar{I}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \bar{a} & \bar{a}^2 \\ 1 & \bar{a}^2 & \bar{a} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I}_{0,1} \\ \bar{I}_{\mathrm{I},1} \\ \bar{I}_{\mathrm{II},1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \bar{a} & \bar{a}^2 \\ 1 & \bar{a}^2 & \bar{a} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I}_0 \\ \bar{I}_{\mathrm{I}} \\ \bar{I}_{\mathrm{II}} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_1 \\ \bar{I}_2 \\ \bar{I}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \bar{a} & \bar{a}^2 \\ 1 & \bar{a}^2 & \bar{a} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I}_0 \\ \bar{I}_i \\ \bar{I}_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \bar{a} & \bar{a}^2 \\ 1 & \bar{a}^2 & \bar{a} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I}_0 \\ \bar{I}_- \\ \bar{I}_+ \end{bmatrix}$$

سيستم سه فازه مستقيم + سيستم سه فازه معكوس + سيستم سه فازسه هموپولر = سيستم سه فازه نا متعادل

توالي +   توالي -   توالي صفر

ترتيب۲، $\bar{I}_{\mathrm{II},1}$ ترتيب۱، $\bar{I}_{\mathrm{I},1}$ ترتيب۰، $\bar{I}_{0,1}$



ترتيب۲ $\bar{I}_{\mathrm{II},1}$: متشكل ازسه بردار مساوي از نظر قدر مطلق و با اختلاف زاويه اي ۱۲۰ درجه بهم بوده كه توالي فاز مولفه ها با سيستم يكسان است (۱،۲،۳ يا abc).

ترتيب۱، $\bar{I}_{\mathrm{I},1}$: متشكل ازسه بردار مساوي از نظر قدر مطلق و با اختلاف زاويه اي ۱۲۰ درجه بهم بوده كه توالي فاز مولفه ها معكوس سيستم است (۱،۳،۲ يا acb).

ترتيب۰، $\bar{I}_{0,1}$: متشكل ازسه بردار مساوي از نظر قدر مطلق و با اختلاف زاويه اي صفر درجه بهم است.

اين مجموعه بردارها با سرعت زاويه اي $f = 50\ HZ$, $(\omega = 2\pi f)$ در حال چرخش هستند.

برای مجموعه بردارهای ولتاژها با ترتیب a,b,c نیز بصورت مشابه می توان نوشت.

$$\overline{V}_a = \overline{V}_{0,a} + \overline{V}_{-,a} + \overline{V}_{+,a} = \overline{V}_{0,a} + \overline{V}_{i,a} + \overline{V}_{d,a}$$
$$\overline{V}_b = \overline{V}_{0,b} + \overline{V}_{-,b} + \overline{V}_{+,b} = \overline{V}_{0,b} + \overline{V}_{i,b} + \overline{V}_{d,b}$$
$$\overline{V}_c = \overline{V}_{0,c} + \overline{V}_{-,c} + \overline{V}_{+,c} = \overline{V}_{0,c} + \overline{V}_{i,c} + \overline{V}_{d,c}$$

برای مجموعه بردارهای ولتاژها با ترتیب 1,2,3 می توان نوشت.

$$\overline{V}_1 = \overline{V}_{0,1} + \overline{V}_{-,1} + \overline{V}_{+,1} = \overline{V}_{0,1} + \overline{V}_{i,1} + \overline{V}_{d,1}$$
$$\overline{V}_2 = \overline{V}_{0,2} + \overline{V}_{-,2} + \overline{V}_{+,2} = \overline{V}_{0,2} + \overline{V}_{i,2} + \overline{V}_{d,2} = \overline{V}_{0,1} + \overline{a}\,\overline{V}_{i,1} + \overline{a}^2\overline{V}_{d,1}$$
$$\overline{V}_3 = \overline{V}_{0,3} + \overline{V}_{-,3} + \overline{V}_{+,3} = \overline{V}_{0,3} + \overline{V}_{i,3} + \overline{V}_{d,3} = \overline{V}_{0,1} + \overline{a}^2\overline{V}_{i,1} + \overline{a}\,\overline{V}_{d,1}$$

$$\begin{bmatrix} \overline{V}_0 \\ \overline{V}_i \\ \overline{V}_d \end{bmatrix} = \overline{\boldsymbol{T}}^{-1} . \begin{bmatrix} \overline{V}_1 \\ \overline{V}_2 \\ \overline{V}_3 \end{bmatrix}$$

اگرفاز $\overline{I}_1$ به عنوان مبنا باشد داریم.

$$\overline{I}_1 = \overline{I}_{0,1} + \overline{I}_{i,1} + \overline{I}_{d,1} = \overline{I}_{0,1} + \overline{I}_{i,1} + \overline{I}_{d,1}$$
$$\overline{I}_2 = \overline{I}_{0,2} + \overline{I}_{i,2} + \overline{I}_{d,2} = \overline{I}_{0,1} + \overline{a}\overline{I}_{i,1} + \overline{a}^2\overline{I}_{d,1}$$
$$\overline{I}_3 = \overline{I}_{0,3} + \overline{I}_{i,3} + \overline{I}_{d,3} = \overline{I}_{0,1} + \overline{a}^2\overline{I}_{i,1} + \overline{a}\overline{I}_{d,1}$$

$$\begin{bmatrix} \overline{I}_0 \\ \overline{I}_i \\ \overline{I}_d \end{bmatrix} = \overline{\boldsymbol{T}}^{-1} . \begin{bmatrix} \overline{I}_1 \\ \overline{I}_2 \\ \overline{I}_3 \end{bmatrix}$$

بدست آوردن $\overline{\boldsymbol{T}}^{-1}$:

$$\overline{\boldsymbol{T}}^t = \overline{\boldsymbol{T}} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \overline{a} & \overline{a}^2 \\ 1 & \overline{a}^2 & \overline{a} \end{bmatrix}$$
$$|\boldsymbol{T}| = \det[\boldsymbol{T}] = 1(\overline{a}^2 - \overline{a}) + 1(\overline{a}^2 - \overline{a}) + 1(\overline{a}^2 - \overline{a}) = 3(\overline{a}^2 - \overline{a})$$

از روي $\boldsymbol{T}^t$ ماتريس كمكي $\boldsymbol{T}_{adj}$ را مي نويسيم.

$$T_{adj} = \begin{bmatrix} \overline{a}^2 - \overline{a} & \overline{a}^2 - \overline{a} & \overline{a}^2 - \overline{a} \\ \overline{a}^2 - \overline{a} & \overline{a} - 1 & 1 - \overline{a}^2 \\ \overline{a}^2 - \overline{a} & 1 - \overline{a} & \overline{a} - 1 \end{bmatrix}$$

با توجه به رابطه زیر حواهیم داشت:

$$\frac{\overline{a} - 1}{\overline{a}^2 - \overline{a}} = \frac{1}{\overline{a}} = \frac{\overline{a}^2}{\overline{a}^3} = \frac{\overline{a}^2}{1} = \overline{a}^2$$

$$\boldsymbol{T}^{-1} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \overline{a}^2 & \overline{a} \\ 1 & \overline{a} & \overline{a}^2 \end{bmatrix}$$

$$\overline{a} = e^{j120}$$

$$\overline{a} = -1/2 + j\sqrt{3}/2 \qquad \overline{a}^2 = -1/2 - j\sqrt{3}/2 \qquad \overline{a}^0 = \overline{a}^3 = 1 \qquad 1 + \overline{a}^2 + \overline{a} = 0$$

براي يافتن مولفه هاي فازهاي ديگر هر كدام از مولفه ها در بردار $\overline{a}$ يا $\overline{a}^2$ ضرب مي شوند.

فاز ۱

$$\begin{cases} \overline{I}_{0,1} = \dfrac{1}{3}(\overline{I}_1 + \overline{I}_2 + \overline{I}_3) \\ \overline{I}_{i,1} = \dfrac{1}{3}(\overline{I}_1 + \overline{a}^2\overline{I}_2 + \overline{a}\overline{I}_3) \\ \overline{I}_{d,1} = \dfrac{1}{3}(\overline{I}_1 + \overline{a}\overline{I}_2 + \overline{a}^2\overline{I}_3) \end{cases}$$

فاز ۲

$$\begin{cases} \overline{I}_{0,2} = \overline{I}_{0,1} \\ \overline{I}_{i,2} = \overline{a}\overline{I}_{i,1} \\ \overline{I}_{d,2} = \overline{a}^2\overline{I}_{d,1} \end{cases}$$

فاز ۳

$$\begin{cases} \overline{I}_{0,3} = \overline{I}_{0,1} \\ \overline{I}_{i,3} = \overline{a}^2\overline{I}_{i,1} \\ \overline{I}_{d,3} = \overline{a}\overline{I}_{d,1} \end{cases}$$

در سيستم سه فاز متقارن داريم:

$$\overline{I}_1 = I_1\angle 0 - \alpha$$

$$\overline{I}_2 = I_2\angle -120^\circ - \alpha = I_2\angle 240^\circ - \alpha = \overline{I}_1\overline{a}^2$$

$$\overline{I}_3 = I_3\angle -240^\circ - \alpha = I_3\angle 120^\circ - \alpha = \overline{I}_1\overline{a}$$

نكته: حتماً دقت نمائيد كه رعايت نوشتن ترتيب $\begin{matrix} 0 & 0 \\ - & i \\ + & d \end{matrix}$ در برابر مولفه هاي متقارن اهميت دارد. زيرا محل نوشتن اين مولفه ها تعيين كننده عناصر ماتريس تبديل $\overline{\boldsymbol{T}}^{-1}$ و $\overline{\boldsymbol{T}}$ است. در صورتيكه در برخي مراجع محل نوشتن مولفه ها بصورت $\begin{matrix} 0 & 0 \\ + & d \\ - & i \end{matrix}$ باشد در آنصورت ماتريسهاي تبديل بدست آمده $\overline{\boldsymbol{T}}^{-1}$ و $\overline{\boldsymbol{T}}$ معكوس ماتريسهاي ارائه شده در اين درس خواهند بود.

مثال: مولفه هاي ترتيب صفر ،۱و۲ (هموپولر، معکوس و مستقيم) جريان سه فاز را در رژيم دائم سينوسي زير را پيدا کنيد.

$$i_1(t) = 5\sqrt{2}\sin(314t) = \sqrt{2}\,\mathrm{Im}\{\bar{I}_1 e^{j\omega t}\}$$
$$i_2(t) = 0 = \sqrt{2}\,\mathrm{Im}\{\bar{I}_2 e^{j\omega t}\}$$
$$i_3(t) = 10\sqrt{2}\cos(314t) = 10\sqrt{2}\sin(314t - 90) = \sqrt{2}\,\mathrm{Im}\{\bar{I}_3 e^{j\omega t}\}$$

در روابط سينوسي و بر حسب مقادير موثر خواهيم داشت:

$\bar{I}_1 = 5\angle 0^\circ \qquad \bar{I}_2 = 0 \qquad \bar{I}_3 = 10\angle -90^\circ$

مقادير موثر مقادير موثر مقادير موثر

در روابط کسينوسي و بر حسب مقادير موثر خواهيم داشت:

$\bar{I}_1 = 5\angle 90^\circ \qquad \bar{I}_2 = 0 \qquad \bar{I}_3 = 10\angle 0$

مولفه هاي فاز I به صورت زير هستند:

$$\bar{I}_{0,1} = 1/3(\bar{I}_1 + \bar{I}_2 + \bar{I}_3)$$
$$\bar{I}_{i,1} = 1/3(\bar{I}_1 + \bar{a}^2\bar{I}_2 + a\bar{I}_3)$$
$$\bar{I}_{d,1} = 1/3(\bar{I}_1 + a\bar{I}_2 + \bar{a}^2\bar{I}_3)$$

$$\bar{a} = e^{j\frac{2\pi}{3}} = 1\angle 120^\circ$$
$$\bar{a}^2 = e^{j\frac{2\pi}{3}} = 1\angle 240^\circ$$

$\bar{a}\bar{I}_2 = 0 \qquad \bar{a}^2\bar{I}_2 = 0$

$\bar{a}\bar{I}_3 = 10\angle 30^\circ \qquad \bar{a}^2\bar{I}_3 = 10\angle 150^\circ$

$$\bar{I}_{0,1} = 1/3(5 + 0 + 10\angle -90^\circ) = 3.72\angle -63.43$$
$$\bar{I}_{i,1} = 1/3(5 + 0 + 10\angle 30^\circ) = 4.84\angle 20.1$$
$$\bar{I}_{d,1} = 1/3(5 + 0 + 10\angle 150^\circ) = 2.06\angle 126.2$$

,

$$\bar{I}_{0,2} = 3.72\angle -63.43$$
$$\bar{I}_{i,2} = 4.84\angle 140.1$$
$$\bar{I}_{d,2} = 2.06\angle 366.2 \approx 6.2$$

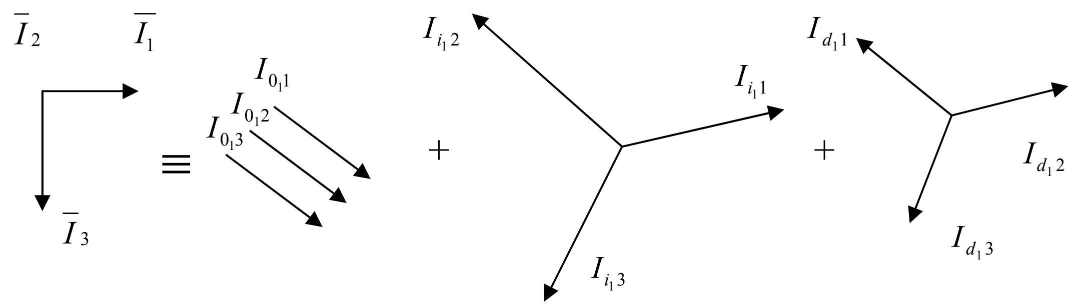
,

$$\bar{I}_{0,3} = 3.72\angle -63.43$$
$$\bar{I}_{i,3} = 4.84\angle 260.1$$
$$\bar{I}_{d,3} = 2.06\angle 246.2$$

ملاحظه مي شود كه نتيجه قبلي حاصل شده است:

فاز ۱	فاز ۲	فاز ۳
$I_{0,1}$	$I_{0,2} = I_{0,1}$	$I_{0,3} = I_{0,1}$
$I_{i,1} \rightarrow$	$I_{i,2} = aI_{i,1} \rightarrow$	$I_{i,3} = a^2 I_{i,1}$
$I_{d,1}$	$I_{d,2} = a^2 I_{d,1}$	$I_{d,3} = aI_{d,1}$

بوده و در شبكه توالي صفر نسبت به شين مرجع مدار باز خواهيم داشت. شبكه توالي صفر چنين اتصالي در شكل زير نشان داده شده است.



تحقيق درستي بردار هاي مولفه هاي متقارن از روش ترسيمي